Lựa chọn đáp án **A.**

Lưu ý : *Ở câu này nếu nhanh trí chúng ta có thể sử dụng máy tính cầm tay thay ngay tọa độ tâm của các mặt cầu ở 4 đáp án trên vào* **phương** *trình mặt phẳng (P) để loại ngay được các đáp án có tọa độ tâm không thuộc mặt phẳng (P)*

Câu 29. Phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với trục Oy là:

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9.$ **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16.$

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=8.$ **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10.$

Hướng dẫn giải:

• Gọi M là hình chiếu của $I(1;-2;3)$ lên Oy, ta có $M(0;-2;0)$.

• $\overrightarrow{IM}=(-1;0;-3)\Rightarrow R=IM=\sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm.

• Vậy phương trình mặt cầu là : $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10$.

Lựa chọn đáp án **A.**

Câu 30. Cho các điểm $A(-2;4;1)$, $B(2;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\ y=1+2t\\ z=-2+t\end{cases}$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua A,B và có tâm thuộc đường thẳng d. Bán kính mặt cầu (S) bằng:

A. $3\sqrt{3}.$ **B.** $\sqrt{6}.$ **C.** $3.$ **D.** $2\sqrt{3}.$

Hướng dẫn giải:

• Tâm $I\in d\Rightarrow I(1+t;1+2t;-2+t)$.

• $\overrightarrow{AI}=(3+t;-3+2t;-3+t)$; $\overrightarrow{BI}=(-1+t;1+2t;-5+t)$

• Vì (S) đi qua A,B nên ta có

$IA=IB\Leftrightarrow IA^2=IB^2\Leftrightarrow(3+t)^2+(-3+2t)^2+(-3+t)^2=(-1+t)^2+(1+2t)^2+(-5+t)^2$

$\Leftrightarrow 4t=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow\overrightarrow{IA}=(3;-3;-3)$

• Vậy bán kính mặt cầu (S): $R=IA=\sqrt{3^2+(-3)^2+(-3)^2}=3\sqrt{3}.$

Lựa chọn đáp án **A.**

Câu 31. Cho điểm $A(1;-2;3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm A, tiếp xúc với d là:

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{50}.$ **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=5.$

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=50.$ **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=50.$

Hướng dẫn giải:

• $d(A,d)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{BA},\vec{a}\right]\right|}{|\vec{a}|}=\frac{\sqrt{4+196+100}}{\sqrt{4+1+1}}=5\sqrt{2}$. Trong đó $B(-1;2;-3)\in d$

• Phương trình mặt cầu tâm $A(1;-2;3)$, bán kính $R=5\sqrt{2}$ là

$(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=50$.

Lựa chọn đáp án **C.**

Câu 32. Cho đường thẳng d: $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-2z+2=0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng d có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với (P) và đi qua điểm $A(1;-1;1)$ là:

A. $(x+2)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=1$.

B. $(x-4)^2+y^2+(z-1)^2=1$.

C. $(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$.

D. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$.

Hướng dẫn giải:

• Gọi I là tâm của (S).

$I\in d\Rightarrow I(1+3t;-1+t;t)$. Bán kính $R=IA=\sqrt{11t^2-2t+1}$.

• Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I,(P))=\frac{|5t+3|}{3}=R$.

$$\Leftrightarrow 37t^2-24t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} t=0 & \Rightarrow R=1\\ t=\frac{24}{37} & \Rightarrow R=\frac{77}{37}\end{array}\right..$$

Vì (S) có bán kính nhỏ nhất nên chọn $t=0,R=1$. Suy ra $I(1;-1;0)$.

• Vậy phương trình mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$.

Lựa chọn đáp án **C.**

Câu 33. Phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) là:

A. $x^2+y^2+z^2+2x+4y+6z-10=0$.

B. $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+10=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+10=0$.

D. $x^2+y^2+z^2+2x+4y+6z-10=0$.

Hướng dẫn giải:

• Gọi M là hình chiếu của $I(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oxz), ta có: $M(1;0;3)$.

• $\overrightarrow{IM}=(0;-2;0)\Rightarrow R=IM=2$ là bán kính mặt cầu cần tìm.

• Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$

Hay $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+10=0$.

Lựa chọn đáp án **B.**

Câu 34. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu tâm $I(1;-3;2)$ tại điểm $M(7;-1;5)$ có phương trình là:

A. $6x+2y+3z+55=0$.

B. $3x+y+z-22=0$.

C. $6x+2y+3z-55=0$.

D. $3x+y+z+22=0$.

Hướng dẫn giải:

• Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$

• Vì mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm M nên mặt phẳng (P) qua $M(7;-1;5)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{IM}=(6;2;3)$

• Vậy phương trình mặt phẳng $(P): 6x+2y+3z-55=0$.

Lựa chọn đáp án **C.**

Lưu ý : *Vì mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm $M(7;-1;5)$ nên điểm M thuộc mặt phẳng cần tìm hơn nữa khoảng cách từ tâm $I(1;-3;2)$ đến mặt phẳng cần tìm bằng IM cũng chính là bán kính mặt cầu. Từ các nhận xét đó để tìm ra đáp án của bài này ta có thể làm như sau:*

B1: Thay tọa độ M vào các đáp án để **loại** *ra mặt phẳng không chứa M*

B2: Tính IM và $d(I;(P))$ và kết luận

Câu 35. Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-12z+10=0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là:

A. $4x+3y-12z+78=0.$

B. $4x+3y-12z-78=0$ hoặc $4x+3y-12z+26=0.$

C. $4x+3y-12z-26=0.$

D. $4x+3y-12z+78=0$ hoặc $4x+3y-12z-26=0.$

Hướng dẫn giải:

• Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+3^2+2}=4$

• Gọi (β) là mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α).

• Vì $(\beta)//(\alpha)\Rightarrow(\beta): 4x+3y-12z+D=0$ $(D\neq 10)$

• Mặt phẳng (β) tiếp xúc với mặt cầu (S) $\Leftrightarrow d(I,(\beta))=R\Leftrightarrow \dfrac{|4.1+3.2-12.3+D|}{\sqrt{4^2+3^2+(-12)^2}}=4$

$\Leftrightarrow |D-26|=52\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}D=78\\D=-26\end{array}\right.$ (thỏa điều kiện)

• Vậy phương trình mặt phẳng $(\beta): 4x+3y-12z+78=0$ hoặc $(\beta): 4x+3y-12z-26=0$.

Lựa chọn đáp án **D.**

Lưu ý: *Nếu hình dung phác họa hình học bài toán được thì ta có thể dự đoán được có 2 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu đề bài.*

Câu 36. Cho mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y+1)^2+z^2=14$. Mặt cầu (S) cắt trục Oz tại A và B $(z_A<0)$. Phương trình nào sau đây là phương trình tiếp diện của (S) tại B:

A. $2x-y-3z+9=0.$ **B.** $2x-y-3z-9=0.$

C. $x-2y-z-3=0.$ **D.** $x-2y+z+3=0.$

Hướng dẫn giải:

• Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;0)$

• Vì $A\in Oz\Rightarrow A(0;0;z_A)$ $(z_A<0)$

• $A\in(S)\Rightarrow(0-2)^2+(0+1)^2+{z_A}^2=14\Rightarrow {z_A}^2=9\Rightarrow z_A=-3$

Nên mặt cầu (S) cắt trục Oz tại $A(0;0;-3)$ và $B(0;0;3)$

Gọi (α) là tiếp diện của mặt cầu (S) tại B.

• Mặt phẳng (α) qua $B(0;0;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{IB}=(-2;1;3)$

• Vậy phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2x-y-3z+9=0$.

Lựa chọn đáp án **A.**

Câu 37. Cho 4 điểm $A(3;-2;-2)$, $B(3;2;0)$, $C(0;2;1)$ và $D(-1;1;2)$. Mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là:

A. $(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=\sqrt{14}$.

B. $(x+3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=14$.

C. $(x+3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\sqrt{14}$.

D. $(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=14$.

Hướng dẫn giải:

• Mặt phẳng (BCD) đi qua $B(3;2;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(1;2;3)$

$\Rightarrow (BCD): x+2y+3z-7=0$

• Vì mặt cầu (S) có tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) nên bán kính

$$R=d\left(A,(BCD)\right)=\frac{|3+2.(-2)+3.(-2)-7|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}}=\sqrt{14}.$$

• Vậy phương trình mặt cầu $(S): (x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=14$.

Lựa chọn đáp án **D.**

Câu 38. Cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-2=0$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Oz, bán kính bằng $\frac{2}{\sqrt{14}}$ và tiếp xúc mặt phẳng (P) có phương trình:

A. $x^2+y^2+(z-3)^2=\frac{2}{7}$ hoặc $x^2+y^2+(z-4)^2=\frac{2}{7}$.

B. $x^2+y^2+(z-1)^2=\frac{2}{7}$ hoặc $x^2+y^2+(z+2)^2=\frac{2}{7}$.

C. $x^2+y^2+z^2=\frac{2}{7}$ hoặc $x^2+y^2+(z-4)^2=\frac{2}{7}$.

D. $x^2+y^2+z^2=\frac{2}{7}$ hoặc $x^2+y^2+(z-1)^2=\frac{2}{7}$.

Hướng dẫn giải:

• Vì tâm $I\in Oz \Rightarrow I(0;0;z)$

• Mặt cầu (S) có tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P)

$$\Leftrightarrow d\left(I,(\beta)\right)=R \Leftrightarrow \frac{|2.0+3.0+1.z-2|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}}=\frac{2}{\sqrt{14}}$$

$$\Leftrightarrow |z-2|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=0\Rightarrow I(0;0;0) \\ z=4\Rightarrow I(0;0;4) \end{array}\right.$$

• Vậy phương trình mặt cầu . $(S): x^2+y^2+z^2=\frac{2}{7}$ hoặc $(S): x^2+y^2+(z-4)^2=\frac{2}{7}$.

Lựa chọn đáp án **C.**

Câu 39. Cho đường thẳng $d: \frac{x+5}{2}=\frac{y-7}{-2}=\frac{z}{1}$ và điểm $I(4;1;6)$. Đường thẳng *d* cắt mặt cầu (S) tâm I tại hai điểm *A, B* sao cho $AB=6$. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=18$.

B. $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=12$.

C. $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=16$.

D. $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=9$.

Hướng dẫn giải:

• $\vec{a}=(2;-2;1)$ là vectơ chỉ phương của d.

• Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên d là trung điểm của $AB \Rightarrow HA=3$

• Ta có : $\begin{cases} H\in d \\ \overrightarrow{IH}.\vec{a}=0 \end{cases}$

$H\in d \Rightarrow H(-5+2t;7-2t;t)$

$\Rightarrow \overrightarrow{IH}=(2t-9;6-2t;t-6)$

• $\overrightarrow{IH}.\vec{a}=0 \Leftrightarrow t=4 \Rightarrow \overrightarrow{IH}=(-1;-2;-2) \Rightarrow IH=3$.

Trong ΔIAH vuông tại H có: $IA^2=IH^2+HA^2=9+9=18$

• Vậy $(S): (x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=18$.

Lựa chọn đáp án **A.**

Câu 40. Cho hai mặt phẳng (P), (Q) có phương trình $(P): x-2y+z-1=0$ và $(Q): 2x+y-z+3=0$. Mặt cầu có tâm nằm trên mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt phẳng (Q) tại điểm M, biết rằng M thuộc mặt phẳng (Oxy) và có hoành độ $x_M=1$, có phương trình là:

A. $(x-21)^2+(y-5)^2+(z+10)^2=600$.

B. $(x+19)^2+(y+15)^2+(z-10)^2=600$.

C. $(x-21)^2+(y-5)^2+(z+10)^2=100$.

D. $(x+21)^2+(y+5)^2+(z-10)^2=600$.

Hướng dẫn giải:

• Vì $M\in(Oxy)$ và có hoành độ bằng 1 nên $M(1;y;0)$.

• Lại có, mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Q) nên $M\in(Q) \Rightarrow M(1;-5;0)$.

• Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu (S) cần tìm.

Ta có (S) tiếp xúc với mp (Q) tại M nên $IM\perp(Q)$.

Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;-1)$.

• Ta có: $IM\perp(Q) \Leftrightarrow \overrightarrow{MI}=t\vec{n},\ (t\in\mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} a=1+2t \\ b=-5+t \\ c=-t \end{cases}$

$I \in (P) \Leftrightarrow 1+2t-2(-5+t)-t-1=0 \Leftrightarrow t=10 \Rightarrow I(21;5;-10)$.

Bán kính mặt cầu $R=d(I;(Q))=10\sqrt{6}$.

• Vậy phương trình mặt cầu $(S):(x-21)^2+(y-5)^2+(z+10)^2=600$.

Lựa chọn đáp án **A.**

Câu 41. Cho hai điểm $M(1;0;4)$, $N(1;1;2)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2y-2=0$. Mặt phẳng (P) qua *M, N* và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình:

A. $4x+2y+z-8=0$ hoặc $4x-2y-z+8=0$.

B. $2x+2y+z-6=0$ hoặc $2x-2y-z+2=0$.

C. $2x+2y+z-6=0$.

D. $2x-2y-z+2=0$.

Hướng dẫn giải:

• Ta có mặt cầu (*S*) có tâm $I(1;-1;0)$ và bán kính $R=2$, $\overrightarrow{MN}=(0;1;-2)$

• Gọi $\vec{n}=(A,B,C)$ với $A^2+B^2+C^2>0$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

• Vì (P) qua M, N nên $\vec{n}\perp\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \vec{n}.\overrightarrow{MN}=0 \Leftrightarrow B-2C=0\ (1)$

• Mặt phẳng (P) qua $M(1;0;4)$ và nhận $\vec{n}=(A,B,C)$ là vectơ pháp tuyến nên có phương trình $A(x-1)+B(y-0)+C(z-4)=0 \Leftrightarrow Ax+By+Cz-A-4C=0$.

• Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) $\Leftrightarrow d(I;(P))=R \Leftrightarrow \dfrac{|1.A-1.B+0.C-A-4C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=2$

$\Leftrightarrow |B+4C|=2\sqrt{A^2+B^2+C^2}\ (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow A^2-4C^2=0$ (*)

• Trong (*), nếu $C=0$ thì $A=0$, và từ (1) suy ra $B=0$ (vô lí). Do vậy $C\neq 0$.

Chọn $C=1 \Rightarrow A=\pm 2$.

Với $A=2,\ C=1$, ta có $B=2$. Khi đó $(P):2x+2y+z-6=0$.

Với $A=-2,\ C=1$, ta có $B=2$. Khi đó $(P):2x-2y-z+2=0$.

• Vậy phương trình mặt phẳng $(P):2x+2y+z-6=0$ hoặc $(P):2x-2y-z+2=0$.

Lựa chọn đáp án **B.**

Câu 42. Cho hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+4=0$. Phương trình mặt cầu (S) có bán kính bằng $\dfrac{AB}{6}$ có tâm thuộc đường thẳng AB và (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(x-4)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=\dfrac{1}{3}$.

B. $(x-4)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=\dfrac{1}{3}$ hoặc $(x-6)^2+(y+5)^2+(z-4)^2=\dfrac{1}{3}$.

C. $(x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\dfrac{1}{3}$.

D. $(x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\dfrac{1}{3}$ hoặc $(x+6)^2+(y-5)^2+(z+4)^2=\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải:

• Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;2;-2)=-2(1;-1;1)$. Bán kính mặt cầu là $R=\dfrac{AB}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

• Tâm I của mặt cầu thuộc đường thẳng AB nên tọa độ I có dạng $I(1+t;-2-t;3+t)$

• Ta có: (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\Leftrightarrow d(I;(P))=\dfrac{AB}{6}\Leftrightarrow\dfrac{|t+6|}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-5\\t=-7\end{array}\right.$.

• $t=-5\Rightarrow I(-4;3;-2)$. Mặt cầu (S) có phương trình là $(x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\dfrac{1}{3}$.

• $t=-7\Rightarrow I(-6;5;-4)$. Mặt cầu (S) có phương trình là $(x+6)^2+(y-5)^2+(z+4)^2=\dfrac{1}{3}$.

Lựa chọn đáp án **D.**

Câu 43. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{2}$ và hai mặt phẳng $(P_1):x+2y+2z-2=0$; $(P_2):2x+y+2z-1=0$. Mặt cầu có tâm I nằm trên d và tiếp xúc với 2 mặt phẳng (P_1), (P_2), có phương trình:

A. $(S):\ (x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9.$

B. $(S):\ (x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9$ hoặc $(S):\ \left(x+\dfrac{19}{17}\right)^2+\left(y+\dfrac{16}{17}\right)^2+\left(z+\dfrac{15}{17}\right)^2=\dfrac{9}{289}$.

C. $(S):\ (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9.$

D. $(S):\ (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ hoặc $(S):\ \left(x+\dfrac{19}{17}\right)^2+\left(y-\dfrac{16}{17}\right)^2+\left(z-\dfrac{15}{17}\right)^2=\dfrac{9}{289}$.

Hướng dẫn giải:

• $I\in d\Rightarrow I(2t+1;t+2;2t+3)$

• Mặt cầu tiếp xúc với 2 mặt phẳng $\Leftrightarrow d(I;(P_1))=d(I;(P_2))$

$$\Leftrightarrow|8t+9|=|9t+9|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}8t+9=9t+9\\8t-9=-9t-9\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=\dfrac{-18}{17}\end{array}\right.$$

• $t=0\Rightarrow I(1;2;3);\ R=3\Rightarrow(S):\ (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9.$

• $t=-\dfrac{18}{17}\Rightarrow I\left(-\dfrac{19}{17};\dfrac{16}{17};\dfrac{15}{17}\right);\ R=\dfrac{3}{17}\Rightarrow(S):\ \left(x+\dfrac{19}{17}\right)^2+\left(y-\dfrac{16}{17}\right)^2+\left(z-\dfrac{15}{17}\right)^2=\dfrac{9}{289}.$

Lựa chọn đáp án **D.**

Câu 44. Cho điểm $A(1;3;2)$, đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):2x-2y+z-6=0$. Phương trình mặt cầu (S) đi qua A, có tâm thuộc d đồng thời tiếp xúc với (P) là:

A. $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=4$.

B. $(S):(x+1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=16$ hoặc $(S):\left(x-\dfrac{83}{13}\right)^2+\left(y+\dfrac{87}{13}\right)^2+\left(z+\dfrac{70}{13}\right)^2=\dfrac{13456}{169}$.

C. $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=16$ hoặc $(S):\left(x+\dfrac{83}{13}\right)^2+\left(y-\dfrac{87}{13}\right)^2+\left(z-\dfrac{70}{13}\right)^2=\dfrac{13456}{169}$.

D. $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=16$.

Hướng dẫn giải:

• d có phương trình tham số $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=4-t\\ z=-2t\end{cases}$

• Gọi I là tâm mặt cầu (S), do I thuộc d nên $I(-1+2t;4-t;-2t)$

Theo đề bài, (S) có bán kính $R=IA=d\left(I;(P)\right)$.

$$\Rightarrow\sqrt{(2-2t)^2+(t-1)^2+(2+2t)^2}=\frac{\left|2(-1+2t)-2(4-t)-2t-6\right|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{9t^2-2t+9}=\frac{|4t-16|}{3}\Leftrightarrow 9\left(9t^2-2t+9\right)=(4t-16)^2\Leftrightarrow 65t^2+110t-175=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=-\dfrac{35}{13}\end{array}\right..$$

• Với $t=1\Rightarrow I(1;3;-2), R=4\Rightarrow(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=16$.

• Với $t=-\dfrac{35}{13}\Rightarrow I\left(-\dfrac{83}{13};\dfrac{87}{13};\dfrac{70}{13}\right);R=\dfrac{116}{13}\Rightarrow(S):\left(x+\dfrac{83}{13}\right)^2+\left(y-\dfrac{87}{13}\right)^2+\left(z-\dfrac{70}{13}\right)^2=\dfrac{13456}{169}$.

Lựa chọn đáp án **C.**

Câu 45. Cho mặt phẳng $(P):x-2y-2z+10=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$, $\Delta_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{4}$. Mặt cầu (S) có tâm thuộc Δ_1, tiếp xúc với Δ_2 và mặt phẳng (P), có phương trình:

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$ hoặc $\left(x-\dfrac{11}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{7}{2}\right)^2+\left(z+\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{81}{4}$.

B. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$ hoặc $\left(x+\dfrac{11}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{7}{2}\right)^2+\left(z-\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{81}{4}$.

C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

D. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3$.

Hướng dẫn giải:

- $\Delta_1:\begin{cases}x=2+t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$; Δ_2 đi qua điểm $A(2;0;-3)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_2}=(1;1;4)$.
- Giả sử $I(2+t;t;1-t)\in\Delta_1$ là tâm và R là bán kính của mặt cầu (S).
- Ta có: $\overrightarrow{AI}=(t;t;4-t)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{a_2}\right]=(5t-4;4-5t;0)\Rightarrow d\left(I;\Delta_2\right)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{a_2}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{a_2}\right|}=\dfrac{|5t-4|}{3}$

$d(I,(P))=\dfrac{|2+t-2t-2(1-t)+10|}{\sqrt{1+4+4}}=\dfrac{|t+10|}{3}$.

- (S) tiếp xúc với Δ_2 và $(P)\Leftrightarrow d(I,\Delta_2)=d(I,(P))\Leftrightarrow|5t-4|=|t+10|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{7}{2}\\t=-1\end{array}\right.$.
- Với $t=\dfrac{7}{2}\Rightarrow I\left(\dfrac{11}{2};\dfrac{7}{2};-\dfrac{5}{2}\right)$, $R=\dfrac{9}{2}\Rightarrow(S):\left(x-\dfrac{11}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{7}{2}\right)^2+\left(z+\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{81}{4}$.
- Với $t=-1\Rightarrow I(1;-1;2),R=3\Rightarrow(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

Lựa chọn đáp án **A.**

Câu 46. Cho mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có phương trình lần lượt là $(P):2x+2y+z-m^2+4m-5=0$; $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-6=0$. Giá trị của m để (P) tiếp xúc (S) là:

A. $m=-1$ hoặc $m=5$.
B. $m=1$ hoặc $m=-5$.
C. $m=-1$.
D. $m=5$.

Hướng dẫn giải:

- $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-6=0$ có tâm $I(1;-1;1)$ và bán kính $R=3$.
- (P) tiếp xúc $(S)\Leftrightarrow d\left(I;(P)\right)=R$

$$\Leftrightarrow\frac{\left|2.1+2.(-1)+1.1-m^2+4m-5\right|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=3\Leftrightarrow\left|m^2-4m+4\right|=9$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2-4m+4=9\\m^2-4m+4=-9\end{array}\right.\Leftrightarrow m^2-4m-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=5\end{array}\right..$$

Lựa chọn đáp án **A.**

Câu 47. Cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ và mặt phẳng $(P):x+y-2z+4=0$. Phương trình đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $A(3;-1;1)$ và song song với mặt phẳng (P) là:

A. $\begin{cases}x=3-4t\\y=-1+6t\\z=1+t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=1+4t\\y=-2-6t\\z=-1-t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=3+4t\\y=-1-6t\\z=1-t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+t\\z=1+2t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

• Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1) \Rightarrow \overrightarrow{IA}=(2;1;2)$

• Đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $\left[\begin{array}{l} t=\frac{7}{2} \\ t=-1 \end{array}\right.$ và song song với mặt phẳng (P) nên đường thẳng d có vetto chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{IA}\right]=(4;-6;-1)$

• Vậy phương trình đường thẳng $d:\begin{cases} x=3+4t \\ y=-1-6t \\ z=1-t \end{cases}$.

Lựa chọn đáp án **A.**

Câu 48. Cho điểm $A(2;5;1)$ và mặt phẳng $(P):6x+3y-2z+24=0$, H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P). Phương trình mặt cầu (S) có diện tích 784π và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại H, sao cho điểm A nằm trong mặt cầu là:

A. $(x-8)^2+(y-8)^2+(z+1)^2=196.$ **B.** $(x+8)^2+(y+8)^2+(z-1)^2=196.$

C. $(x+16)^2+(y+4)^2+(z-7)^2=196.$ **D.** $(x-16)^2+(y-4)^2+(z+7)^2=196.$

Hướng dẫn giải:

• Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P). Suy ra $d:\begin{cases} x=2+6t \\ y=5+3t \\ z=1-2t \end{cases}$

• Vì H là hình chiếu vuông góc của A trên (P) nên $H=d\cap(P)$.

Vì $H\in d$ nên $H(2+6t;5+3t;1-2t)$.

• Mặt khác, $H\in(P)$ nên ta có: $6(2+6t)+3(5+3t)-2(1-2t)+24=0 \Leftrightarrow t=-1$

Do đó, $H(-4;2;3)$.

• Gọi I,R lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu.

Theo giả thiết diện tích mặt cầu bằng 784π, suy ra $4\pi R^2=784\pi \Rightarrow R=14$.

Vì mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại H nên $IH\perp(P)\Rightarrow I\in d$.

Do đó tọa độ điểm I có dạng $I(2+6t;5+3t;1-2t)$, với $t\neq -1$.

• Theo giả thiết, tọa độ điểm I thỏa mãn:

$$\begin{cases} d(I,(P))=14 \\ AI<14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{|6(2+6t)+3(5+3t)-2(1-2t)+24|}{\sqrt{6^2+3^2+(-2)^2}}=14 \\ \sqrt{(6t)^2+(3t)^2+(-2t)^2}<14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-3 \end{array}\right. \\ -2<t<2 \end{cases} \Leftrightarrow t=1$$

Do đó: $I(8;8;-1)$.

• Vậy phương trình mặt cầu $(S):(x-8)^2+(y-8)^2+(z+1)^2=196$.

Lựa chọn đáp án **A.**

Câu 49. Cho mặt phẳng $(P): 2x+y-z+5=0$ và các điểm $A(0;0;4)$, $B(2;0;0)$. Phương trình mặt cầu đi qua $O,\ A,\ B$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6.$ **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=6.$

C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=6.$ **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=6.$

Hướng dẫn giải:

• Gọi (S) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R.

• Phương mặt cầu (S) có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$

• (S) qua 3 điểm $O,\ A,\ B$, ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} d=0 \\ -8c+d=-16 \\ -4a+d=-4 \\ \dfrac{|2a+b-c+5|}{\sqrt{4+1+1}}=R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 \\ c=2 \\ a=1 \\ (2+b-2+5)^2=6(1^2+b^2+2^2-0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 \\ c=2 \\ a=1 \\ 5b^2-10b+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=2 \\ d=0 \end{cases}.$$

• Vậy (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6$.

Câu 50. Cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z+2=0$ và điểm $A(2;-3;0)$. Gọi B là điểm thuộc tia Oy sao cho mặt cầu tâm B, tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính bằng 2. Tọa độ điểm B là:

A. $(0;1;0)$. **B.** $(0;-4;0)$. **C.** $(0;2;0)$ hoặc $(0;-4;0)$. **D.** $(0;2;0)$.

Hướng dẫn giải

• Vì B thuộc tia Oy nên $B(0;b;0)$ (với $b>0$)

• Bán kính của mặt cầu tâm B, tiếp xúc với (P) là $R=d(B,(P))=\dfrac{|2b+2|}{3}$.

• Theo giả thiết $R=2 \Leftrightarrow \dfrac{|2b+2|}{3}=2 \Leftrightarrow |2b+2|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2b+2=6 \\ 2b+2=-6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=2 \\ b=-4 \end{array}\right.$.

Do $b>0 \Rightarrow b=2$

• Vậy $B(0;2;0)$.

Lựa chọn đáp án **D.**

Câu 51. Cho hai mặt phẳng $(P): 2x+3y-z+2=0$, $(Q): 2x-y-z+2=0$. Phương trình mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm $A(1;-1;1)$ và có tâm thuộc mặt phẳng (Q) là:

A. $(S): (x+3)^2+(y+7)^2+(z-3)^2=56.$ **B.** $(S): (x-3)^2+(y-7)^2+(z+3)^2=56.$

C. $(S): (x+3)^2+(y+7)^2+(z-3)^2=14.$ **D.** $(S): (x-3)^2+(y-7)^2+(z+3)^2=14.$

Hướng dẫn giải: