Mặt phẳng *(P)* có một *VTPT* là $\overrightarrow{n_P} = (3;-2;1)$

Mặt phẳng *(Q)* có một *VTPT* là $\overrightarrow{n_Q} = (5;-4;3)$

Mặt phẳng (α) vuông góc với 2 mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+7=0, (Q): 5x-4y+3z+1=0$

nên có một *VTPT* là $\overrightarrow{n_P} = \left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}\right] = (-2;-4;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là: $x+2y+z-5=0$

Câu 40. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$,tọa độ điểm M nằm trên trục Oy và cách đều hai mặt phẳng: $(P): x+y-z+1=0$ và $(Q): x-y+z-5=0$ là:

A. $M(0;-3;0)$. **B.** $M(0;3;0)$. **C.** $M(0;-2;0)$. **D.** $M(0;1;0)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $M \in Oy \Rightarrow M(0;m;0)$

Giả thiết có $d(M,(P)) = d(M,(Q)) \Leftrightarrow \dfrac{|m+1|}{\sqrt{3}} = \dfrac{|-m-5|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m=-3$

Vậy $M(0;-3;0)$

Câu 41. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng qua $G(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác gốc O) sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC . Khi đó mặt phẳng (α) có phương trình:

A. $3x+6y+2z+18=0$. **B.** $6x+3y+2z-18=0$.

C. $2x+y+3z-9=0$. **D.** $6x+3y+2z+9=0$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ là giao điểm của mặt phẳng (α) các trục Ox, Oy, Oz

Phương trình mặt phẳng (α) : $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ $(a,b,c \neq 0)$.

Ta có G là trọng tâm tam giác ABC $\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{a}{3}=1 \\ \dfrac{b}{3}=2 \\ \dfrac{c}{3}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=9 \end{cases}$

$\Rightarrow (\alpha): \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{9}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-18=0$

Câu 42. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): 2x-4y+4z+3=0$ và cách điểm $A(2;-3;4)$ một khoảng $k=3$. Phương trình của mặt phẳng (α) là:

A. $2x-4y+4z-5=0$ hoặc $2x-4y+4z-13=0$.

B. $x-2y+2z-25=0$.

C. $x-2y+2z-7=0$.

D. $x-2y+2z-25=0$ hoặc $x-2y+2z-7=0$.

Hướng dẫn giải

Vì $(\alpha)//(\beta)\Rightarrow(\alpha):2x-4y+4z+m=0\ (m\neq 3)$

Giả thiết có $d(A,(\alpha))=3\Leftrightarrow\dfrac{|32+m|}{6}=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-14\\ m=-50\end{array}\right.$

Vậy $(\alpha):x-2y+2z-7=0$, $(\alpha):x-2y+2z-25=0$

Câu 43. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$,cho hai đường thẳng d_1,d_2 lần lượt có phương trình $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{4}$. Phương trình mặt phẳng (α) cách đều hai đường thẳng d_1,d_2 là:

A. $7x-2y-4z=0$.
B. $7x-2y-4z+3=0$.
C. $2x+y+3z+3=0$.
D. $14x-4y-8z+3=0$.

Hướng dẫn giải

Ta có d_1 đi qua $A(2;2;3)$ và có $\overrightarrow{u_{d_1}}=(2;1;3)$, d_2 đi qua $B(1;2;1)$ và có $\overrightarrow{u_{d_2}}=(2;-1;4)$

$\overrightarrow{AB}=(-1;1;-2);\left[\overrightarrow{u_{d_1}};\overrightarrow{u_{d_2}}\right]=(7;-2;-4)$;

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{u_{d_1}};\overrightarrow{u_{d_2}}\right]\overrightarrow{AB}=-1\neq 0$ nên d_1,d_2 chéo nhau.

Do (α) cách đều d_1,d_2 nên (α) song song với $d_1,d_2\Rightarrow\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_{d_1}};\overrightarrow{u_{d_2}}\right]=(7;-2;-4)$

$\Rightarrow(\alpha)$ có dạng $7x-2y-4z+d=0$

Theo giả thiết thì $d(A,(\alpha))=d(B,(\alpha))\Leftrightarrow\dfrac{|d-2|}{\sqrt{69}}=\dfrac{|d-1|}{\sqrt{69}}\Leftrightarrow d=\dfrac{3}{2}$

$\Rightarrow(\alpha):14x-4y-8z+3=0$

Câu 44. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $(b>0,c>0)$ và mặt phẳng $(P):y-z+1=0$. Xác định b và c biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ O đến (ABC) bằng $\dfrac{1}{3}$.

A. $b=\dfrac{1}{\sqrt2},c=\dfrac{1}{\sqrt2}$
B. $b=1,c=\dfrac{1}{2}$
C. $b=\dfrac{1}{2},c=\dfrac{1}{2}$
D. $b=\dfrac{1}{2},c=1$

Hướng dẫn giải

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1\Leftrightarrow bcx+cy+bz-bc=0$

Theo giả thiết: $\begin{cases}(ABC)\perp(P)\\ d(O,(ABC))=\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c-b=0\\ \dfrac{|-bc|}{\sqrt{(bc)^2+c^2+b^2}}=\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=c\\ \dfrac{b^2}{\sqrt{b^4+2b^2}}=\dfrac{1}{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow 3b^2=\sqrt{b^4+2b^2}\Leftrightarrow 8b^4=2b^2\Leftrightarrow b=\dfrac{1}{2}\Rightarrow c=\dfrac{1}{2}$

Câu 45. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$,mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(5;4;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz các đoạn bằng nhau có phương trình là:

A. $x+y+z-12=0$ **B.** $x+y+z=0$

C. $5x+4y+3z-50=0$ **D.** $x-y+z=0$

Hướng dẫn giải

Gọi $A(a;0;0),B(0;a;0),C(0;0;a)$ $(a\neq 0)$ là giao điểm của mặt phẳng (α) và các tia Ox, Oy, Oz.

Phương trình mặt phẳng (α) qua A, B, C là: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{a}+\dfrac{z}{a}=1$.

Mặt phẳng (α) qua điểm $M(5;4;3)\Rightarrow a=12$

Ta có $\dfrac{x}{12}+\dfrac{y}{12}+\dfrac{z}{12}=1\Leftrightarrow x+y+z-12=0$

Câu 46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy và tạo với mặt phẳng $y+z+1=0$ góc 60^0. Phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $\left[\begin{array}{l}x-z=0\\x+z=0\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}x-y=0\\x+y=0\end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l}x-z-1=0\\x-z=0\end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}x-2z=0\\x+z=0\end{array}\right.$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

+) Mặt phẳng (P) chứa trục Oy nên có dạng: $Ax+Cz=0$ $(A^2+C^2\neq 0)$.

+) Mặt phẳng (P) tạo với mặt phẳng $y+z+1=0$ góc 60^0 nên $\cos 60^0=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{n_{(Q)}}\right|}{\left|\overrightarrow{n_{(P)}}\right|.\left|\overrightarrow{n_{(Q)}}\right|}$.

$\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{|C|}{\sqrt{A^2+C^2}.\sqrt{2}}\Leftrightarrow\sqrt{A^2+C^2}=\sqrt{2}|C|\Leftrightarrow A^2-C^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}A=C\\A=-C\end{array}\right.$

Phương trình mặt phẳng (P) là: $\left[\begin{array}{l}x-z=0\\x+z=0\end{array}\right.$

Phương pháp trắc nghiệm

+) Mặt phẳng (P) chứa trục Oy nên loại đáp án B, C.

+)Còn lại hai đáp án A, D chung phương trình thứ hai nên ta thử điều kiện về góc đối với phương trình thứ nhất của đáp án A thấy thỏa mãn.

Câu 47. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$. Phương trình mặt phẳng (α) chứa trục Oz và tiếp xúc với (S)

A. $(\alpha):4x-3y+2=0.$ **B.** $(\alpha):3x+4y=0.$

C. $(\alpha): 3x - 4y = 0.$ **D.** $(\alpha): 4x - 3y = 0.$

Hướng dẫn giải:

Mặt phẳng (α) chứa trục Oz có dạng : $Ax + By = 0 \ (A^2 + B^2 \neq 0)$

Ta có : $d(I,(\alpha)) = 3 \Leftrightarrow \dfrac{|A+2B|}{\sqrt{A^2+B^2}} = 1$

$\Leftrightarrow 4AB + B^2 = 0 \Leftrightarrow 4A + B = 0$. Chọn $A = 3, B = -4 \Rightarrow (\alpha): 3x - 4y = 0$

Câu 48. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, tam giác ABC có $A(1,2,-1), B(-2,1,0), C(2,3,2)$. Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (OGB) bằng bao nhiêu ?

A. $\dfrac{3\sqrt{174}}{29}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{174}}{29}$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{174}}{29}$ **D.** $\dfrac{4\sqrt{174}}{29}$

Hướng dẫn giải

Do G là trọng tâm tam giác $\Delta ABC \Rightarrow G\left(\dfrac{1}{3}, 2, \dfrac{1}{3}\right)$

Gọi $\vec{n}$ là một vtpt của mặt phẳng $(OGB) \Rightarrow \vec{n} = \overrightarrow{OG} \wedge \overrightarrow{OB} = \left(-\dfrac{1}{3}, -\dfrac{2}{3}, \dfrac{13}{3}\right)$

Phương trình mặt phẳng $(OGB): x + 2y - 13z = 0 \Rightarrow d(A,(OGB)) = \dfrac{3\sqrt{174}}{29}$

Câu 49. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Phương trình mặt phẳng (α) chứa Oy cắt hình cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có chu vi bằng 8π

A. $(\alpha): 3x - z = 0$ **B.** $(\alpha): 3x + z = 0$

C. $(\alpha): 3x + z + 2 = 0$ **D.** $(\alpha): x - 3z = 0$

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): Ax + Cz = 0 \ (A^2 + C^2 \neq 0)$

Ta có : $2\pi r = 8\pi \Leftrightarrow r = 4$. Mà (S) có tâm $I(1,2,3), R = 4$

Do $R = r = 4 \Rightarrow I \in (\alpha) \Leftrightarrow A + 3C = 0$

Chọn $A = 3, C = -1 \Rightarrow (\alpha): 3x - z = 0$

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng Oxz và cắt mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 12$ theo đường tròn có chu vi lớn nhất. Phương trình của (P) là:

A. $x - 2y + 1 = 0$. **B.** $y - 2 = 0$. **C.** $y + 1 = 0$. **D.** $y + 2 = 0$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=12$ theo đường tròn có chu vi lớn nhất nên mặt phẳng (P) đi qua tâm $I(1;-2;0)$.

Phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng Oxz có dạng : $Ay+B=0$

Do (P) đi qua tâm $I(1;-2;0)$ có phương trình dạng: $y+2=0$.

Phương pháp trắc nghiệm

+) Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng Oxz nên loại đáp án D.

+) Mặt phẳng (P) đi qua tâm $I(1;-2;0)$ nên thay tọa độ điểm I vào các phương trình loại được đáp án B,C.

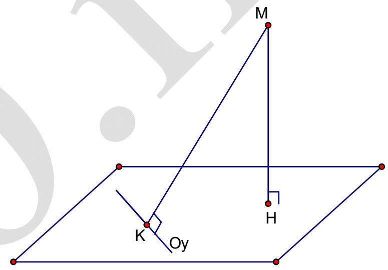
Câu 51. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa trục Oy và cách M một khoảng lớn nhất. Phương trình của (α) là:

A. $x+3z=0$. **B.** $x+2z=0$. **C.** $x-3z=0$. **D.** $x=0$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

+) Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (α) và trục Oy.



Ta có : $K(0;2;0)$

$d(M,(\alpha))=MH\le MK$

Vậy khoảng cách từ M đến mặt phẳng (α) lớn nhất khi mặt phẳng (α) qua K và vuông góc với MK.

Phương trình mặt phẳng: $x+3z=0$

Câu 52. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$, điểm $A(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là hình tròn (C) có diện tích nhỏ nhất ?

A. $(P):x+2y+3z-6=0$. **B.** $(P):x+2y+z-2=0$.

C. $(P):3x+2y+2z-4=0$. **D.** $(P):x-2y+3z-6=0$.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(1,2,3), R=3$.

Ta có $IA<R$ nên điểm A nằm trong mặt cầu.

Ta có : $d(I,(P))=\sqrt{R^2-r^2}$

Diện tích hình tròn (C) nhỏ nhất $\Leftrightarrow r$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I,(P))$ lớn nhất.

Do $d(I,(P))\le IA\Rightarrow \max d(I,(P))=IA$ Khi đó mặt phẳng (P) đi qua A và nhận $\overrightarrow{IA}$ làm vtpt

$\Rightarrow (P):x+2y+z-2=0$

Câu 53. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $N(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho N là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

A. $(P): x+y+z-3=0$.
B. $(P): x+y-z+1=0$.
C. $(P): x-y-z+1=0$.
D. $(P): x+2y+z-4=0$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ lần lượt là giao điểm của (P) với các trục Ox, Oy, Oz

$\Rightarrow (P): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1 \,(a,b,c\neq 0)$

Ta có: $\begin{cases} N\in(P) \\ NA=NB \\ NA=NC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1 \\ |a-1|=|b-1| \\ |a-1|=|c-1| \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=3 \Rightarrow x+y+z-3=0$

Câu 54. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;1;1)$, $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm M, N (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM=2ON$

A. $(P): 2x+3y-z-4=0$.
B. $(P): x+2y-z-2=0$.
C. $(P): x-2y-z+2=0$.
D. $(P): 3x+y+2z-6=0$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $M(a;0;0), N(0;b;0)$ lần lượt là giao điểm của (P) với các tia Ox, Oy $(a,b>0)$

Do $OM=2ON \Leftrightarrow a=2b \Rightarrow \overrightarrow{MN}(-2b;b;0)=-b(2;-1;0)$.Đặt $\vec{u}(2;-1;0)$

Gọi $\vec{n}$ là môt vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P) \Rightarrow \vec{n}=\left[\vec{u},\overrightarrow{AB}\right]=(-1;2;1)$

Phương trình măt phẳng $(P): x-2y-z+2=0$.

Câu 55. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có các đỉnh $A(1;2;1)$, $B(-2;1;3)$, $C(2;-1;3)$ và $D(0;3;1)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua A, B đồng thời cách đều C, D

A. $(P_1): 4x+2y+7z-15=0; (P_2): x-5y-z+10=0$.
B. $(P_1): 6x-4y+7z-5=0; (P_2): 3x+y+5z+10=0$.
C. $(P_1): 6x-4y+7z-5=0; (P_2): 2x+3z-5=0$.
D. $(P_1): 3x+5y+7z-20=0; (P_2): x+3y+3z-10=0$.

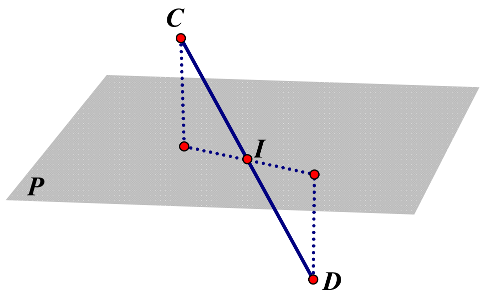
Hướng dẫn giải:

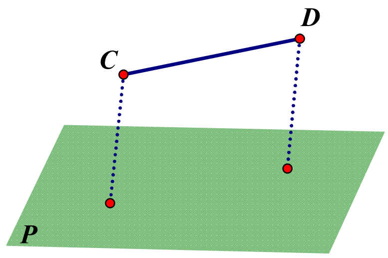
Trường hợp 1: $CD \parallel (P)$

$\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{CD}=(-6;-10;-14)=-2(3;5;7) \Rightarrow (P): 3x+5y+7z-20=0$

Trường hợp 2: (P) đi qua trung điểm $I(1;1;2)$ của CD

$\overrightarrow{n_P} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AI} = (1;3;3) \Rightarrow (P): x+3y+3z-10=0$.



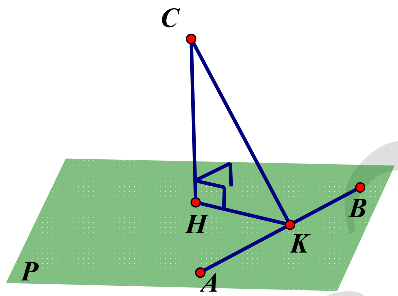


Câu 56. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3);B(3;0;2);C(0;-2;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A,B và cách C một khoảng lớn nhất ?

A. $(P): 3x+2y+z-11=0$. **B.** $(P): 3x+y+2z-13=0$.

C. $(P): 2x-y+3z-12=0$. **D.** $(P): x+y-3=0$.

Hướng dẫn giải:



Gọi H,K lần lượt là hình chiếu C của lên mp(P) và doạn thẳng AB

Ta có : $CH = d(I,(P)) \le CK \Rightarrow d(C,(P))$ lớn nhất khi $H \equiv K$.

Khi đó mặt phẳng (P) đi qua A,B và vuông với mặt phẳng (ABC)

Ta có $\overrightarrow{n_p} = \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] \wedge \overrightarrow{AB} = (-9,-6,-3)$

$\Rightarrow (P): 3x+2y+z-11=0$

Câu 57. Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng (α)đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục *Ox*, *Oy*, *Oz* lần lượt tại A, B, C (khác gốc toạ độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (α)có phương trình là:

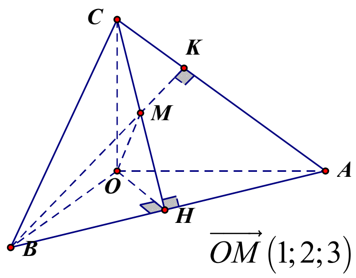
A. $x+2y+3z-14=0$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}-1=0$.

C. $3x+2y+z-10=0$. **D.** $x+2y+3z+14=0$.

Hướng dẫn giải

Cách 1:Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB, K là hình chiếu vuông góc B trên AC. M là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $M = BK \cap CH$

Ta có : $\left.\begin{array}{l} AB \perp CH \\ AB \perp CO \end{array}\right\} \Rightarrow AB \perp (COH) \Rightarrow AB \perp OM$ (1) (1)



Chứng minh tương tự, ta có: $AC \perp OM$ (2).

Từ (1) và (2), ta có: $OM \perp (ABC)$

Ta có: $\overrightarrow{OM}(1;2;3)$.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và có một $VTPT$ là $\overrightarrow{OM}(1;2;3)$ nên có phương trình là: $(x-1)+2(y-2)+3(z-3)=0 \Leftrightarrow x+2y+3z-14=0$.

Cách 2:

+) Do A,B,C lần lượt thuộc các trục Ox,Oy,Oz nên $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ ($a,b,c \neq 0$).

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

+) Do M là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0 \\ M \in (ABC) \end{cases}$. Giải hệ điều kiện trên ta được a,b,c

Vậy phương trình mặt phẳng: $x+2y+3z-14=0$.

Câu 58. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Viết phương trình mặt phẳng cắt các trục Ox,Oy,Oz lần lượt tại A,B,C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

A. $\frac{x}{4}+\frac{y}{16}+\frac{z}{12}=0$. **B.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{16}+\frac{z}{12}=1$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{12}+\frac{z}{9}=1$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{12}+\frac{z}{9}=0$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

+) Do A,B,C lần lượt thuộc các trục Ox,Oy,Oz nên $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

+) Do G là trọng tâm tứ diện $OABC$ nên $\begin{cases} x_G = \dfrac{x_O+x_A+x_B+x_C}{4} \\ y_G = \dfrac{y_O+y_A+y_B+y_C}{4} \\ z_G = \dfrac{y_O+y_A+y_B+y_C}{4} \end{cases}$

suy ra $a=4, b=16, c=12$.

+) Vậy phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{4}+\frac{y}{16}+\frac{z}{12}=1$.

Câu 59. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Mặt phẳng (P) qua M cắt các tia Ox,Oy,Oz lần lượt tại A,B,C sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất có phương trình là:

A. $6x+3y+2z=0$. **B.** $6x+3y+2z-18=0$.

C. $x+2y+3z-14=0$. **D.** $x+y+z-6=0$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

+) Mặt phẳng (P) cắt các tia Ox,Oy,Oz lần lượt tại A,B,C nên $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ ($a,b,c>0$).

Phương trình mặt phẳng (P) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

+) Mặt phẳng (P) qua M nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1$.

Ta có $1=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\ge 3\sqrt[3]{\frac{6}{abc}}\Leftrightarrow abc\ge 162$

+) Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $V=\frac{1}{6}abc\ge 27$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất khi $\frac{1}{a}=\frac{2}{b}=\frac{3}{c}=\frac{1}{3}$ suy ra $a=3,b=6,c=9$.

Phương trình mặt phẳng (P) $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1$ hay $6x+3y+2z-18=0$.

Câu 60. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng có phương trình (P) $x+2y+2z-1=0$ $(Q):x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=5$.Mặt phẳng (α) vuông với mặt phẳng $(P),(Q)$ đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $2x+y-1=0;2x+y+9=0$.
B. $2x-y-1=0;2x-y+9=0$.
C. $x-2y+1=0;x-2y-9=0$.
D. $2x-y+1=0;\ 2x-y-9=0$.

Hướng dẫn giải

Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=5$ có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$

Gọi $\overrightarrow{n_\alpha}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)

Ta có : $\vec{n}_\alpha=\overrightarrow{n_P}\wedge\vec{n}_Q\Rightarrow\overrightarrow{n_\alpha}=(-6;3;0)=-3(2;-1;0)=-3\overrightarrow{n_1}$

Lúc đó mặt phẳng (α) có dạng : $2x-y+m=0$.

Do mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu $(S)\Rightarrow d(I,(\alpha))=\sqrt{5}\Leftrightarrow\frac{|m+4|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-9\end{array}\right.$

Vậy phương trình mặt phẳng $(\alpha):2x-y+1=0$ hoặc $2x-y-9=0$.

Câu 61. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y-2z+1=0$, 2 điểm $A(1;0;0),B(-1;2;0)$ $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=25$. Viết phương trình mặt phẳng (α) vuông với mặt phẳng (P), song song với đường thẳng AB, đồng thời cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính bằng $r=2\sqrt{2}$

A. $2x+2y+3z+11=0;\ 2x+2y+3z-23=0$.
B. $2x-2y+3z+11=0;\ 2x-2y+3z-23=0$.
C. $2x-2y+3z-11=0;\ 2x-2y+3z+23=0$.
D. $2x+2y+3z-11=0;\ 2x+2y+3z+23=0$.

Hướng dẫn giải

Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=5$ có tâm $I(1;2;0)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$

Gọi $\overrightarrow{n_\alpha}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)

Ta có : $\vec{n}_\alpha=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{AB}\right]\Rightarrow\overrightarrow{n_\alpha}=(4;4;6)=2(2;2;3)=2\overrightarrow{n_1}$

Lúc đó mặt phẳng (α) có dạng : $2x+2y+3z+m=0$

Gọi J là hình chiếu của I lên mặt phẳng (α)

Ta có : $R^2=r^2+IJ^2\Rightarrow IJ^2=17\Rightarrow d(I,(\alpha))=\sqrt{17}\Leftrightarrow|6+m|=17\Leftrightarrow m=11$ hoặc $m=-23$

Vậy phương trình mặt phẳng $(\alpha):2x+2y+3z+11=0$ hoặc $2x+2y+3z-23=0$

Câu 62. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$,cho 3 điểm $A(1;1;-1),B(1;1;2),C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z+1=0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với mặt phẳng (P) cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB=2IC$ biết tọa độ điểm I là số nguyên

A. $(\alpha):2x-y-2z-3=0$.

B. $(\alpha):4x+3y-2z-9=0$.

C. $(\alpha):6x+2y-z-9=0$.

D. $(\alpha):2x+3y+2z-3=0$.

Hướng dẫn giải :

Do I,B,C thẳng hàng và $IB=2IC\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\overrightarrow{IB}=2\overrightarrow{IC}\\ \overrightarrow{IB}=-2\overrightarrow{IC}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}I(-3;3;-6)\\ I\left(-\frac{1}{3};\frac{5}{3};-\frac{2}{3}\right)\end{array}\right.$

Vì tọa độ điểm I là số nguyên nên $I(-3;3;-6)$

Lúc đó mặt phẳng (α) đi qua $A,I(-3;3;-6)$ và vuông góc với mặt phẳng (P)

$\Rightarrow(\alpha):2x-y-2z-3=0$.

Câu 63. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\ x+y+z-3=0$, $(Q):2x+3y+4z-1=0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(1;0;1)$ và chứa giao tuyến của hai mặt phẳng $(P),(Q)$?

A. $(\alpha):2x+3y+z-3=0$.

B. $(\alpha):7x+8y+9z-16=0$.

C. $(\alpha):7x+8y+9z-17=0$.

D. $(\alpha):2x-2y+z-3=0$.

Hướng dẫn giải:

Gọi M,N là các điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(P),(Q)$.

M,N thỏa hệ phương trình : $\begin{cases}x+y+z-3=0\\2x+3y+4z-1=0\end{cases}$

Cho $x=7\Rightarrow\begin{cases}y+z=-4\\3y+4z=-13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-3\\z=-1\end{cases}\Rightarrow M(7;-3;-1)$.

Cho $x=6 \Rightarrow \begin{cases} y+z=-3 \\ 3y+4z=-11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ z=-2 \end{cases} \Rightarrow N(6;-1;-2)$.

Lúc đó mặt phẳng (α) chứa 3 điểm $A,N,M \Rightarrow (\alpha): 7x+8y+9z-16=0$.

Câu 64. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$,cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{1}$ $d_2: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$ .Viết phương trình mặt phẳng (α) vuông góc với d_1 ,cắt Oz tại A và cắt d_2 tại B (có tọa nguyên) sao cho $AB=3$.

A. $(\alpha): 10x-5y+5z+1=0$.

B. $(\alpha): 4x-2y+2z+1=0$.

C. $(\alpha): 2x-y+z+1=0$.

D. $(\alpha): 2x-y+z+2=0$.

Hướng dẫn giải

Do mặt phẳng (α) vuông góc với $d_1 \Rightarrow 2x-y+z+m=0$.

Mặt phẳng (α) cắt Oz tại $A(0;0;-m)$, cắt d_2 tại $B(m+1,2m,m-1) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(m+1,2m,2m-1)$

$\Rightarrow \sqrt{9m^2-2m+2}=3 \Leftrightarrow 9m^2-2m-7=0 \Leftrightarrow m=1, m=-\frac{7}{9}$.

Vậy mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+z+1=0$.

Câu 65. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$,cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1;1;1), B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0), D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' thỏa : $\frac{AB}{AB'}+\frac{AC}{AC'}+\frac{AD}{AD'}=4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất ?

A. $16x+40y-44z+39=0$.

B. $16x+40y+44z-39=0$.

C. $16x-40y-44z+39=0$.

D. $16x-40y-44z-39=0$.

Hướng dẫn giải:

Áp dụng bất đẳng thức $AM-GM$ ta có : $4=\frac{AB}{AB'}+\frac{AC}{AC'}+\frac{AD}{AD'} \ge 3\sqrt[3]{\frac{AB.AC.AD}{AB'.AC'.AD'}}$

$\Rightarrow \frac{AB'.AC'.AD'}{AB.AC.AD} \ge \frac{27}{64} \Rightarrow \frac{V_{AB'C'D'}}{V_{ABCD}}=\frac{AB'.AC'.AD'}{AB.AC.AD} \ge \frac{27}{64} \Rightarrow V_{AB'C'D'} \ge \frac{27}{64}V_{ABCD}$

Để $V_{AB'C'D'}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{AD'}{AD}=\frac{3}{4} \Rightarrow \overrightarrow{AB'}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} \Rightarrow B'\left(\frac{7}{4};\frac{1}{4};\frac{7}{4}\right)$

Lúc đó mặt phẳng $(B'C'D')$ song song với mặt phẳng (BCD) và đi qua $B'\left(\frac{7}{4};\frac{1}{4};\frac{7}{4}\right)$

$\Rightarrow (B'C'D'): 16x+40y-44z+39=0$.

Câu 66. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$,cho $(P): x+4y-2z-6=0$,$(Q): x-2y+4z-6=0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của $(P),(Q)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A,B,C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều.

A. $x+y+z+6=0$. **B.** $x+y+z-6=0$. **C.** $x+y-z-6=0$. **D.** $x+y+z-3=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn $M(6;0;0), N(2;2;2)$ thuộc giao tuyến của $(P),(Q)$

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ lần lượt là giao điểm của (α) với các trục Ox, Oy, Oz

$\Rightarrow (\alpha): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1 (a,b,c \neq 0)$

(α) chứa $M, N \Rightarrow \begin{cases} \frac{6}{a}=1 \\ \frac{2}{a}+\frac{2}{b}+\frac{2}{c}=1 \end{cases}$

Hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều $\Rightarrow OA=OB=OC \Rightarrow |a|=|b|=|c|$

Vậy phương trình $x+y+z-6=0$.