K là trung điểm BH,

suy ra $DH \perp AB$ và $DH = a\sqrt{3}$; $OK // DH$ và $OK = \frac{1}{2}DH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $OK \perp AB \Rightarrow AB \perp (SOK)$.

Gọi I là hình chiếu của O lên SK, ta có: $OI \perp SK; AB \perp OI \Rightarrow OI \perp (SAB)$.

$\Rightarrow OI = d\left[O; (SAB)\right]$.

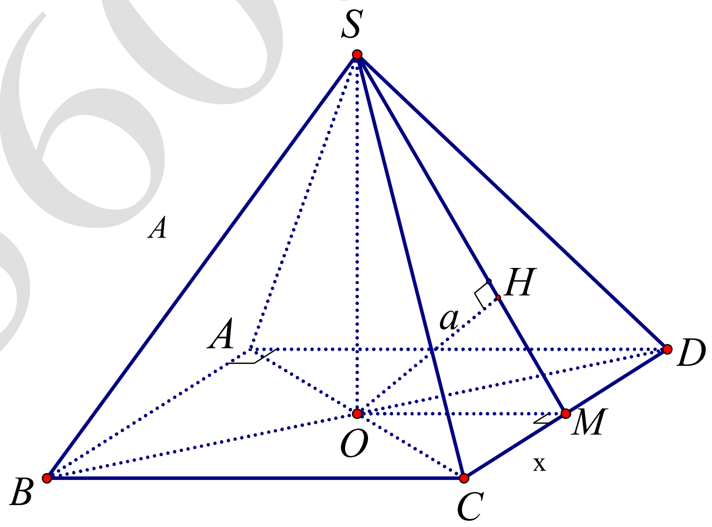
Tam giác SOK vuông tại O, OI là đường cao: $\frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow SO = \frac{a}{2}$.

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABCD}.SO = \frac{1}{3}.4.S_{\Delta ABO}.SO = \frac{1}{3}.4.\frac{1}{2}.OA.OB.SO = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 39. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là giao điểm của AC và BD. Biết mặt bên của hình chóp là tam giác đều và khoảng từ O đến mặt bên là a. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $6a^3\sqrt{3}$. **D.** $8a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi M là trung điểm của CD, trong ΔSOM kẻ đường cao OH.

$\Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow OH = a$.

Đặt $CM = x$. Khi đó $OM = x$, $SM = x\sqrt{3}$,

$SO = \sqrt{SM^2 - x^2} = x\sqrt{2}$.

Ta có: $SM.OH = SO.OM$

$\Leftrightarrow x\sqrt{3}.a = x\sqrt{2}.x \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

$\Rightarrow CD = a\sqrt{6}, SO = a\sqrt{3}$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}.CD^2.SO = \frac{1}{3}.6a^2.a\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 40. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B biết $AB = 2a$. $AD = 3BC = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a biết góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60^0.

A. $2\sqrt{6}a^3$. **B.** $6\sqrt{6}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $6\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải:

Dựng $AM \perp CD$ tại M.

Ta có: $\widehat{SMA} = 60^0$.

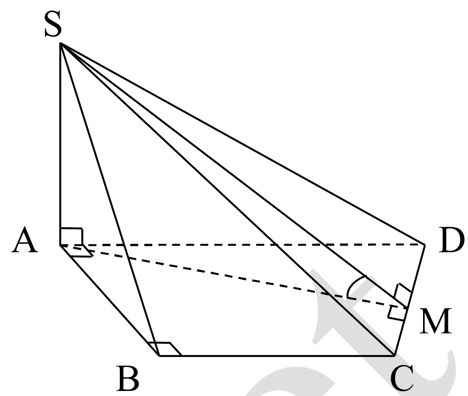
$S_{ABCD} = \dfrac{AD + BC}{2}.AB = 4a^2$

$CD = \sqrt{(AD - BC)^2 + AB^2} = 2a\sqrt{2}$

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.BC = a^2$

$S_{ACD} = S_{ABCD} - S_{ABC} = 3a^2$

$S_{ACD} = \dfrac{1}{2}AM.CD \Rightarrow AM = \dfrac{2S_{ACD}}{CD} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}a$



Ta có: $SA = AM.\tan\widehat{SMA} = \dfrac{3\sqrt{6}}{2}a$. $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = 2\sqrt{6}a^3$.

Câu 41. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B biết $AB = 2a$. $AD = 3BC = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a, biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\dfrac{3\sqrt{6}}{4}a$.

A. $6\sqrt{6}a^3$. **B.** $2\sqrt{6}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $6\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải:

Dựng $AM \perp CD$ tại M.

Dựng $AH \perp SM$ tại H.

Ta có: $AH = \dfrac{3\sqrt{6}}{4}a$.

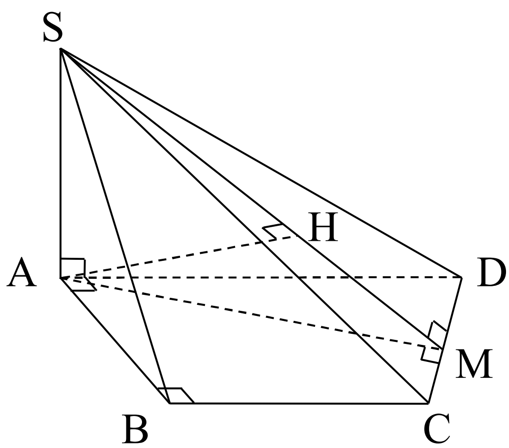
$S_{ABCD} = \dfrac{AD + BC}{2}.AB = 4a^2$

$CD = \sqrt{(AD - BC)^2 + AB^2} = 2a\sqrt{2}$

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.BC = a^2$

$S_{ACD} = S_{ABCD} - S_{ABC} = 3a^2$

$S_{ACD} = \dfrac{1}{2}AM.CD \Rightarrow AM = \dfrac{2S_{ACD}}{CD} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}a$



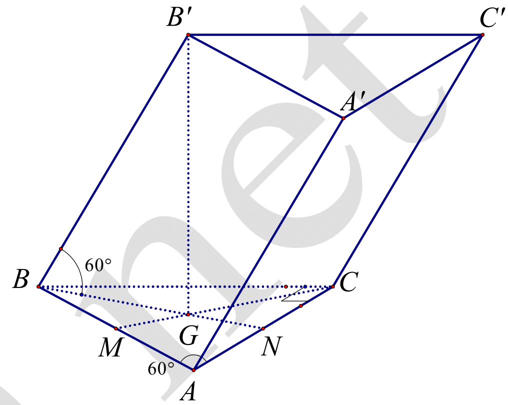
Ta có: $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AM^2} + \dfrac{1}{AS^2} \Rightarrow AS = \dfrac{AH.AM}{\sqrt{AM^2 - AH^2}} = \dfrac{3\sqrt{6}}{2}a$

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = 2\sqrt{6}a^3$

Câu 42. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, góc giữa đường thẳng BB' và (ABC) bằng $60°$, tam giác ABC vuông tại C và góc $\widehat{BAC}=60°$. Hình chiếu vuông góc của điểm B' lên (ABC) trùng với trọng tâm của ΔABC. Thể tích của khối tứ diện $A'.ABC$ theo a bằng

A. $\frac{13a^3}{108}$. **B.** $\frac{7a^3}{106}$. **C.** $\frac{15a^3}{108}$. **D.** $\frac{9a^3}{208}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi M,N là trung điểm của AB,AC và G là trọng tâm của ΔABC.

$B'G\perp(ABC) \Rightarrow \left(\widehat{BB',(ABC)}\right)=\widehat{B'BG}=60^0$.

$V_{A'.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.B'G=\frac{1}{6}.AC.BC.B'G$

Xét $\Delta B'BG$ vuông tại G, có $\widehat{B'BG}=60^0$

$\Rightarrow B'G=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. (nửa tam giác đều)

Đặt $AB=2x$. Trong ΔABC vuông tại C có $\widehat{BAC}=60^0$

$\Rightarrow$ tam giác ABC là nữa tam giác đều $\Rightarrow AC=\frac{AB}{2}=x,\ BC=x\sqrt{3}$

Do G là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow BN=\frac{3}{2}BG=\frac{3a}{4}$.

Trong ΔBNC vuông tại C: $BN^2=NC^2+BC^2$

$$\frac{9a^2}{16}=\frac{x^2}{4}+3x^2 \Leftrightarrow x^2=\frac{9a^2}{52} \Rightarrow x=\frac{3a}{2\sqrt{13}} \Rightarrow \begin{cases} AC=\frac{3a}{2\sqrt{13}} \\ BC=\frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{13}} \end{cases}$$

Vậy, $V_{A'ABC}=\frac{1}{6}.\frac{3a}{2\sqrt{13}}.\frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{9a^3}{208}$.

Câu 43. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, biết đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

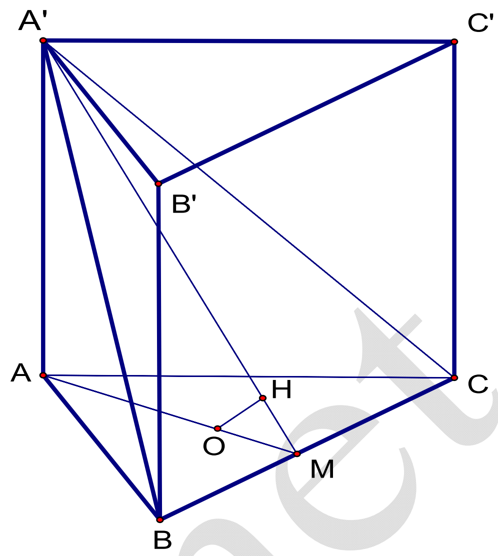
A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi M là trung điểm của BC,
ta có $(A'AM)\perp(A'BC)$ theo giao tuyến $A'M$.
Trong $(A'AM)$ kẻ $OH\perp A'M\ (H\in A'M)$.
$\Rightarrow OH\perp(A'BC)$

Suy ra: $d\left(O,(A'BC)\right)=OH=\dfrac{a}{6}$.

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.



Xét hai tam giác vuông $A'AM$ và OHM có góc $\widehat{M}$ chung nên chúng đồng dạng.

Suy ra: $\dfrac{OH}{A'A}=\dfrac{OM}{A'M}\Rightarrow\dfrac{\frac{a}{6}}{A'A}=\dfrac{\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{A'A^2+AM^2}}\Rightarrow\dfrac{1}{A'A}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{A'A^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}$.

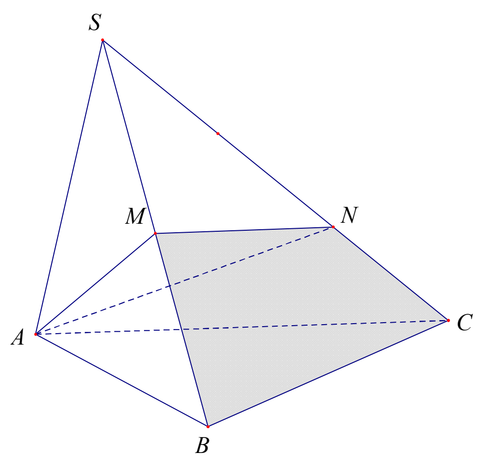
$\Rightarrow A'A=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. Thể tích: $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.A'A=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

VẬN DỤNG CAO

Câu 44. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có M là trung điểm của SB, N là điểm trên cạnh SC sao cho $NS=2NC$. Kí hiệu V_1,V_2 lần lượt là thể tích của các khối chóp $A.BMNC$ và $S.AMN$. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2}{3}$ **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}$ **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=2$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=3$

Hướng dẫn giải



$\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SM}{SB}\cdot\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}$;

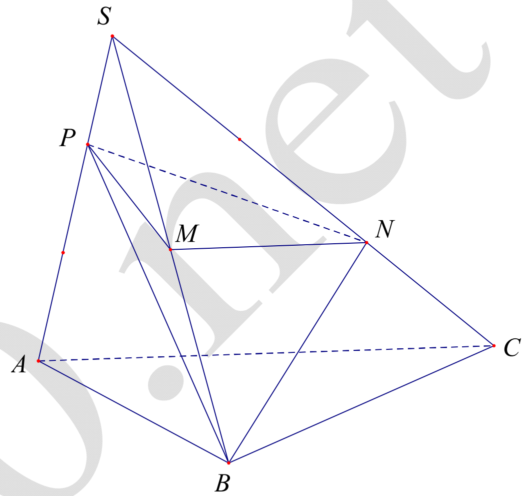
$V_{S.AMN}+V_{A.BMNC}=V_{S.ABC}$.

Suy ra, $\dfrac{V_{A.BMNC}}{V_{S.AMN}}=2$.

Câu 45. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có M là trung điểm của SB, N là điểm trên cạnh SC sao cho $NS = 2NC$, P là điểm trên cạnh SA sao cho $PA = 2PS$. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $BMNP$ và $SABC$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{9}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải



$$\frac{V_{N.BMP}}{V_{C.SAB}} = \frac{\frac{1}{3}\cdot d(N,(SAB))\cdot S_{BMP}}{\frac{1}{3}\cdot d(C,(SAB))\cdot S_{SAB}};$$

$$\frac{d(N,(SAB))}{d(C,(SAB))} = \frac{NS}{CS} = \frac{2}{3},$$

$$S_{BPM} = \frac{1}{2}S_{BPS} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}S_{SAB}$$

Suy ra, $\frac{V_{N.BMP}}{V_{C.SAB}} = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{6} = \frac{1}{9}$.

Câu 46. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng $45°$, M, N và P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB và AB. Tính thể tích V của khối tứ diện $DMNP$.

A. $V = \frac{a^3}{6}$ **B.** $V = \frac{a^3}{4}$ **C.** $V = \frac{a^3}{12}$ **D.** $V = \frac{a^3}{2}$

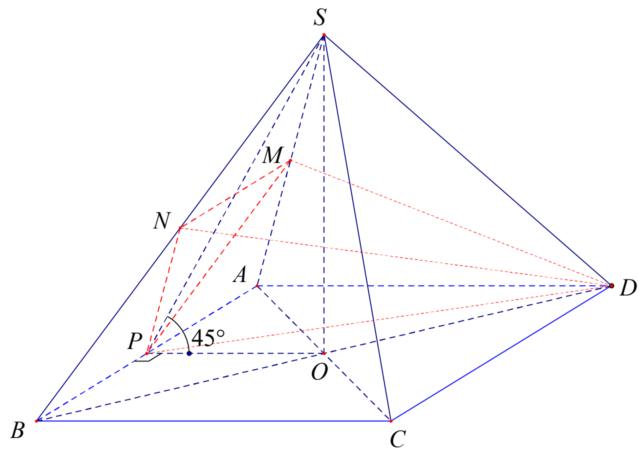
Hướng dẫn giải

Ta có: $\frac{S_{SMN}}{S_{SAB}} = \frac{SM}{SA}\cdot\frac{SN}{SB} = \frac{1}{4}$.

Tương tự, $\frac{S_{BNP}}{S_{SAB}} = \frac{1}{4}, \frac{S_{AMP}}{S_{SAB}} = \frac{1}{4}$.

Suy ra $\frac{S_{MNP}}{S_{SAB}} = \frac{1}{4}$ (có thể khẳng định $\frac{S_{MNP}}{S_{SAB}} = \frac{1}{4}$ nhờ hai tam giác MNP và BAS là hai tam giác đồng dạng với tỉ số $k = \frac{1}{2}$).

Do đó $\frac{V_{D.MNP}}{V_{D.SAB}} = \frac{1}{4}$ (1)



$V_{D.SAB} = V_{S.DAB} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD}$. (2)

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3} OP.\tan 45°.S_{ABCD} = \frac{4a^3}{3}$ (3). Từ (1), (2) và (3): $V_{DMNP} = \frac{1}{4}.\frac{1}{2}.\frac{4a^3}{3} = \frac{a^3}{6}$.

Câu 47. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = 2a$; cạnh bên $AA' = \sqrt{2}a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh AC. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{1}{2}a^3$. **B.** $V = \frac{a^3}{3}$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

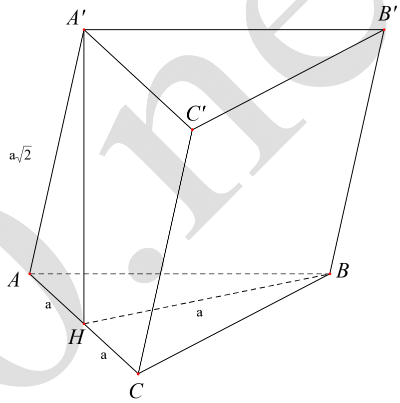
Hướng dẫn giải

Vì ABC là tam giác vuông cân tại B nên trung tuyến BH cũng là đường cao của nó, và

$HB = HA = HC = \frac{1}{2}AC = a$.

$A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a$.

$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = A'H \cdot \frac{1}{2} BH \cdot AC = a^3$



Câu 48. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau. Gọi G_1, G_2, G_3 và G_4 lần lượt là trọng tâm các mặt ABC, ABD, ACD và BCD. Biết $AB = 6a$, $AC = 9a$, $AD = 12a$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$.

A. $4a^3$ **B.** a^3 **C.** $108a^3$ **D.** $36a^3$

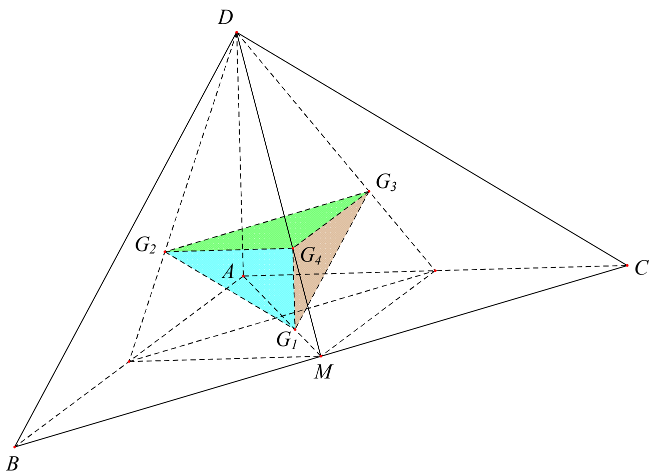
Hướng dẫn giải

Trong trường hợp tổng quát, ta chứng minh được $\boxed{V_{G_1G_2G_3G_4} = \frac{1}{27} V_{ABCD}}$.

Thật vậy, ta có $(G_2G_3G_4) \parallel (CBA)$ và $\triangle G_2G_3G_4) \sim \triangle CBA$ (tỉ số đồng dạng $k = \frac{1}{3}$). Từ đó: $\frac{S_{G_2G_3G_4}}{S_{CBA}} = k^2 = \frac{1}{9}$ và

$d(G_1,(G_2G_3G_4)) = d(G_4,(ABC))$

$= \frac{1}{3} d(D,(ABC))$ (do $G_4M = \frac{1}{3}DM$)



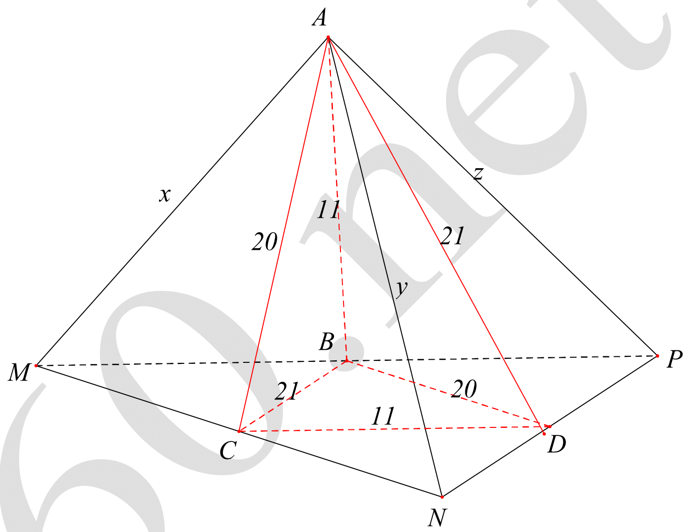
Suy ra $\dfrac{V_{G_1G_2G_3G_4}}{V_{ABCD}}=\dfrac{d(G_1,(G_2G_3G_4))}{d(D,(ABC))}\cdot\dfrac{S_{G_2G_3G_4}}{S_{CBA}}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{9}=\dfrac{1}{27}$

$\Rightarrow V_{G_1G_2G_3G_4}=\dfrac{1}{27}V_{ABCD}=\dfrac{1}{27}\cdot\dfrac{1}{6}.AB.AC.AD=4a^3$

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=11m$, $BC=AD=20m$, $BD=AC=21m$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $360m^3$ **B.** $720m^3$ **C.** $770m^3$ **D.** $340m^3$

Hướng dẫn giải



Dựng tam giác MNP sao cho C, B, D lần lượt là trung điểm các cạnh MN, MP, NP.

Do BD là đường trung bình tam giác MNP nên $BD=\dfrac{1}{2}MN$ hay $AC=\dfrac{1}{2}MN$.

Tam giác AMN vuông tại A (do có trung tuyến bằng một nửa cạnh tương ứng), hay $AM\perp AN$. Tương tự, $AP\perp AN$ và $AM\perp AP$.

Ta có $S_{MBC}=\dfrac{1}{4}S_{MNP}$, $S_{NCD}=\dfrac{1}{4}S_{MNP}$, $S_{BPD}=\dfrac{1}{4}S_{MNP}$. Suy ra $S_{BCD}=\dfrac{1}{4}S_{MNP}$.

Từ đó, $\boxed{V_{ABCD}=\dfrac{1}{4}V_{AMNP}}$. Đặt $x=\dfrac{AM}{m},y=\dfrac{AN}{m},z=\dfrac{AP}{m}$. Ta có $\begin{cases}x^2+y^2=4.20^2\\y^2+z^2=4.21^2\\x^2+z^2=4.11^2\end{cases}$,

suy ra $\begin{cases}x^2=160\\y^2=1440\\z^2=324\end{cases}\Rightarrow\dfrac{1}{6}xyz=1440\Rightarrow V_{ABCD}=\dfrac{1}{4}V_{AMNP}=360m^3$

(AM, AN, AP đôi một vuông góc nên $V_{AMNP}=\dfrac{1}{6}AM.AN.AP$)

$$\boxed{V=\frac{\sqrt{2}}{12}\sqrt{(a^2+b^2-c^2)(a^2-b^2+c^2)(-a^2+b^2+c^2)}}$$

Câu 50. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là vuông; mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\dfrac{3\sqrt{7}a}{7}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{1}{3}a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{2}{3}a^3$. **D.** $V=\dfrac{3a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi H là trung điểm AB, suy ra SH là chiều cao khối chóp đã cho.

Kí hiệu x là độ dài cạnh đáy.

Ta có $SH=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$ và $V_{S.ABCD}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}x^3$.

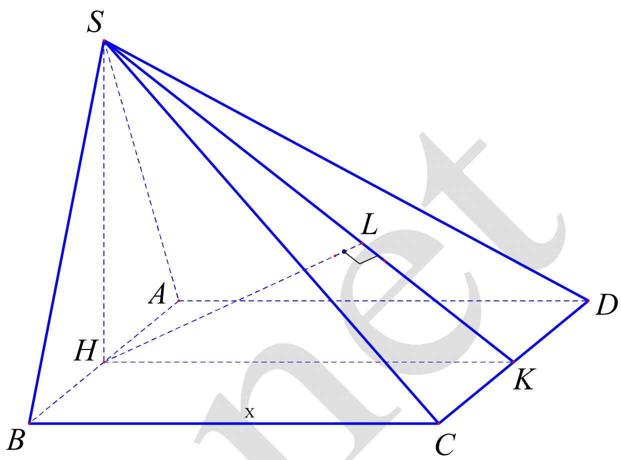
Kẻ $HK\perp CD\,(K\in CD)$;

Kẻ $HL\perp SK$ ($\mathrm{L}\in SK$).

Suy ra $HL\perp(SCD)$ và

$d(A,(SCD))=d(H,(SCD))$

$=HL=\dfrac{HS\cdot HK}{\sqrt{HS^2+HK^2}}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}x$



Theo gt, $\dfrac{\sqrt{21}}{7}x=\dfrac{3\sqrt{7}a}{7}\Rightarrow x=a\sqrt{3}$. Suy ra $V_{S.ABCD}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}x^3=\dfrac{\sqrt{3}}{6}(a\sqrt{3})^3=\dfrac{3}{2}a^3$

Câu 51. Cho tứ diện $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA=2SM$, $SN=2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC. Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α), trong đó, (H_1) chứa điểm S, (H_2) chứa điểm A; V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2). Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{4}{5}$ **B.** $\dfrac{5}{4}$ **C.** $\dfrac{3}{4}$ **D.** $\dfrac{4}{3}$

Hướng dẫn giải

Kí hiệu V là thể tích khối tứ diện $SABC$.

Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của (α) với các đường thẳng BC, AC.

Ta có $NP//MQ//SC$. Khi chia khối (H_1) bởi mặt phẳng (QNC), ta được hai khối chóp $N.SMQC$ và $N.QPC$.

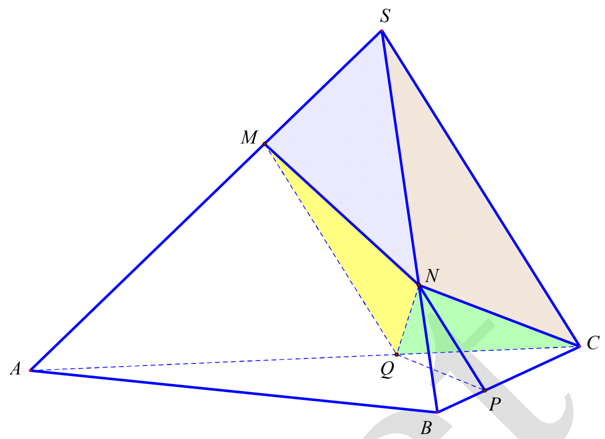
Ta có: $\dfrac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}=\dfrac{d(N,(SAC))}{d(\mathrm{B},(SAC))}\cdot\dfrac{S_{SMQC}}{S_{SAC}}$;

$\dfrac{d(N,(SAC))}{d(\mathrm{B},(SAC))}=\dfrac{NS}{BS}=\dfrac{2}{3}$;

$\dfrac{S_{AMQ}}{S_{ASC}}=\left(\dfrac{AM}{AS}\right)^2=\dfrac{4}{9}\Rightarrow\dfrac{S_{SMQC}}{S_{ASC}}=\dfrac{5}{9}$.

Suy ra $\dfrac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{5}{9}=\dfrac{10}{27}$

$$\frac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}}=\frac{d(N,(QPC))}{d(S,(ABC))}\cdot\frac{S_{QPC}}{S_{ABC}}$$
$$=\frac{NB}{SB}\cdot\frac{CQ}{CA}\cdot\frac{CP}{CB}==\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$$



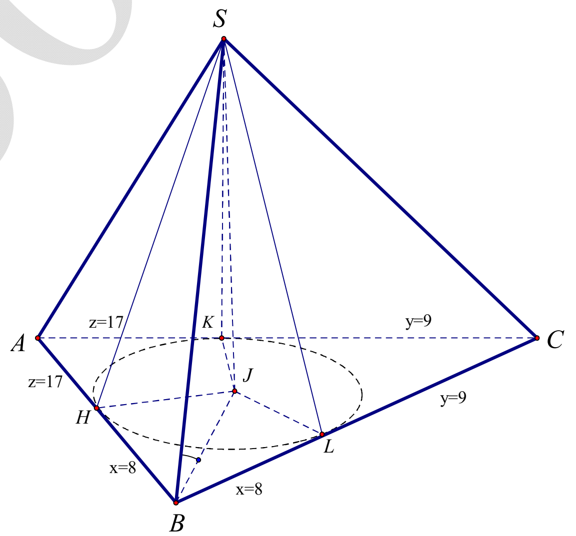
$$\frac{V_1}{V}=\frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}+\frac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}}=\frac{10}{27}+\frac{2}{27}=\frac{4}{9}\Rightarrow\frac{V_1}{V_1+V_2}=\frac{4}{9}\Rightarrow 5V_1=4V_2\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{4}{5}$$

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABC$ có chân đường cao nằm trong tam giác ABC; các mặt phẳng (SAB), (SAC) và (SBC) cùng tạo với mặt phẳng (ABC) các góc bằng nhau. Biết $AB=25$, $BC=17$, $AC=26$; đường thẳng SB tạo với mặt đáy một góc bằng $45°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=408$. **B.** $V=680$. **C.** $V=578$. **D.** $V=600$.

Hướng dẫn giải

Gọi J là chân đường cao của hình chóp $S.ABC$; H, K và L lần lượt là hình chiếu của J trên các cạnh AB, BC và CA. Suy ra, $\widehat{SHJ}$, $\widehat{SLJ}$ và $\widehat{SKJ}$ lần lượt là góc tạo bởi mặt phẳng (ABC) với các mặt phẳng (SAB), (SBC) và (SAC). Theo giả thiết, ta có $\widehat{SHJ}=\widehat{SLJ}=\widehat{SKJ}$, suy ra các tam giác vuông SJH, SJL và SJK bằng nhau. Từ đó, $JH=JL=JK$. Mà J nằm trong tam giác ABC nên J là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

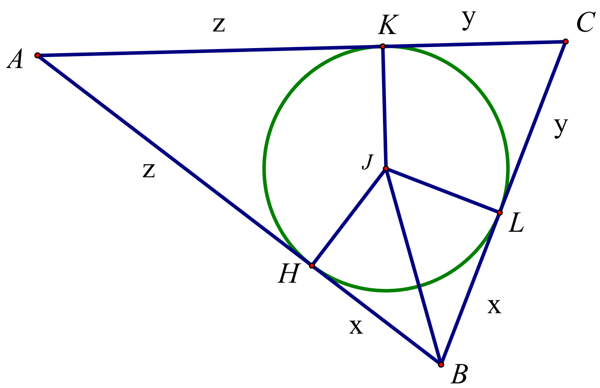


Áp dụng công thức Hê-rông, ta tính được diện tích S của tam giác ABC là $S=204$.

Kí hiệu p là nửa chu vi tam giác ABC, r là bán kính đường tròn nội tiếp của ABC. Ta có $r=\frac{S}{p}=\frac{204}{34}=6$. Đặt $x=BH=BL$,

$y=CL=CK$,

$z=AH=AK$.



Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=17 \\ x+z=25 \\ y+z=26 \end{cases}$.

Giải ra được $(x;y;z)=(8;9;17)$

$JB=\sqrt{JH^2+BH^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$.

Ta có $\widehat{SBJ}=(\widehat{SB,(ABC)})=45°$, suy ra SJB là tam giác vuông cân tại J. $SJ=JB=10$.

Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}SJ.S_{ABC}=680$