

A.  $M = 1 - 2\cos^2 a$ .                                      B.  $M = 1 - 2\sin^2 a$ .

C.  $M = \cos 4a$ .    D.  $M = \sin 4a$ .

**Câu 23.** Rút gọn  $M = \cos(a+b)\cos(a-b) + \sin(a+b)\sin(a-b)$ .

A.  $M = 1 - 2\sin^2 b$ .                                      B.  $M = 1 + 2\sin^2 b$ .

C.  $M = \cos 4b$ .    D.  $M = \sin 4b$ .

**Câu 24.** Giá trị nào sau đây của  $x$  thỏa mãn  $\sin 2x \cdot \sin 3x = \cos 2x \cdot \cos 3x$  ?

A.  $18^\circ$ .                              B.  $30^\circ$ .                              C.  $36^\circ$ .                              D.  $45^\circ$ .

**Câu 25.** Đẳng thức nào sau đây đúng:

A.  $\cot a + \cot b = \frac{\sin(b-a)}{\sin a \cdot \sin b}$ .                                      B.  $\cos^2 a = \frac{1}{2}(1 + \cos 2a)$ .

C.  $\sin(a+b) = \frac{1}{2}\sin 2(a+b)$ .                                      D.  $\tan(a+b) = \frac{\sin(a+b)}{\cos a \cdot \cos b}$ .

**Câu 26.** Chọn công thức đúng trong các công thức sau:

A.  $\sin a \cdot \sin b = -\frac{1}{2}[\cos(a+b) - \cos(a-b)]$ .

B.  $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$ .

C.  $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan a}$ .

D.  $\cos 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$ .

**Câu 27.** Rút gọn  $M = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ .

A.  $M = \sqrt{2} \sin x$ .    B.  $M = -\sqrt{2} \sin x$ .    C.  $M = \sqrt{2} \cos x$ .    D.  $M = -\sqrt{2} \cos x$ .

**Câu 28.** Tam giác  $ABC$  có  $\cos A = \frac{4}{5}$  và  $\cos B = \frac{5}{13}$ . Khi đó  $\cos C$  bằng

A.  $\frac{56}{65}$ .                              B.  $-\frac{56}{65}$ .                              C.  $\frac{16}{65}$ .                              D.  $\frac{33}{65}$ .

**Câu 29.** Cho  $A, B, C$  là ba góc nhọn thỏa mãn  $\tan A = \frac{1}{2}$ ,  $\tan B = \frac{1}{5}$ ,  $\tan C = \frac{1}{8}$ . Tổng  $A+B+C$  bằng

A.  $\frac{\pi}{6}$ .                              B.  $\frac{\pi}{5}$ .                              C.  $\frac{\pi}{4}$ .                              D.  $\frac{\pi}{3}$ .

**Câu 30.** Cho  $A, B, C$  là các góc của tam giác  $ABC$ . Khi đó  $P = \sin A + \sin B + \sin C$  tương đương với:

A.  $P = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$ .                                      B.  $P = 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$ .

C.  $P = 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$ .                                      D.  $P = 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$ .

**Câu 31.** Cho  $A, B, C$  là các góc của tam giác  $ABC$ . Khi đó  $P = \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C$  tương đương với:

A.  $P = 4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$ .                                      B.  $P = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$ .

C.  $P = -4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$ .                                      D.  $P = -4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$ .

**Câu 32.** Cho  $A, B, C$  là các góc của tam giác  $ABC$  (không phải tam giác vuông). Khi đó

$P = \tan A + \tan B + \tan C$  tương đương với :

A.  $P = \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$ .                                      B.  $P = -\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$ .

C.  $P = -\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$ .

D.  $P = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$ .

**Câu 33.** Cho  $A, B, C$  là các góc của tam giác  $ABC$ .

Khi đó  $P = \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2}$  tương đương với:

A.  $P = 1$ .

B.  $P = -1$ .

C.  $P = \left( \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} \right)^2$ .

D. Đáp án khác.

**Câu 34.** Trong  $\triangle ABC$ , nếu  $\frac{\sin B}{\sin C} = 2 \cos A$  thì  $\triangle ABC$  là tam giác có tính chất nào sau đây?

A. Cân tại  $B$ .B. Cân tại  $A$ .C. Cân tại  $C$ .D. Vuông tại  $B$ .

**Câu 35.** Trong  $\triangle ABC$ , nếu  $\frac{\tan A}{\tan C} = \frac{\sin^2 A}{\sin^2 C}$  thì  $\triangle ABC$  là tam giác gì?

A. Tam giác vuông.

B. Tam giác cân.

C. Tam giác đều.

D. Tam giác vuông hoặc cân.

#### Vấn đề 4. TÍNH BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

**Câu 36.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  và  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ . Tính  $P = \sin 2(\alpha + \pi)$ .

A.  $P = -\frac{24}{25}$ .

B.  $P = \frac{24}{25}$ .

C.  $P = -\frac{12}{25}$ .

D.  $P = \frac{12}{25}$ .

**Câu 37.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  và  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ . Tính  $P = \frac{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$ .

A.  $P = -\frac{2\sqrt{5}}{3}$ .

B.  $P = \frac{3}{2}$ .

C.  $P = -\frac{3}{2}$ .

D.  $P = \frac{2\sqrt{5}}{3}$ .

**Câu 38.** Biết  $\sin(\pi - \alpha) = -\frac{3}{5}$  và  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Tính  $P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$ .

A.  $P = -\frac{3}{5}$ .

B.  $P = \frac{3}{5}$ .

C.  $P = \frac{-4 - 3\sqrt{3}}{10}$ .

D.  $P = \frac{4 - 3\sqrt{3}}{10}$ .

**Câu 39.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ . Tính  $P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ .

A.  $P = \frac{11}{100}$ .

B.  $P = -\frac{11}{100}$ .

C.  $P = \frac{7}{25}$ .

D.  $P = \frac{10}{11}$ .

**Câu 40.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ . Tính  $P = \cos 4\alpha$ .

A.  $P = \frac{527}{625}$ .

B.  $P = -\frac{527}{625}$ .

C.  $P = \frac{524}{625}$ .

D.  $P = -\frac{524}{625}$ .

**Câu 41.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$  và  $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$ . Tính  $P = \sin \alpha - \cos \alpha$ .

A.  $P = \frac{3}{\sqrt{5}}$ .

B.  $P = -\frac{3}{\sqrt{5}}$ .

C.  $P = \frac{\sqrt{5}}{3}$ .

D.  $P = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ .

**Câu 42.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\sin 2\alpha = \frac{2}{3}$ . Tính  $P = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ .

A.  $P = 1$ .      B.  $P = \frac{17}{81}$ .      C.  $P = \frac{7}{9}$ .      D.  $P = \frac{9}{7}$ .

**Câu 43.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$  và  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ . Tính  $P = \tan 2\alpha$ .

A.  $P = -\frac{120}{119}$ .      B.  $P = -\frac{119}{120}$ .      C.  $P = \frac{120}{119}$ .      D.  $P = \frac{119}{120}$ .

**Câu 44.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cos 2\alpha = -\frac{2}{3}$ . Tính  $P = (1 + 3\sin^2 \alpha)(1 - 4\cos^2 \alpha)$ .

A.  $P = 12$ .      B.  $P = \frac{21}{2}$ .      C.  $P = 6$ .      D.  $P = 21$ .

**Câu 45.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cos \alpha = \frac{3}{4}$  và  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ . Tính  $P = \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ .

A.  $P = \frac{3 + \sqrt{21}}{8}$ .      B.  $P = \frac{3 - \sqrt{21}}{8}$ .      C.  $P = \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{7}}{8}$ .      D.  $P = \frac{3\sqrt{3} - \sqrt{7}}{8}$ .

**Câu 46.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$  và  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Tính  $P = \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ .

A.  $P = -\frac{1}{7}$ .      B.  $P = \frac{1}{7}$ .      C.  $P = -7$ .      D.  $P = 7$ .

**Câu 47.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cos 2\alpha = -\frac{4}{5}$  và  $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ . Tính  $P = \cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ .

A.  $P = \frac{\sqrt{2}}{10}$ .      B.  $P = -\frac{\sqrt{2}}{10}$ .      C.  $P = -\frac{1}{5}$ .      D.  $P = \frac{1}{5}$ .

**Câu 48.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$  và  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Tính  $P = \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{3\alpha}{2}$ .

A.  $P = -\frac{39}{50}$ .      B.  $P = \frac{49}{50}$ .      C.  $P = -\frac{49}{50}$ .      D.  $P = \frac{39}{50}$ .

**Câu 49.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cot\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) = 2$ . Tính  $P = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ .

A.  $P = \frac{1}{2}$ .      B.  $P = -\frac{1}{2}$ .      C.  $P = 3$ .      D.  $P = 4$ .

**Câu 50.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cot \alpha = 15$ . Tính  $P = \sin 2\alpha$ .

A.  $P = \frac{11}{113}$ .      B.  $P = \frac{13}{113}$ .      C.  $P = \frac{15}{113}$ .      D.  $P = \frac{17}{113}$ .

**Câu 51.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$  và  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Tính  $P = \tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2}$ .

A.  $P = 2\sqrt{19}$ .      B.  $P = -2\sqrt{19}$ .      C.  $P = \sqrt{19}$ .      D.  $P = -\sqrt{19}$ .

**Câu 52.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$  và  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ . Tính  $P = \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}$ .

A.  $P = \sqrt{5}$ .      B.  $P = -\sqrt{5}$ .      C.  $P = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ .      D.  $P = \frac{\sqrt{5}}{5}$ .

**Câu 53.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\tan \alpha = -2$ . Tính  $P = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 4\alpha + 1}$ .

A.  $P = \frac{10}{9}$ .      B.  $P = \frac{9}{10}$ .      C.  $P = -\frac{10}{9}$ .      D.  $P = -\frac{9}{10}$ .

**Câu 54.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\tan \alpha + \cot \alpha < 0$  và  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ . Tính  $P = \sin 2\alpha$ .

- A.  $P = \frac{4\sqrt{6}}{25}$ .      B.  $P = -\frac{4\sqrt{6}}{25}$ .      C.  $P = \frac{2\sqrt{6}}{25}$ .      D.  $P = -\frac{2\sqrt{6}}{25}$ .

**Câu 55.** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  và  $\sin \alpha + 2 \cos \alpha = -1$ . Tính  $P = \sin 2\alpha$ .

- A.  $P = \frac{24}{25}$ .      B.  $P = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ .      C.  $P = -\frac{24}{25}$ .      D.  $P = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$ .

**Câu 56.** Biết  $\sin a = \frac{5}{13}$ ;  $\cos b = \frac{3}{5}$ ;  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ ;  $0 < b < \frac{\pi}{2}$ . Hãy tính  $\sin(a+b)$ .

- A.  $\frac{56}{65}$ .      B.  $\frac{63}{65}$ .      C.  $-\frac{33}{65}$ .      D. 0.

**Câu 57.** Nếu biết rằng  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$  ( $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ),  $\cos \beta = \frac{3}{5}$  ( $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ) thì giá trị đúng của biểu thức  $\cos(\alpha - \beta)$  là

- A.  $\frac{16}{65}$ .      B.  $-\frac{16}{65}$ .      C.  $\frac{18}{65}$ .      D.  $-\frac{18}{65}$ .

**Câu 58.** Cho hai góc nhọn  $a; b$  và biết rằng  $\cos a = \frac{1}{3}$ ;  $\cos b = \frac{1}{4}$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ .

- A.  $-\frac{113}{144}$ .      B.  $-\frac{115}{144}$ .      C.  $-\frac{117}{144}$ .      D.  $-\frac{119}{144}$ .

**Câu 59.** Nếu  $a, b$  là hai góc nhọn và  $\sin a = \frac{1}{3}$ ;  $\sin b = \frac{1}{2}$  thì  $\cos 2(a+b)$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{7-2\sqrt{6}}{18}$ .      B.  $\frac{7+2\sqrt{6}}{18}$ .      C.  $\frac{7+4\sqrt{6}}{18}$ .      D.  $\frac{7-4\sqrt{6}}{18}$ .

**Câu 60.** Cho  $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}$  và thỏa mãn  $\tan \alpha = \frac{1}{7}$ ,  $\tan \beta = \frac{3}{4}$ . Góc  $\alpha + \beta$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{\pi}{3}$ .      B.  $\frac{\pi}{4}$ .      C.  $\frac{\pi}{6}$ .      D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 61.** Cho  $x, y$  là các góc nhọn và dương thỏa mãn  $\cot x = \frac{3}{4}$ ,  $\cot y = \frac{1}{7}$ . Tổng  $x+y$  bằng

- A.  $\frac{\pi}{4}$ .      B.  $\frac{3\pi}{4}$ .      C.  $\frac{\pi}{3}$ .      D.  $\pi$ .

**Câu 62.** Nếu  $\alpha, \beta, \gamma$  là ba góc nhọn thỏa mãn  $\tan(\alpha + \beta) \cdot \sin \gamma = \cos \gamma$  thì

- A.  $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{4}$ .      B.  $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{3}$ .      C.  $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$ .      D.  $\alpha + \beta + \gamma = \frac{3\pi}{4}$ .

**Câu 63.** Biết rằng  $\tan a = \frac{1}{2}$  ( $0 < a < 90^\circ$ ) và  $\tan b = -\frac{1}{3}$  ( $90^\circ < b < 180^\circ$ ) thì biểu thức  $\cos(2a-b)$  có giá trị bằng

- A.  $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ .      B.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$ .      C.  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ .      D.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

**Câu 64.** Nếu  $\sin a - \cos a = \frac{1}{5}$  ( $135^\circ < a < 180^\circ$ ) thì giá trị của biểu thức  $\tan 2a$  bằng

- A.  $-\frac{20}{7}$ .      B.  $\frac{20}{7}$ .      C.  $\frac{24}{7}$ .      D.  $-\frac{24}{7}$ .

**Câu 65.** Nếu  $\tan(a+b) = 7$ ,  $\tan(a-b) = 4$  thì giá trị đúng của  $\tan 2a$  là

- A.  $-\frac{11}{27}$ .      B.  $\frac{11}{27}$ .      C.  $-\frac{13}{27}$ .      D.  $\frac{13}{27}$ .

**Câu 66.** Nếu  $\sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta$  với  $\alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ,  $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + l\pi$ , ( $k, l \in \mathbb{Z}$ ) thì

- A.  $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \alpha$ .      B.  $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \beta$ .  
C.  $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$ .      D.  $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha$ .

**Câu 67.** Nếu  $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$  và  $\cot \alpha + \cot \gamma = 2 \cot \beta$  thì  $\cot \alpha \cdot \cot \gamma$  bằng

- A.  $\sqrt{3}$ .      B.  $-\sqrt{3}$ .      C. 3.      D. -3.

**Câu 68.** Nếu  $\tan \alpha$  và  $\tan \beta$  là hai nghiệm của phương trình  $x^2 + px + q = 0$  ( $q \neq 1$ ) thì  $\tan(\alpha + \beta)$  bằng

- A.  $\frac{p}{q-1}$ .      B.  $-\frac{p}{q-1}$ .      C.  $\frac{2p}{1-q}$ .      D.  $-\frac{2p}{1-q}$ .

**Câu 69.** Nếu  $\tan \alpha$ ;  $\tan \beta$  là hai nghiệm của phương trình  $x^2 - px + q = 0$  ( $p, q \neq 0$ ). Và  $\cot \alpha$ ;  $\cot \beta$  là hai nghiệm của phương trình  $x^2 - rx + s = 0$  thì tích  $P = rs$  bằng

- A.  $pq$ .      B.  $\frac{p}{q^2}$ .      C.  $\frac{1}{pq}$ .      D.  $\frac{q}{p^2}$ .

**Câu 70.** Nếu  $\tan \alpha$  và  $\tan \beta$  là hai nghiệm của phương trình  $x^2 - px + q = 0$  ( $q \neq 0$ ) thì giá trị biểu thức  $P = \cos^2(\alpha + \beta) + p \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta) + q \sin^2(\alpha + \beta)$  bằng:

- A.  $p$ .      B.  $q$ .      C. 1.      D.  $\frac{p}{q}$ .

### Vấn đề 5. RÚT GỌN BIỂU THỨC

**Câu 71.** Rút gọn biểu thức  $M = \tan x - \tan y$ .

- A.  $M = \tan(x - y)$ .      B.  $M = \frac{\sin(x + y)}{\cos x \cdot \cos y}$ .  
C.  $M = \frac{\sin(x - y)}{\cos x \cdot \cos y}$ .      D.  $M = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$ .

**Câu 72.** Rút gọn biểu thức  $M = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ .

- A.  $M = \sin 2\alpha$ .      B.  $M = \cos 2\alpha$ .      C.  $M = -\cos 2\alpha$ .      D.  $M = -\sin 2\alpha$ .

**Câu 73.** Chọn đẳng thức đúng.

- A.  $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \sin a}{2}$ .      B.  $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \sin a}{2}$ .  
C.  $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \cos a}{2}$ .      D.  $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \cos a}{2}$ .

**Câu 74.** Gọi  $M = \frac{\sin(y-x)}{\sin x \cdot \sin y}$  thì

- A.  $M = \tan x - \tan y$ .      B.  $M = \cot x - \cot y$

C.  $M = \cot y - \cot x$ .

D.  $M = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\sin y}$ .

**Câu 75.** Gọi  $M = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$  thì

A.  $M = 2 \cos 2x (\cos x + 1)$ .

B.  $M = 4 \cos 2x \left( \frac{1}{2} + \cos x \right)$ .

C.  $M = \cos 2x (2 \cos x - 1)$ .

D.  $M = \cos 2x (2 \cos x + 1)$ .

**Câu 76.** Rút gọn biểu thức  $M = \frac{\sin 3x - \sin x}{2 \cos^2 x - 1}$ .

A.  $\tan 2x$

B.  $\sin x$ .

C.  $2 \tan x$ .

D.  $2 \sin x$ .

**Câu 77.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{2 \cos^2 x + \cos x - 1}$ .

A.  $\cos x$ .

B.  $2 \cos x - 1$ .

C.  $2 \cos x$ .

D.  $\cos x - 1$ .

**Câu 78.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\tan \alpha - \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} + \cos 2\alpha$ .

A. 0.

B.  $2 \cos^2 x$ .

C. 2.

D.  $\cos 2x$ .

**Câu 79.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{1 + \sin 4\alpha - \cos 4\alpha}{1 + \sin 4\alpha + \cos 4\alpha}$ .

A.  $\sin 2\alpha$ .

B.  $\cos 2\alpha$ .

C.  $\tan 2\alpha$ .

D.  $\cot 2\alpha$ .

**Câu 80.** Biểu thức  $A = \frac{3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}$  có kết quả rút gọn bằng:

A.  $-\tan^4 \alpha$ .

B.  $\tan^4 \alpha$ .

C.  $-\cot^4 \alpha$ .

D.  $\cot^4 \alpha$ .

**Câu 81.** Khi  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  thì biểu thức  $A = \frac{\sin^2 2\alpha + 4 \sin^4 \alpha - 4 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{4 - \sin^2 2\alpha - 4 \sin^2 \alpha}$  có giá trị bằng:

A.  $\frac{1}{3}$ .

B.  $\frac{1}{6}$ .

C.  $\frac{1}{9}$ .

D.  $\frac{1}{12}$ .

**Câu 82.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\sin 2\alpha + \sin \alpha}{1 + \cos 2\alpha + \cos \alpha}$ .

A.  $\tan \alpha$ .

B.  $2 \tan \alpha$ .

C.  $\tan 2\alpha + \tan \alpha$ .

D.  $\tan 2\alpha$ .

**Câu 83.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{1 - \sin a - \cos 2a}{\sin 2a - \cos a}$ .

A. 1.

B.  $\tan \alpha$ .

C.  $\frac{5}{2}$ .

D.  $2 \tan \alpha$ .

**Câu 84.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\sin x + \sin \frac{x}{2}}{1 + \cos x + \cos \frac{x}{2}}$  được:

A.  $\tan \frac{x}{2}$ .

B.  $\cot x$ .

C.  $\tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - x \right)$ .

D.  $\sin x$ .

**Câu 85.** Rút gọn biểu thức  $A = \sin \alpha \cdot \cos^5 \alpha - \sin^5 \alpha \cdot \cos \alpha$ .

A.  $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$ .

B.  $-\frac{1}{2} \sin 4\alpha$ .

C.  $\frac{3}{4} \sin 4\alpha$ .

D.  $\frac{1}{4} \sin 4\alpha$ .

---

**Vấn đề 6. TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT**

**Câu 86.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  và nhỏ nhất  $m$  của biểu thức  $P = 3 \sin x - 2$ .

- A.  $M = 1, m = -5$ .                      B.  $M = 3, m = 1$ .  
C.  $M = 2, m = -2$ .                      D.  $M = 0, m = -2$ .

**Câu 87.** Cho biểu thức  $P = -2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 2$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $P \geq -4, \forall x \in \mathbb{R}$ .                      B.  $P \geq 4, \forall x \in \mathbb{R}$ .  
C.  $P \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .                      D.  $P \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 88.** Biểu thức  $P = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin x$  có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 89.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  và nhỏ nhất  $m$  của biểu thức  $P = \sin^2 x + 2 \cos^2 x$ .

- A.  $M = 3, m = 0$ .                      B.  $M = 2, m = 0$ .                      C.  $M = 2, m = 1$ .                      D.  $M = 3, m = 1$ .

**Câu 90.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = 8 \sin^2 x + 3 \cos 2x$ . Tính  $T = 2M - m^2$ .

- A.  $T = 1$ .                      B.  $T = 2$ .                      C.  $T = 112$ .                      D.  $T = 130$ .

**Câu 91.** Cho biểu thức  $P = \cos^4 x + \sin^4 x$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $P \leq 2, \forall x \in \mathbb{R}$ .                      B.  $P \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ .                      C.  $P \leq \sqrt{2}, \forall x \in \mathbb{R}$ .                      D.  $P \leq \frac{\sqrt{2}}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 92.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  và nhỏ nhất  $m$  của biểu thức  $P = \sin^4 x - \cos^4 x$ .

- A.  $M = 2, m = -2$ .                      B.  $M = \sqrt{2}, m = -\sqrt{2}$ .  
C.  $M = 1, m = -1$ .                      D.  $M = 1, m = \frac{1}{2}$ .

**Câu 93.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  và nhỏ nhất  $m$  của biểu thức  $P = \sin^6 x + \cos^6 x$ .

- A.  $M = 2, m = 0$ .                      B.  $M = 1, m = \frac{1}{2}$ .                      C.  $M = 1, m = \frac{1}{4}$ .                      D.  $M = \frac{1}{4}, m = 0$ .

**Câu 94.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  và nhỏ nhất  $m$  của biểu thức  $P = 1 - 2|\cos 3x|$ .

- A.  $M = 3, m = -1$ .                      B.  $M = 1, m = -1$ .                      C.  $M = 2, m = -2$ .                      D.  $M = 0, m = -2$ .

**Câu 95.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của biểu thức  $P = 4 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

- A.  $M = \sqrt{2}$ .                      B.  $M = \sqrt{2} - 1$ .                      C.  $M = \sqrt{2} + 1$ .                      D.  $M = \sqrt{2} + 2$ .

**ĐÁP ÁN:**

**Câu 1.** Theo SGK cơ bản trang 134 ở dòng 2, ta **chọn D**.

**Câu 2.** Theo SGK cơ bản trang 134 ở dòng 6, ta **chọn B**.

**Câu 3.** Theo SGK cơ bản trang 134 ở dòng cuối, ta **chọn D**.

**Câu 4.** Theo SGK cơ bản trang 135, mục 2, ta **chọn D**.

**Câu 5.** Theo SGK cơ bản trang 135, mục 3, ta **chọn D**.

**Câu 6.** Cung có độ dài bằng bán kính (nửa đường kính) thì có số đo bằng 1 rad. **Chọn D**.

**Câu 7.**  $\pi$  rad tương ứng với  $180^\circ$ . **Chọn C**.

**Câu 8.** Ta có  $\pi$  rad tương ứng với  $180^\circ$ .

Suy ra 1 rad tương ứng với  $x^\circ$ . Vậy  $x = \frac{180.1}{\pi}$ . **Chọn D**.

**Câu 9.** Áp dụng công thức  $\alpha = \frac{a.\pi}{180}$  với  $\alpha$  tính bằng radian,  $a$  tính bằng độ. **Chọn C**.

**Câu 10.** Áp dụng công thức  $\alpha = \frac{a.\pi}{180}$  với  $\alpha$  tính bằng radian,  $a$  tính bằng độ.

Trong trường hợp này là  $3a \rightarrow \alpha = \frac{3a.\pi}{180} = \frac{a.\pi}{60}$ . **Chọn A**.

**Câu 11. Cách 1.** Áp dụng công thức  $\alpha = \frac{a.\pi}{180}$  với  $\alpha$  tính bằng radian,  $a$  tính bằng độ.

Ta có  $\alpha = \frac{a.\pi}{180} = \frac{70\pi}{180} = \frac{7\pi}{18}$ . **Chọn C**.

**Cách 2.** Bấm máy tính:

Bước 1. Bấm q w 4 để chuyển về chế độ radian.

Bước 2. Bấm 70 x = q B 1 = . Màn hình hiện ra kết quả bất ngờ.

**Câu 12.** Tương tự như câu trên. **Chọn A**.

**Câu 13.** Áp dụng công thức  $\alpha = \frac{a.\pi}{180}$  với  $\alpha$  tính bằng radian,  $a$  tính bằng độ.

Trước tiên ta đổi  $45^\circ 32' = \left(45 + \frac{32}{60}\right)^\circ$ .

Áp dụng công thức, ta được  $\alpha = \frac{\left(45 + \frac{32}{60}\right).\pi}{180} = 0,7947065861$ . **Chọn C**.

**Cách 2.** Bấm máy tính:

Bước 1. Bấm q w 4 để chuyển về chế độ radian.

Bước 2. Bấm 45 x 32 x = q B 1 = . Màn hình hiện ra kết quả bất ngờ.

**Câu 14. Cách 1.** Áp dụng công thức  $\alpha = \frac{a.\pi}{180}$  với  $\alpha$  tính bằng radian,  $a$  tính bằng độ.

Trước tiên ta đổi  $40^\circ 25' = \left(40 + \frac{25}{60}\right)^\circ$ .

Áp dụng công thức, ta được  $\alpha = \frac{\left(40 + \frac{25}{60}\right).\pi}{180} = \frac{97\pi}{432} = 0,705403906$ . **Chọn D**.



**Cách 2.** Bấm máy tính:

Bước 1. Bấm q w 4 để chuyển về chế độ radian.

Bước 2. Bấm  $40 \times 25 \times =$  q B 1 = n. Màn hình hiện ra kết quả bất ngờ.

**Câu 15.** Tương tự như câu trên. **Chọn A.**

**Câu 16. Cách 1.** Từ công thức  $\alpha = \frac{a \cdot \pi}{180} \longrightarrow a = \left( \frac{\alpha \cdot 180}{\pi} \right)^0$  với  $\alpha$  tính bằng radian,  $a$  tính bằng độ.

$$\text{Ta có } a = \left( \frac{\alpha \cdot 180}{\pi} \right)^0 = \left( \frac{\pi \cdot 180}{12 \cdot \pi} \right)^0 = 15^0. \text{ Chọn A.}$$

**Cách 2.** Bấm máy tính:

Bước 1. Bấm qw3 để chuyển về chế độ độ, phút, giây.

Bước 2. Bấm (qLP12)qB2=.

Màn hình hiện ra kết quả bất ngờ.

**Câu 17.** Ta có  $a = \left( \frac{\alpha \cdot 180}{\pi} \right)^0 = \left( \frac{-3\pi \cdot 180}{16 \cdot \pi} \right)^0 = \left( -\frac{135}{4} \right)^0 = -33^0 45'. \text{ Chọn C.}$

**Cách 2.** Bấm máy tính:

Bước 1. Bấm qw3 để chuyển về chế độ độ, phút, giây.

Bước 2. Bấm (z3qLP16)qB2=nx.

**Câu 18.** Ta có  $a = \left( \frac{\alpha \cdot 180}{\pi} \right)^0 = \left( \frac{-5 \cdot 180}{\pi} \right)^0 = -286^0 28' 44''. \text{ Chọn B.}$

**Cách 2.** Bấm máy tính:

Bước 1. Bấm qw3 để chuyển về chế độ độ, phút, giây.

Bước 2. Bấm z 5 qB2=x.

**Câu 19.** Tương tự như câu trên. **Chọn D.**

**Câu 20.** Tương tự như câu trên. **Chọn C.**

**Câu 21.** Từ công thức  $l = R\alpha \longrightarrow l$  là  $\alpha$  tỷ lệ nhau. **Chọn A.**

**Câu 22.** Áp dụng công thức  $l = R\alpha = 20 \cdot \frac{\pi}{16} \approx 3,93\text{cm. Chọn A.}$

**Câu 23.** Ta có  $l = \alpha R = 1,5 \cdot 20 = 30 \text{ cm. Chọn A.}$

**Câu 24.** Cung có số đo  $35^0$  thì có số đo radian là  $\alpha = \frac{a\pi}{180} = \frac{35\pi}{180} = \frac{7\pi}{36}$ .

$$\text{Bán kính đường tròn } R = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm.}$$

$$\text{Suy ra } l = \alpha R = \frac{7\pi}{36} \cdot 10 \approx 6,11 \text{ cm. Chọn B.}$$

**Câu 25.** Ta có  $l = \alpha R \Leftrightarrow \alpha = \frac{l}{R} = \frac{40}{20} = \frac{2}{3} \approx 0,67 \text{ rad. Chọn B.}$

**Câu 26.**  $l = \alpha R \Leftrightarrow \alpha = \frac{l}{R} = \frac{2R}{R} = 2 \text{ rad. Chọn B.}$

**Câu 27.** Ta có  $l = \alpha R \Leftrightarrow \alpha = \frac{l}{R} = \frac{\frac{1}{6}\pi R}{R} = \frac{\pi}{6}. \text{ Chọn D.}$

**Câu 28.** Ta có  $l = R\alpha \Leftrightarrow R = \frac{l}{\alpha} = \frac{10}{2,5} = 4$ . **Chọn C.**

**Câu 29.** Trong 2 giây bánh xe đạp quay được  $\frac{2 \cdot 2}{5} = \frac{4}{5}$  vòng tức là quay được cung có độ dài là

$$l = \frac{4}{5} \cdot 2\pi R = \frac{8}{5}\pi R.$$

Ta có  $l = R\alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{l}{R} = \frac{\frac{8}{5}\pi R}{R} = \frac{8}{5}\pi$ . **Chọn A.**

**Câu 30.** 72 răng có chiều dài là  $2\pi R$  nên 10 răng có chiều dài  $l = \frac{10 \cdot 2\pi R}{72} = \frac{5\pi}{18}R$

Theo công thức  $l = R\alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{l}{R} = \frac{\frac{5}{18}\pi R}{R} = \frac{5}{18}\pi$  mà  $a = \frac{180\alpha}{\pi} = \frac{180 \cdot \frac{5}{18}\pi}{\pi} = 50^\circ$ .

**Chọn C.**

**Cách khác:** 72 răng tương ứng với  $360^\circ$  nên 10 răng tương ứng với  $\frac{10 \cdot 360}{72} = 50^\circ$ .

**Câu 31.** Theo đề  $(Ox, Oy) = 1822^\circ 30' \longrightarrow 22^\circ 30' + k \cdot 360^\circ = 1822^\circ 30' \longrightarrow k = 5$ .

**Chọn D.**

**Câu 32.** Ta có  $10\pi < \alpha < 11\pi \longrightarrow \frac{19\pi}{2} < k2\pi < \frac{21\pi}{2} \longrightarrow k = 5$ . **Chọn B.**

**Câu 33.** Góc lượng giác  $(OG, OP)$  chiếm  $\frac{1}{4}$  đường tròn. Số đo là  $\frac{1}{4} \cdot 2\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Chọn A.**

**Câu 34.** Vì số đo cung  $AM$  bằng  $45^\circ$  nên  $\widehat{AOM} = 45^\circ$ ,  $N$  là điểm đối xứng với  $M$  qua trục  $Ox$  nên  $\widehat{AON} = 45^\circ$ . Do đó số đo cung  $AN$  bằng  $45^\circ$  nên số đo cung lượng giác  $AN$  có số đo là  $-45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ .

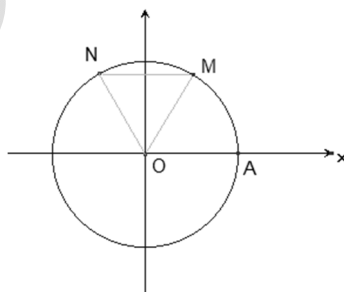
**Chọn D.**

**Câu 35.** Ta có  $\widehat{AOM} = 60^\circ, \widehat{MON} = 60^\circ$

Nên  $\widehat{AON} = 120^\circ$ .

Khi đó số đo cung  $AN$  bằng  $120^\circ$ .

**Chọn A.**

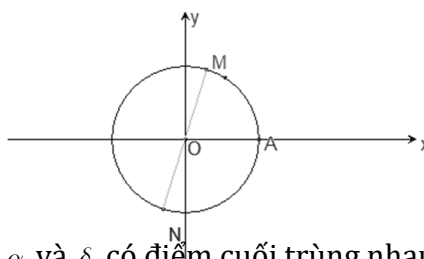


**Câu 36.** Ta có  $\widehat{AOM} = 75^\circ, \widehat{MON} = 180^\circ$

Nên cung lượng giác  $AN$  có số đo bằng

$$-105^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$$

**Chọn D.**



**Câu 37. Cách 1.** Ta có  $\delta - \alpha = 4\pi \Rightarrow$  hai cung  $\alpha$  và  $\delta$  có điểm cuối trùng nhau.

Và  $\gamma - \beta = 8\pi \Rightarrow$  hai cung  $\beta$  và  $\gamma$  có điểm cuối trùng nhau.

**Cách 2.** Gọi  $A, B, C, D$  là điểm cuối của các cung  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

Biểu diễn các cung trên đường tròn lượng giác ta có  $B \equiv C, A \equiv D$ . **Chọn B.**