

Hướng dẫn giải

Cho 2 số phức z, z' thỏa mãn phần thực của z bằng phần ảo của z' và phần ảo của z bằng phần thực của z' suy ra z, z' đối xứng nhau qua đường phân giác $y = x$. Mà tập hợp của các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x + 2y - 3 = 0$ thì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z' là đường thẳng $2x + y - 3 = 0 \Rightarrow$ **Vậy đáp án B**

Câu 25. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z sao cho $z^2 = |z|^2$ là:

- A. Góc tọa độ. B. Trục hoành.
 C. Trục tung và trục hoành. D. Trục tung.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(a, b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có : } z^2 = |z|^2 \Rightarrow (a + bi)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 2b^2 - 2abi = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2b^2 = 0 \\ -2ab = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

\Rightarrow Tập hợp các điểm M là trục tung. **Đáp án D**

Câu 26. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z|=1$ và phần ảo của z bằng 1 là:

- A. Giao điểm của đường tròn tâm O , bán kính $R=1$ và đường thẳng $x=1$.
 B. Đường tròn tâm O , bán kính $R=1$.
 C. Giao điểm của đường tròn tâm O , bán kính $R=1$ và đường thẳng $y=1$.
 D. Đường thẳng $y=1$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(a, b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

. Ta có: $\begin{cases} |z|=1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow$ Tập hợp các điểm biểu diễn là giao điểm của đường tròn tâm O , bán kính $R=1$ và đường thẳng $y=1$. \Rightarrow **Đáp án C**

Câu 27. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| = |z - \bar{z}|$ là hai đường thẳng d_1, d_2 . Giao điểm M của 2 đường thẳng d_1, d_2 có tọa độ là:

- A. $(0, 0)$. B. $(1, 1)$. C. $(1, 2)$. D. $(0, 3)$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có : } |z + \bar{z}| = |z - \bar{z}| \Leftrightarrow |2x| = |2yi| \Rightarrow y = \pm x \Rightarrow M(0, 0) \Rightarrow \text{Đáp án A}$$

Câu 28. Trong mặt phẳng phức Oxy , giả sử M là điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2 + z| > |z - 2|$. Tập hợp những điểm M là ?

- A. Nửa mặt phẳng ở bên dưới trục Ox . B. Nửa mặt phẳng ở bên trái trục Oy .
 C. Nửa mặt phẳng ở bên trên trục Ox . D. Nửa mặt phẳng ở bên phải trục Oy .

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Gọi $A(-2;0)$ là điểm biểu diễn số phức -2

Gọi $B(2;0)$ là điểm biểu diễn số phức 2

Ta có : $|2+z| > |z-2| \Leftrightarrow MA > MB \Rightarrow M$ thuộc nửa mặt phẳng ở bên phải trục ảo Oy

Vậy đáp án D

Câu 29. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho z^2 là số thực âm là:

A. Trục Ox .

B. Trục Ox trừ gốc tọa độ.

C. Trục Oy .

D. Trục Oy trừ gốc tọa độ.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(a,b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có: z^2 là số thực âm $\Rightarrow (a + bi)^2$ là số thực âm. Mà $z^2 = (a^2 - b^2) + 2abi$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2ab = 0 \\ a^2 - b^2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ a^2 - b^2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0; -b^2 < 0 \\ b = 0; a^2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases} \Rightarrow M(0; b) \text{ với } b \neq 0 \Rightarrow \text{Tập hợp}$$

điểm M là trục Oy trừ gốc tọa độ \Rightarrow **Đáp án D.**

Câu 30. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho $|z-2| < 1$ là:

A. Một hình tròn.

B. Một đường tròn.

C. Một hình vuông.

D. Một parabol

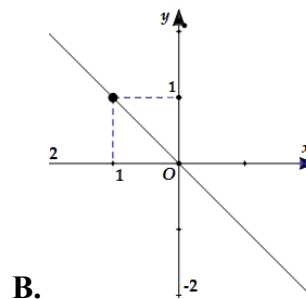
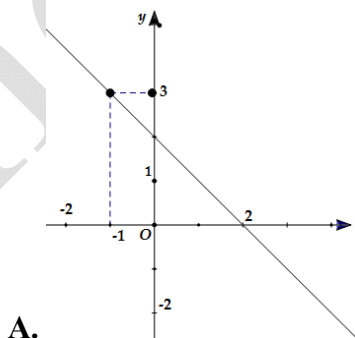
Hướng dẫn giải

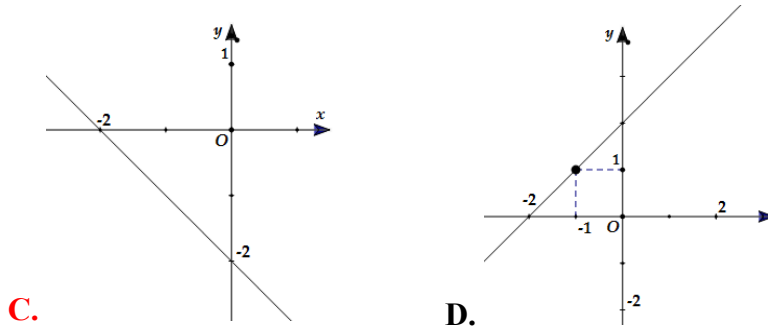
Gọi $M(a,b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có: $|z-2| < 1 \Rightarrow |a + bi - 2| < 1 \Rightarrow (a-2)^2 + b^2 < 1 \Rightarrow$ **Đáp án A.**

VẬN DỤNG THẤP

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+i| = |\bar{z}+1-2i|$, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức là hình:





Hướng dẫn giải

Gọi số phức $z = x + yi$ có điểm biểu diễn là $M(x, y)$ trên mặt phẳng tọa độ

Theo đề bài ta có: $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 3i| \Leftrightarrow |x - 1 + (y + 1)i| = |x + 1 + (-y - 3)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x+1)^2 + (-y-3)^2}$$

$$\Leftrightarrow -4x - 4y - 8 = 0 \Leftrightarrow y = -x - 2$$

Vậy tập hợp các điểm $M(x, y)$ biểu diễn số phức z theo yêu cầu của đề bài là đường thẳng $y = -x - 2$

Nhìn vào đồ thị (Sử dụng phương trình đoạn chắn) ta viết ra được phương trình đường thẳng của các đáp án

A. $y = -x - 2$

B. $y = -x$

C. $y = -x + 2$

D. $y = x + 2$

Vậy **Đáp án C**

Ở câu này học sinh cần phải nhớ lại các dạng phương trình đường thẳng và cách viết phương trình đường thẳng nhanh nhất khi nhìn vào đồ thị (có thể sử dụng phương trình đoạn chắn hoặc phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm)

Câu 32. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện:

$$|z + \bar{z} + 3| = 4$$

A. Đường thẳng $x = -\frac{7}{2}$.

B. Đường thẳng $x = \frac{13}{2}$.

C. Hai đường thẳng $x = -\frac{7}{2}$ với $\left(x < -\frac{3}{2}\right)$, đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ với $\left(x \geq -\frac{3}{2}\right)$.

D. Đường thẳng $x = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ trong mặt phẳng phức $(x, y \in \mathbb{R})$.

Theo đề bài ta có : $|z + \bar{z} + 3| = 4 \Leftrightarrow |x + yi + x - yi + 3| = 4 \Leftrightarrow |2x + 3| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} & \left(x \geq -\frac{3}{2} \right) \\ x = -\frac{7}{2} & \left(x < -\frac{3}{2} \right) \end{cases}$

Vậy tập hợp điểm $M(x, y)$ cần tìm là đường thẳng $x = -\frac{7}{2}$ với $\left(x < -\frac{3}{2} \right)$ và đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ với $\left(x \geq -\frac{3}{2} \right)$

Đáp án C

Ở câu này học sinh có thể biến đổi sai để có kết quả là đáp án B hoặc kết luận không đúng tập hợp điểm M dẫn đến đáp án C hoặc D

Câu 33. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z + i| = |z - i|$.

- A. Trục Oy . B. Trục Ox . C. $y = x$. D. $y = -x$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ trong mặt phẳng phức ($x, y \in R$).

Theo đề bài ta có $|z + i| = |z - i| \Leftrightarrow |x + (y+1)i| = |x + (y-1)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y+1)^2} = \sqrt{x^2 + (y-1)^2} \Leftrightarrow y = 0$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường thẳng $y = 0$ hay trục Ox

Vậy chọn Đáp án B.

HS dễ mắc sai lầm và cho $y = 0$ là trục Oy và chọn đáp án B

Hoặc lúng túng và biến đổi sai dẫn đến chọn đáp án C và D

Câu 34. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|\bar{z} + 1 - i| \leq 1$.

- A. Đường tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính $R = 1$.
 B. Hình tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 1$.
 C. Hình tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính $R = 1$ (kể cả những điểm nằm trên đường tròn).
 D. Đường tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 1$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ trên mặt phẳng phức ($x, y \in R$).

Theo đề bài ta có $|\bar{z} + 1 - i| \leq 1 \Leftrightarrow |(x+1) + (-y-1)i| \leq 1$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} \leq 1 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 \leq 1$ (Hình tròn tâm $I(-1; -1)$ bán kính $R = 1$ và kể cả đường tròn đó)

Đáp án C.

Trong câu này hs dễ nhầm trong quá trình xác định tọa độ tâm đường tròn và hay quên dấu bằng xảy ra.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z+i}{z-i}$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là:

- A. Đường tròn tâm O , bán kính $R = 1$.
- B. Hình tròn tâm O , bán kính $R = 1$ (kể cả biên).
- C. Hình tròn tâm O , bán kính $R = 1$ (không kể biên).
- D.** Đường tròn tâm O , bán kính $R = 1$ bỏ đi một điểm $(0,1)$

Hướng dẫn giải

Gọi $M(a,b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

Ta có:
$$\frac{z+i}{z-i} = \frac{a+(b+1)i}{a+(b-1)i} = \frac{a^2+b^2-1}{a^2+(b-1)^2} + \frac{2a}{a^2+(b-1)^2}i$$

Để $\frac{z+i}{z-i}$ là số thuần ảo thì $\frac{a^2+b^2-1}{a^2+(b-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=1 \\ a^2+(b-1)^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=1 \\ a \neq 0, b \neq 1 \end{cases}$

$\frac{a^2+b^2-1}{a^2+(b-1)^2} = 0 \Rightarrow a^2+b^2-1=0 \Rightarrow a^2+b^2=1 \Rightarrow$ Tập hợp các điểm M là đường tròn tâm O , bán

kính $R = 1 \Rightarrow$ **Đáp án D.**

Cách 2: Sử dụng Casio:

Mode 2 (CMPLX), nhập $\frac{A+Bi+i}{A+Bi-i} \cdot |A+Bi-i|^2$. CALC A = 1000, B = 100.

Ra kết quả: $1009999 + 2000i = (1000^2 + 100^2 - 1) + (2 \cdot 1000)i = (a^2 + b^2 - 1) + 2ai$

*Chú ý đối với cách 2 câu này chỉ loại được 2 đáp án và học sinh có thể chọn ngay đáp án D
Nên nhớ Casio chỉ dùng khi các em đã hiểu và làm thành thạo ở cách 1*

Câu 36. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+2|=|i-z|$ là đường thẳng d . Khoảng cách từ gốc O đến đường thẳng d bằng bao nhiêu ?

- A.** $d(O,d) = \frac{3\sqrt{5}}{10}$.
- B.** $d(O,d) = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.
- C.** $d(O,d) = \frac{3\sqrt{5}}{20}$.
- D.** $d(O,d) = \frac{\sqrt{5}}{10}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x,y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ trên mặt phẳng phức ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $|z+2|=|i-z| \Leftrightarrow |x+2+yi|=|-x+i(1-y)|$.

$\Leftrightarrow (x+2)^2 + y^2 = x^2 + (1-y)^2 \Leftrightarrow 4x + 2y + 3 = 0$

$\Rightarrow d(O,d) = \frac{3\sqrt{5}}{10}$

Cách 2: Sử dụng Casio:

Mode 2, nhập $|A+Bi+2|^2 - |i-(A+Bi)|^2$. CALC A = 1000, B = 100

Ra kết quả $4203 = 4 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 3 = 4x + 2y + 3$. Suy ra $d: 4x + 2y + 3 = 0$