

Suy ra $S(x)$ đạt GTLN tại điểm $x = \frac{a}{4}$ và GTLN của diện tích hình chữ nhật là

$$\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} S(x) = S\left(\frac{a}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}a^2}{8}. \text{ Chọn A.}$$

Bài 46:

Cho một parabol (P): $y = x^2$ và điểm $A(-3;0)$. Xác định điểm M thuộc parabol (P) sao cho khoảng cách AM là ngắn nhất và tìm khoảng cách ngắn nhất đó.

- A. $M_0(-1;3); AM_0 = \sqrt{7}$ B. $M_0(-1;1); AM_0 = \sqrt{5}$
 C. $M_0(-2;1); AM_0 = \sqrt{5}$ D. $M_0(-2;3); AM_0 = \sqrt{11}$

Giải

Gọi $M(x; x^2)$ là một điểm bất kì của parabol (P).


Ta có: $AM^2 = (x+3)^2 + x^4 = x^4 + x^2 + 6x + 9$.

Khoảng cách AM đạt GTNN khi và chỉ khi $f(x) = AM^2$ đạt GTNN.

Xét $f(x) = x^4 + x^2 + 6x + 9$

$\Rightarrow f'(x) = 4x^3 + 2x + 6 = (x+1)(4x^2 - 4x + 6) = 0 \Leftrightarrow x = -1$

BBT

X	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Suy ra $f(x)$ đạt GTNN tại điểm $x=-1$ và $f(-1) = 5$. Do đó, khoảng cách AM đạt GTNN khi M nằm ở vị trí điểm $M_0(-1;1); AM_0 = \sqrt{5}$. Chọn B.

Bài 47: Một tạp chí được bán với giá 20 nghìn đồng một cuốn. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: Lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,...) được cho bởi công thức $C(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10000$, $C(x)$ được tính theo đơn vị vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng.

- 1) a) Tính tổng chi phí $T(x)$ (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí
 b) Tỉ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Tính $M(x)$ theo x và tìm số lượng tạp chí cần xuất bản sao cho chi phí trung bình là thấp nhất.
- 2) Các khoản thu bao gồm tiền bán tạp chí và 90 triệu nhận được từ quảng cáo và sự trợ giúp cho báo chí. Giả sử số cuốn in ra đều được bán hết.
 a) Chứng minh rằng số tiền lãi khi in x cuốn tạp chí là $L(x) = -0,0001x^2 + 1,8x - 1000$.
 b) Hỏi in bao nhiêu cuốn thì có lãi.

c) In bao nhiêu cuốn thì lãi nhiều nhất? tính số tiền lãi.
Giải.

1) a) Tổng chi phí cho x cuốn tạp chí là:

$$T(x) = C(x) + 0,4x = 0,0001x^2 + 0,2x + 10000.$$

b) Ta có: $M(x) = 0,0001x + \frac{10000}{x} + 0,2$ với $x = 1, 2, \dots$ (6)

ta xét hàm số $y = M(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Trong đó $M(x)$ được xác định bởi công thức (6) với mọi $x > 0$, trong đó hàm số M đạt GTNN trên $(0; +\infty)$

Ta có: $M'(x) = 0,0001 - \frac{10000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 10000$

BBT

x	0	10 000	$+\infty$
$M'(x)$	-	0	+
M(x)			

Suy ra $\min_{(0; +\infty)} M(x) = M(10000) = 2,2$

Vậy chi phí trung bình cho x cuốn tạp chí thấp nhất khi $x = 10000$ (cuốn). chi phí cho mỗi cuốn khi đó là 2,2 vạn đồng = 22000 (đồng).

2) a) Tổng số tiền thu được khi bán x cuốn tạp chí ($x \in \mathbb{N}^*$) là: $2x + 9000$ (vạn đồng)

Số tiền lãi khi bán x cuốn là:

$$L(x) = 2x + 9000 - T(x) = -0,0001x^2 + 1,8x - 1000$$

b) có lãi khi $L(x) > 0$. Tức là:

$$-0,0001x^2 + 1,8x - 1000 > 0 \Leftrightarrow \frac{0,9 - \sqrt{0,71}}{0,0001} < x < \frac{0,9 + \sqrt{0,71}}{0,0001}$$

$$\Leftrightarrow 9000 - \sqrt{71\,000\,000} < x < 9000 + \sqrt{71\,000\,000}$$

Vì x lấy giá trị nguyên dương và

$$9000 - \sqrt{71\,000\,000} \approx 573,85 \text{ và } 9000 + \sqrt{71\,000\,000} \approx 17426,15$$

Nên $573 < x < 17427$

c) xét hàm số: $L(x) = -0,0001x^2 + 1,8x - 1000$, $x \in (0; +\infty)$ và tìm $x > 0$ để tại đó $L(x)$ đạt GTLN trên $(0; +\infty)$

Ta có: $L'(x) = -0,0002x + 1,8 = 0 \Leftrightarrow x = 9000$

BBT.

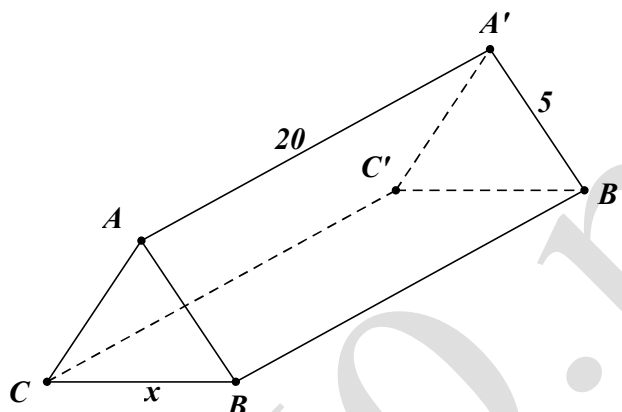
X	0	9 000	$+\infty$
$L'(x)$	+	0	-
L(x)			

Suy ra $\max_{(0;+\infty)} L(x) = L(9000) = 7100$

Vậy muốn lãi nhiều nhất thì phải in 9000 cuốn khi đó tiền lãi thu được là: 7100 vạn đồng 71 000 000 (đồng).

Bài 48: Một hành lang giữa hai tòa nhà có hình dạng của hình lăng trụ đứng. Hai mặt bên $ABB'A'$ và $ACC'A'$ là hai tấm kính hình chữ nhật dài 20 m, rộng 5 m, Gọi x (mét) là độ dài cạnh BC .

- Tính thể tích V của hình lăng trụ theo x .
- Tìm x sao cho hình lăng trụ có thể tích lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.



Giải:

a) $V = 5x\sqrt{100 - x^2} \text{ (m}^3\text{)}; 0 < x < 10$

b) Hình lăng trụ có thể tích lớn nhất khi $x = 5\sqrt{2} \text{ (m)}$ và $\max_{(0;10)} V = V(5\sqrt{2}) = 250 \text{ (m}^3\text{)}$

Bài 49: Cho hình vuông ABCD với cạnh có độ dài cạnh bằng 1 và cung \widehat{AB} là một phần tư đường tròn tâm A, bán kính AB chụm trong hình vuông. Tiếp tuyến tại điểm M của cung \widehat{BD} cắt đoạn thẳng CD tại điểm P và cắt đoạn thẳng BC tại điểm Q. Đặt $x = DP$ và $y = PQ$

- Chứng minh rằng $PQ^2 = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2$ và $PQ = x + y$. Từ đó tính y theo x .
- Tính PQ theo x và tìm x để PQ có độ dài nhỏ nhất.

Giải:

a) $y = \frac{1-x}{1+x}; 0 < x < 1$

b) $PQ = \frac{x^2+1}{x+1}; 0 < x < 1$

đoạn thẳng PQ có độ dài nhỏ nhất khi $x = \sqrt{2} - 1$

Bài 50: Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5 \text{ (km)}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7 (km) . Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4 (km/h) rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 (km/h) . Xác định vị trí của điểm M để người đó đến kho nhanh nhất.

Giải:

Đặt $x = BM; 0 \leq x \leq 7$. Khi đó $AM = \sqrt{x^2 + 25}, MC = 7 - x$.

Thời gian người canh hải đăng đi từ A đến C là $T(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7-x}{6}$ (giờ), $0 \leq x \leq 7$

Hàm số T đạt GTNN tại điểm $x = 2\sqrt{5} \approx 4,472(km)$

Bài 51:

Một hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu bán kính a.

a) Chứng minh rằng thể tích của hình chóp là: $V = \frac{4a^2 x^2}{3(x-2a)}$, trong đó x là chiều cao của hình

chóp.

b) Với giá trị nào của x, hình chóp có thể tích nhỏ nhất.

Giải:

a) Mặt phẳng đi qua đường cao SH của hình chóp và trung điểm M của một cạnh đáy cắt hình chóp theo tam giác cân SMN và cắt hình cầu theo hình tròn tâm O, bán kính a nội tiếp tam giác SMN.

Có thể tính thể tích hình chóp theo x và $\alpha = \widehat{SNH}$. Sau đó sử dụng đẳng thức $x = a + SO$. Để tìm hệ thức giữa a, x và α .

Ta có: $HN = x \cot \alpha; MN = 2x \cot \alpha$. thể tích hình chóp là:

$$V = \frac{1}{3} MN^2 \cdot SH = \frac{4}{3} x^3 \cot^2 \alpha$$

Ta tính $\cot^2 \alpha$ theo a và x.

Từ đẳng thức:

$$SH = OH + SO \Rightarrow x = a + \frac{a}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{x^2 - 2ax}{(x-a)^2};$$

$$\cot^2 \alpha = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{a^2}{x(x-2a)}.$$

Từ đó suy ra công thức cần chứng minh.

b) Cần chú ý V xác định khi $x > 2a$.

Bài 52:

Một sợi dây kim loại dài 60(cm) được cắt thành hai đoạn, đoạn thứ nhất uốn thành hình vuông, đoạn thứ hai uốn thành hình tròn. Phải cắt sợi dây như thế nào để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất.

Giải:

Độ dài cạnh hình vuông là $x = \frac{60}{\pi + 4}(cm)$. Đoạn dây được uốn thành hình vuông là

$$\frac{240}{\pi + 4} \approx 33,6(cm). \text{ Bán kính đường tròn là } r = \frac{30}{\pi + 4}(cm).$$

Đoạn dây được uốn thành vòng tròn có độ dài là: $\frac{60}{\pi + 4} \approx 26,4(cm)$

$$\text{Ta có: } 4x + 2\pi r = 60 \Rightarrow x = \frac{30 - \pi r}{2}; 0 < r < \frac{30}{\pi}$$

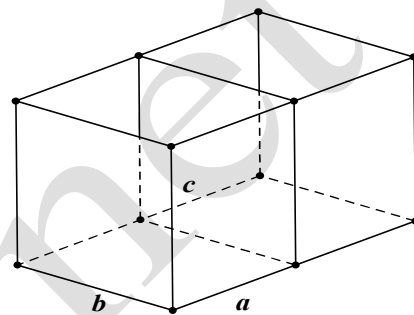
Tổng diện tích hình vuông và hình tròn là $S = \pi r^2 + x^2 = \pi r^2 + \frac{1}{4}(30 - \pi r)^2$

Để thấy S đạt GTNN tại điểm $r = \frac{30}{\pi + 4}$

Bài 53:

Người thợ cần làm một bể cá hai ngăn bằng nhau, không có nắp ở phía trên với thể tích $1,296\text{m}^3$. Người thợ này cắt các tấm kính ghép lại một bể cá dạng hình hộp chữ nhật với 3 kích thước mỗi ngăn là a, b, c như hình vẽ. Hỏi người thợ phải thiết kế các kích thước a, b, c bằng bao nhiêu để đỡ tốn kính nhất, giả sử độ dày của kính không đáng kể.

- A. $a = 3,6\text{cm}; b = 0,6\text{cm}; c = 0,6\text{cm}$.
- B. $a = 2,4\text{cm}; b = 0,9\text{cm}; c = 0,6\text{cm}$
- C. $a = 0,9\text{cm}; b = 1,2\text{cm}; c = 0,6\text{cm}$
- D. $a = 1,2\text{cm}; b = 1,2\text{cm}; c = 0,9\text{cm}$.



Giải:

$$V = 2(abc) = 1,296$$

Ta có: $S = 2(ac + bc) + ab + 2ac + bc + ab = 4ac + 3bc + 2ab$

(1)

Theo đề bài $V = 2(abc) = 1,296 \Leftrightarrow abc = \frac{81}{125}$ (2)

Bài toán trở thành tìm a, b, c để S_{\min} với ĐK (2)

Từ (1) Ta có:

$$S = \frac{4abc}{b} + \frac{3abc}{a} + \frac{2abc}{c}$$

$$= 4 \cdot \frac{81}{125} \cdot \frac{1}{b} + 3 \cdot \frac{81}{125} \cdot \frac{1}{a} + 2 \cdot \frac{81}{125} \cdot \frac{1}{c}$$

$$= \frac{81}{125} \left(\frac{4}{b} + \frac{3}{a} + \frac{2}{c} \right) \geq \frac{81}{125} 3 \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{abc}}$$

$$\geq \frac{81}{125} \sqrt[3]{\frac{24}{81}}$$

Dấu “=” xảy ra khi: $\frac{4}{b} = \frac{3}{a} = \frac{2}{c} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3b}{4} \\ c = \frac{b}{2} \end{cases}$

Thay vào (2): $\frac{3b}{4} \cdot b \cdot \frac{b}{2} = \frac{81}{125} \Leftrightarrow \frac{3b^3}{8} = \frac{81}{125} \Leftrightarrow b = 1,2$

Vậy $a = 0,9; c = 0,6$

Chọn C.

Dạng 2:

Một số bài toán ứng dụng về chuyển động

Bài 54:

Một vật chuyển động có phương trình là $S(t) = 40 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$, (t(s)), quãng đường tính theo đơn vị mét.

- Tính vận tốc của vật chuyển động tại thời điểm t=4(s)
- Tính gia tốc của vật chuyển động tại thời điểm t=6(s).

Giải

a) Ta có: $v(t) = S'(t) = 40 \left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)' \cdot \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 40\pi \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

vậy: $v(4) = S'(4) = 40\pi \cos\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right) = 40\pi \frac{1}{2} = 20\pi (m/s)$

b) Ta có:

$$a(t) = v'(t) = -40\pi \left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)' \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = -40\pi^2 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Vậy: $a(6) = v'(6) = -40\pi^2 \sin\left(6\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -40\pi^2 \frac{\sqrt{3}}{2} = -20\sqrt{3}\pi^2 (m/s^2)$

Bài 55:

Một vật rơi tự do có phương trình chuyển động là $S(t) = 50t^2$, (t(s)), độ cao tính theo đơn vị là mét.

- Tính vận tốc của vật rơi tự do tại thời điểm t=6(s).
- Sau thời gian bao lâu thì vật rơi tự do đạt vận tốc 50(m/s).

Giải.

a. Ta có $v(t) = S'(t) = 10t$.

Vậy vận tốc thời điểm $t = 6(s)$ là: $v(6) = S'(6) = 10 \cdot 6 = 60(m/s)$

b. Vậy để vận tốc của vật rơi do đạt 50(m/s) thì: $50 = 10t \Leftrightarrow t = 5(s)$

Bài 56:

Một vật chuyển động có vận tốc được biểu thị bởi công thức là $v(t) = 5t^2 + 7t$, (t(s)), trong đó v(t) tính theo đơn vị là (m/s)

- Tính gia tốc của vật tại thời điểm t=2(s).
 - Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc chuyển động của vật bằng 12 m/s.
- giải:

a) Ta có: $a(t) = v'(t) = 10t + 7$. Vậy gia tốc của vật tại thời điểm $t = 2(s)$

$$a(2) = v'(2) = 10 \cdot 2 + 7 = 27 (m/s^2)$$

b) Vật tại thời điểm vận tốc chuyển động của vật bằng 12 m/s:

$$v(t) = 12 \Leftrightarrow 5t^2 + 7t = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 (t/m) \\ t = -2,4(\text{loại}) \end{cases}$$

Với $t = 1(s)$: $a(1) = v'(1) = 10 + 7 = 17 (m/s^2)$

Bài 57: (Đề KSCL THPT Việt Trì)

Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S(t) = 1 + 3t^2 - t^3, t(s)$. Vận tốc $v(m/s)$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất khi t bằng bao nhiêu.

- A. $t = 4$ B. $t = 3$ C. $t = 2$ D. $t = 1$

Giải:

Ta có: $v(t) = S'(t) = 6t - 3t^2$

$v'(t) = 6 - 6t$.

$v'(t) = 0 \Leftrightarrow 6 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 1$

BBT

t	0	1	$+\infty$
$V'(t)$	+	0	-
$V(t)$			

Vậy vận tốc của chuyển động đạt GTLN khi $t=1$. Chọn D.

Bài 58:

Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t) = 24t + 5t^2 - \frac{t^3}{3}$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ

dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước mấy giờ. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

- A. 15h B. 16h C. 17h D. 18h

Giải:

Ta có:

$h'(t) = 24 + 10t - t^2$

$h'(t) = 0 \Leftrightarrow 24 + 10t - t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \text{ (loại)} \\ t = 12 \text{ (t/m)} \end{cases}$

BBT

t	0	12	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$			

Vậy để mực nước lên cao nhất thì phải mất 12 giờ. Vậy phải thông báo cho dân di dời vào 15 giờ chiều cùng ngày. Chọn A.

Bài 59: (đề minh họa Quốc gia 2017)

Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10, (t(s))$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ

lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 0,2m B. 2m C. 10m D. 20m.

Giải:

Ta có: $v_0 = 10(m/s)$

Gia tốc của ô tô chuyển động chậm dần đều: $a = v'(t) = -5$.

Tại thời điểm ô tô dừng lại thì vận tốc bằng 0.

Ta có: $v_t^2 - v_0^2 = 2aS \Leftrightarrow 0 - 10^2 = 2(-5)S \Leftrightarrow S = 10(m)$

Vậy ô tô còn có thể đi được quãng đường là 10m .

Chọn C.

Lưu ý:

Bài này còn có thể áp dụng tích phân để tìm quãng đường di chuyển của ô tô khi dừng lại.

Bài 60: Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) để vượt khoảng cách 300km (tới nơi sinh sản). Vận tốc dòng nước 6km/h. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v km/h thì năng lượng tiêu hao của cá trong thời gian t giờ cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là hằng số; E tính bằng jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất là bao nhiêu?

- A. 9km/h B. 6km/h C. 10km/h D. 12km/h

Giải:

Vận tốc của con cá khi bơi ngược dòng: $v - 6(km/h), (v \geq 6)$

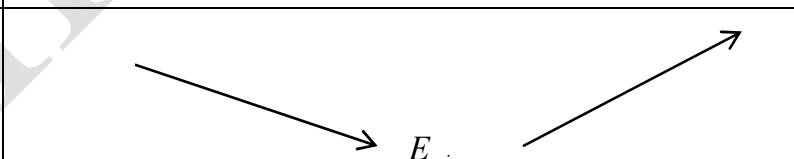
Thời gian con cá bơi từ nơi sinh sống đến nơi sinh sản: $t = \frac{300}{v-6}(h)$

Năng lượng tiêu thụ của con cá khi bơi từ nơi sinh sống đến nơi sinh sản:

$$E(v) = cv^2 \frac{900}{v-6} - cv^3 \frac{300}{(v-6)^2} = \frac{300cv^2}{v-6} \left(3 - \frac{v}{v-6} \right).$$

$$E'(v) = 0 \Leftrightarrow \frac{300cv^2}{v-6} \left(3 - \frac{v}{v-6} \right) = 0 \Leftrightarrow 3 - \frac{v}{v-6} = 0 \Leftrightarrow v = 9.$$

BBT

X	6	9	$+\infty$
$E'(x)$	-	0	+
$E(x)$			

Vậy vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất bằng $v = 9(km/h)$. Chọn. A

Nhận xét:

Đôi với bài này có rất nhiều em tìm nhầm hàm $E(v) = c(v-6)^3 \frac{300}{v-6} (J)$. Và sẽ tìm được chọn

$v = 6 \text{ km/h}$ đó là Chọn sai hoàn toàn vì vận tốc v trong biểu thức $E(v) = cv^3t$, v là vận tốc thực của con cá khi di chuyển, còn t là thời gian con cá bơi từ nơi sinh sống đến nơi sinh sản ứng với vận tốc của con cá đã trừ đi vận tốc dòng nước.

Bài 61: (trích từ Luận văn thạc sĩ Nguyễn Văn Bảo)

Chi phí về nhiên liệu của một tàu được chia làm hai phần. Trong đó phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 ngàn đồng/giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10 \text{ km/h}$ thì phần thứ hai bằng 30 ngàn đồng/giờ. Hãy xác định vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường là nhỏ nhất?

- A. 10km/h B. 15km/h C. 20km/h D. 25km/h

Giải:

Gọi $x (\text{km/h})$ là vận tốc của tàu. Thời gian tàu chạy quãng đường 1 km là $\frac{1}{x}$ (giờ).

Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là: $\frac{1}{x} \cdot 480$ (ngàn đồng).

Khi vận tốc $v = 10 \text{ km/h}$ thì chi phí cho quãng đường 1 km ở phần thứ hai là:

$$\frac{1}{10} \cdot 30 = 3 \text{ (ngàn đồng)}.$$

Xét tại vận tốc $x (\text{km/h})$, gọi y (ngàn đồng) chi phí cho quãng đường 1 km tại vận tốc x thì chi phí cho quãng đường 1 km tại vận tốc x , ta có: $y = kx^3$

Ta có: $3 = k10^3 \Leftrightarrow k = \frac{3}{10^3}$. Suy ra $y = \frac{3x^3}{1000}$.

Vậy tổng chi phí tiền nhiên liệu cho 1 km đường là: $P(x) = \frac{480}{x} + \frac{3x^3}{1000}$.

Bài toán trở thành tìm x để $P(x)$ nhỏ nhất.

$$P'(x) = -\frac{480}{x^2} + \frac{9x^2}{1000}$$

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{480}{x^2} + \frac{9x^2}{1000} = 0 \Leftrightarrow x = 20$$

$$P''(x) = \frac{960}{x^3} + \frac{18x}{1000}$$

$$P''(20) = \frac{960}{20^3} + \frac{18 \cdot 20}{1000} > 0$$

Suy ra $P(x)$ đạt GTNN tại $x = 20$

Vậy vận tốc của tàu $x = 20 (\text{km/h})$.

Chọn C.

Bài 62:

Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động $S = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g = 9,8m/s^2$ và t tính bằng giây

(s). Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 5s$ bằng:

- A. 49m/s B. 25m/s C. 10m/s D. 18m/s

Giải:

$v = S' = gt$ nên tại thời điểm $t = 5s$. Vận tốc của vật là:

$$v = 9,8.5 = 49(m/s) . \text{ Chọn A.}$$

Bài 63:

Một chất điểm chuyển động thẳng theo phương trình $S = t^3 - 3t^2 + 4t$, trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Gia tốc của chất điểm lúc $t=2s$ là:

- A. $4m/s^2$ B. $6m/s^2$ C. $8m/s^2$ D. $12m/s^2$

Giải:

$a = S'' = 6t - 6$ nên tại thời điểm $t=2s$ thì gia tốc của chất điểm là: $a = 6.2 - 6(m/s^2)$.

Chọn B.

Bài 64:

Cho chuyển động thẳng theo phương trình $S = t^3 + 3t^2 - 9t + 27$, trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Gia tốc chuyển động tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là:

- A. $0m/s^2$ B. $6m/s^2$ C. $24m/s^2$ D. $12m/s^2$

Giải:

$$v = S' = 3t^2 + 6t - 9; a = S'' = 6t + 6$$

$$\text{Tại thời điểm vận tốc bị triệt tiêu: } 3t^2 + 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3(\text{loại}) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 1 \text{ thì gia tốc của chuyển động là: } a = 6.1 + 6 = 12(m/s^2) .$$

Chọn D.

Bài 65:

Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S = \frac{1}{4}t^4 - \frac{3}{2}t^2 + 2t - 100$, trong đó t tính bằng giây (s). Chất điểm đạt giá trị nhỏ nhất tại thời điểm:

- A. $t = 1$ B. $t = 16$ C. $t = 5$ D. $t = 3$

Giải:

$$S' = t^3 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2(l) \\ t = 1 \end{cases}$$

Vậy chất điểm đạt GTNN tại $t = 1s$.

Chọn A.

Bài 66:

Một vật đang chuyển động với vận tốc 10m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2(m/s^2)$. Hỏi quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc?

- A. $11100m$ B. $\frac{6800}{3}m$ C. $\frac{4300}{3}m$ D. $\frac{5800}{3}m$

Giải:

$$a(t) = 3t + t^2$$

$$v'(t) = a(t); \quad S'(t) = v(t)$$

Theo đề ta có: vận tốc ban đầu là $10(m/s)$

$$\Rightarrow v(t) = \frac{3}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3 + 10(m/s)$$

$$S(t) = \frac{1}{2}t^3 + \frac{1}{12}t^4 + 10t(m)$$

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là:

$$S(10) = \frac{4300}{3}(m).$$

Chọn C.

Bài 67:

Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)(m/s)$, có gia tốc $v'(t) = \frac{3}{t+1}(m/s^2)$. vận tốc ban đầu của

vật là $6m/s$. Vận tốc của vật sau 10 giây là (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị):

- A. $14m/s$ B. $13m/s$ C. $11m/s$ D. $12m/s$.

Giải:

Vận tốc của vật sau 10 giây là $v = 6 + 7 = 13(m/s)$. Chọn B