• Đáp án D. Ta có $\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}=-\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CB}\right)=-\overrightarrow{CA}.$

Chọn C.

Câu 25. Ta có

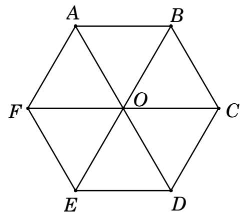
• $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OE}=\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}\right)+\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OE}=\vec{0}.$ Do đo A đúng.

• $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OB}=\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}\right)+\overrightarrow{OB}$

$=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{EB}.$ Do đo B đúng.

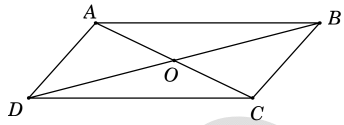
• $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\right)+\overrightarrow{EF}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}\right)+\overrightarrow{EF}$

$=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}.$ Do đó C đúng.



Dùng phương pháp loại trừ, suy ra D sai. **Chọn D.**

Câu 26. Ta có $\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{DO}=-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$. **Chọn B.**

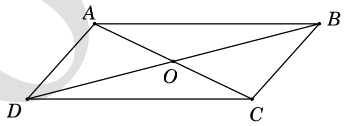


Câu 27. Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}\right)+\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}\right)=\vec{0}.$

• Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ (quy tắc hình bình hành).

• Đáp án C. Ta có $\begin{cases}\left|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{BD}\right|=BD\\ \left|\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}\right|=\left|\overrightarrow{DB}\right|=BD\end{cases}.$



• Đáp án D. Do $\overrightarrow{CD}\neq\overrightarrow{CB}\Rightarrow\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\right)\neq\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}\right).$

Chọn D.

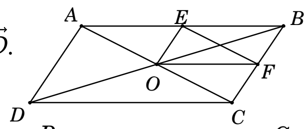
Câu 28.

Ta có OF, OE lần lượt là đường trung bình của tam giác ΔBCD và ΔABC.

$\Rightarrow BEOF$ là hình bình hành.

$\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BO}\Rightarrow\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{BF}-\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{BO}-\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BD}.$

Chọn D.

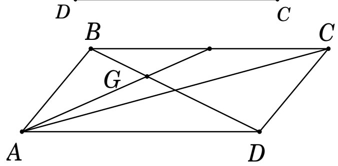


Câu 29.

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên

$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{O}$

$\longrightarrow\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}=-\overrightarrow{GB}.$

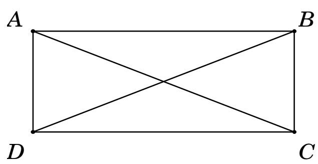


Do đó $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{GD}-\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{BD}.$

Chọn A.

Câu 30.

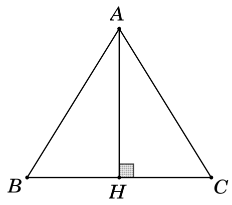
Ta có $\begin{cases}\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{DB}\right|=BD\\ \left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|=AC\end{cases}.$



Mà $BD = AC \longrightarrow \left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}\right| = \left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right|$.

Chọn C.

Câu 31.

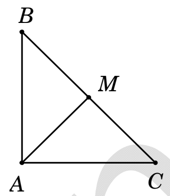


Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow AH \perp BC$.

Suy ra $AH = \dfrac{BC\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta lại có $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right| = \left|2\overrightarrow{AH}\right| = 2.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$. **Chọn A.**

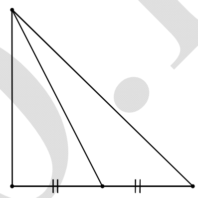
Câu 32.



Gọi M là trung điểm $BC \longrightarrow AM = \dfrac{1}{2}BC$.

Ta có $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right| = \left|2\overrightarrow{AM}\right| = 2AM = BC = a\sqrt{2}$. **Chọn A.**

Câu 33.



Ta có $AB = \sqrt{2} \longrightarrow AC = CB = 1$.

Gọi I là trung điểm $BC \longrightarrow AI = \sqrt{AC^2 + CI^2} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Khi đó

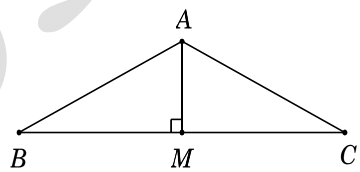
$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI} \longrightarrow \left|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}\right| = 2\left|\overrightarrow{AI}\right| = 2.\dfrac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$.

Chọn A.

Câu 34. Ta có $\left|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{CB}\right| = CB = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. **Chọn C.**

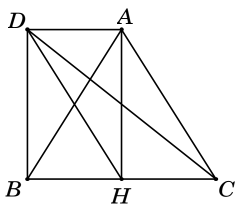
Câu 35. Gọi M là trung điểm $BC \longrightarrow AM \perp BC$.

Trong tam giác vuông AMB, ta có $AM = AB.\sin\widehat{ABM} = a.\sin 30^0 = \dfrac{a}{2}$.



Ta có $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right| = \left|2\overrightarrow{AM}\right| = 2AM = a$. **Chọn B.**

Câu 36. Gọi D là điểm thỏa mãn tứ giác $ACHD$ là hình bình hành



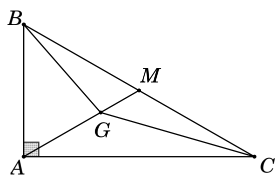
$\Rightarrow AHBD$ là hình chữ nhật.

$\left|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}\right| = \left|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH}\right| = \left|\overrightarrow{CD}\right| = CD$.

Ta có $CD = \sqrt{BD^2 + BC^2} = \sqrt{AH^2 + BC^2} = \sqrt{\dfrac{3a^2}{4} + a^2} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

Chọn D.

Câu 37.

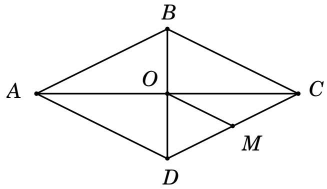


Gọi M là trung điểm của BC.

Ta có $\left|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}\right| = \left|2\overrightarrow{GM}\right| = 2GM$

$= 2.\frac{1}{3}AM = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}BC\right) = \frac{BC}{3} = 4.$ **Chọn D.**

Câu 38. Gọi $O = AC \cap BD$ và M là trung điểm của CD.



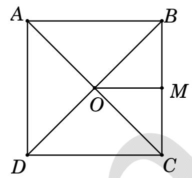
Ta có $\left|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}\right| = 2\left|\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}\right| = 2\left|2\overrightarrow{OM}\right| = 4OM$

$= 4.\frac{1}{2}CD = 2\sqrt{OD^2 + OC^2} = 2\sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} = a\sqrt{5}.$

Chọn C.

Câu 39. Ta có $\left|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}\right| = \left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right| = \left|\overrightarrow{AC}\right| = AC = a\sqrt{2}.$ **Chọn C.**

Câu 40. Gọi M là trung điểm của BC.



Ta có $\left|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right| = 2\left|\overrightarrow{OM}\right| = 2OM = AB = a.$

Chọn A.

Câu 41. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.

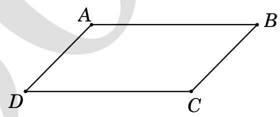
Ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow M \equiv G$. **Chọn D.**

Câu 42. Ta có $\left|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right| = \left|\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}\right| \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{CB}\right| = \left|\overrightarrow{AM}\right| \Rightarrow AM = BC$

Mà A, B, C cố định $\Rightarrow$ Tập hợp điểm M là đường tròn tâm A, bán kính BC.

Chọn C.

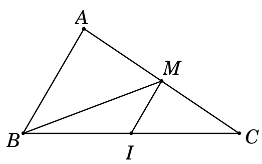
Câu 43. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MA}$



$\Leftrightarrow \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD}$: vô lí

$\Rightarrow$ Không có điểm M thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 44.



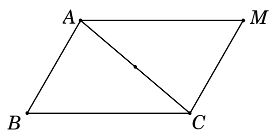
Gọi I là trung điểm của $BC \longrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI}$

$\longrightarrow \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow M$ là trung điểm $AC.$

Chọn A.

Câu 45.

Ta có $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$



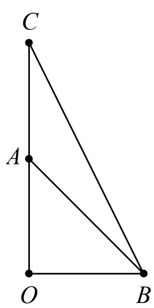
$\longrightarrow MABC$ là hình bình hành

$\longrightarrow \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CB}.$

Do đó D sai. **Chọn D.**

BÀI 3. TÍCH CỦA VECTƠ VỚI MỘT SỐ

Câu 1.



Gọi C là điểm đối xứng của O qua $A \Rightarrow OC = 2a.$

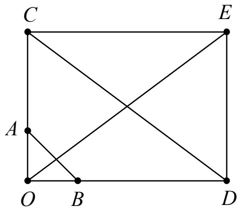
Tam giác OBC vuông tại O, có $BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = a\sqrt{5}.$

Ta có $2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BC}$, suy ra

$\left|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}\right| = \left|\overrightarrow{BC}\right| = a\sqrt{5}.$

Chọn C.

Câu 2. Dựa vào các đáp án, ta có nhận xét sau:



- **A đúng**, gọi C nằm trên tia đối của tia AO sao cho

  $OC = 3OA \Rightarrow 3\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}.$

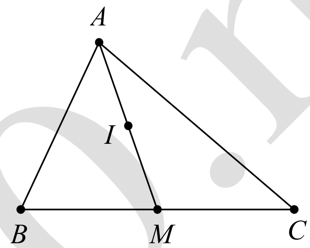
  Và D nằm trên tia đối của tia BO sao cho

  $OD = 4OB \Rightarrow 4\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}.$

  Dựng hình chữ nhật $OCED$ suy ra $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OE}$ (quy tắc hình bình hành).

  Ta có $\left|3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB}\right| = \left|\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}\right| = \left|\overrightarrow{OE}\right| = OE = CD = \sqrt{OC^2 + OD^2} = 5a.$
- **B đúng**, vì $\left|2\overrightarrow{OA}\right| + \left|3\overrightarrow{OB}\right| = 2\left|\overrightarrow{OA}\right| + 3\left|\overrightarrow{OB}\right| = 2a + 3a = 5a.$
- **C sai**, xử lý tương tự như ý đáp án A. **Chọn C.**
- **D đúng**, vì $\left|11\overrightarrow{OA}\right| - \left|6\overrightarrow{OB}\right| = 11\left|\overrightarrow{OA}\right| - 6\left|\overrightarrow{OB}\right| = 11a - 6a = 5a.$

Câu 3.



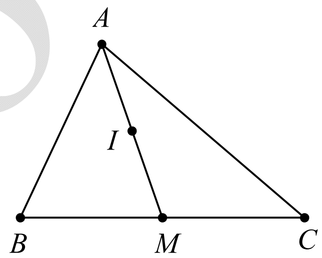
Vì M là trung điểm BC nên $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IM}.$

Mặt khác I là trung điểm AM nên $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IM} = \vec{0}.$

Suy ra $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + 2\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IM} + 2\overrightarrow{IA} = 2\left(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IA}\right) = \vec{0}.$

Chọn B.

Câu 4.



Vì M là trung điểm BC nên

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}.$ (1)

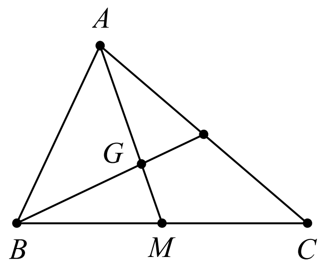
Mặt khác I là trung điểm AM nên

$2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AM}.$ (2)

Từ $(1), (2)$ suy ra $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right).$

Chọn A.

Câu 5.



Vì G là trọng tâm của tam giác ABC

$\longrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}.$

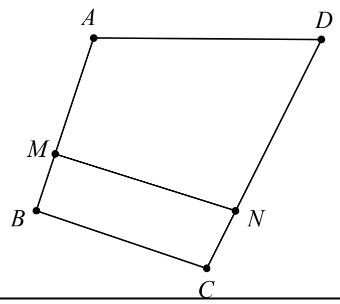
Và M là trung điểm của BC

$\longrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right).$

Do đó $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}.\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right).$

Chọn B.

Câu 6.



Ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN}$ và $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}.$

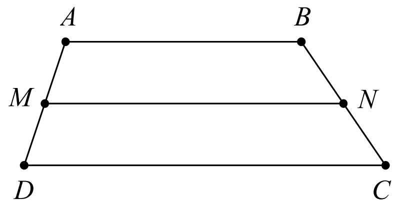
Suy ra $3\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} + 2\left(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}\right)$

$= \left(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right) + \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{BC} + \left(\overrightarrow{DN} + 2\overrightarrow{CN}\right).$

Theo bài ra, ta có $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{DN} + 2\overrightarrow{CN} = \vec{0}.$

Vậy $3\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AD}+2\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow\overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. **Chọn C.**

Câu 7.



Vì M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC

$\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MD}=\vec{0}\\\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CN}=\vec{0}\end{cases}$.

Dựa vào đáp án, ta có nhận xét sau:

- **A đúng**, vì $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{MN}=\left(\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DC}\right)+\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{MN}$.
- **B đúng**, vì $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{BN}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BN}\right)-\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MN}$.
- **C đúng**, vì $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CN}$.

Suy ra $2\overrightarrow{MN}=\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MD}\right)+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}+\left(\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CN}\right)=\vec{0}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}+\vec{0}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$

$\longrightarrow\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)$.

- **D sai**, vì theo phân tích ở đáp án C. **Chọn D.**

Câu 8. Xét các đáp án ta thấy bài toán yêu cần phân tích vectơ $\overrightarrow{DM}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{BC}$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}$.

Và M là trung điểm AB nên $2\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}\Leftrightarrow2\overrightarrow{DM}=2\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}$.

$\Leftrightarrow2\overrightarrow{DM}=-2\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DC}$ suy ra $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{BC}$. **Chọn C.**

Câu 9. Vì N là trung điểm AC nên $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}$.

$\Leftrightarrow2\overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. **Chọn B.**

Câu 10. Ta có $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Chọn A.

Câu 11. Ta có $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AM}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. **Chọn C.**

Câu 12. Ta có $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$. **Chọn C.**

Câu 13. Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AD}=\vec{0}$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\\\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}\end{cases}\longrightarrow2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}+\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AD}\right)=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$

$\longrightarrow\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. **Chọn A.**

Câu 14. Dễ thấy $-10\vec{a}-2\vec{b}=-2\left(5\vec{a}+\vec{b}\right)$

$\longrightarrow$ hai vectơ $5\vec{a}+\vec{b}$, $-10\vec{a}-2\vec{b}$ cùng phương. **Chọn C.**

Câu 15. Gọi I, G lần lượt là trung điểm BC và trọng tâm tam giác ABC.

Vì I là trung điểm BC nên $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MI}$.

Theo bài ra, ta có $\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ suy ra $\overrightarrow{MA}=2\overrightarrow{MI} \Rightarrow A, M, I$ thẳng hàng

Mặt khác G là trọng tâm của tam giác $ABC \longrightarrow G\in AI$.

Do đó, ba điểm A, M, G thẳng hàng. **Chọn C.**

Câu 16. Vì I là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IB}\\ \overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IC}\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\underbrace{\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}}_{\vec{0}}+2\overrightarrow{GI}=2\overrightarrow{GI}$. **Chọn C.**

Câu 17. Vì M là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{MB}\\ \overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{MC}\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\underbrace{\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}}_{\vec{0}}+2\overrightarrow{GM}=2\overrightarrow{GM}$. **Chọn D.**

Câu 18. Vì M là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB}=-\overrightarrow{MC}$. **Chọn C.**

Câu 19. Vì M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC.

Suy ra MN là đường trung bình của tam giác $ABC \longrightarrow MN=\frac{1}{2}BC$.

Mà $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{MN}$ là hai vectơ cùng hướng nên $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{MN}$. **Chọn C.**

Câu 20. Gọi E là trung điểm của $AC \longrightarrow \overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BE}$. (1)

Mà G là trọng tâm của tam giác $ABC \longrightarrow \overrightarrow{BE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BG}$. (2)

Từ $(1), (2)$ suy ra $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=2.\frac{3}{2}\overrightarrow{BG}=3\overrightarrow{BG}$. **Chọn B.**

Câu 21. Từ giả thiết $\overrightarrow{IA}=2\overrightarrow{IB} \Rightarrow B$ là trung điểm của $IA \Rightarrow \overrightarrow{BI}=\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{AB}$.

Lại có $\begin{cases}\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BI}\\ \overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AI}\end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AB}$.

$=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+3\left(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}\right)=-2\overrightarrow{CA}+4\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI}=-\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}$.

Chọn C.

Câu 22. Ta có $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CB}-3\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$.

Chọn C.

Câu 23. Ta có $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=-\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CB}$ (vì $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$). **Chọn C.**

Câu 24. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\\ \overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{BC}+\underbrace{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}}_{\vec{0}}=2\overrightarrow{BC}$. **Chọn A.**

Câu 25. Ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{DA}=\overrightarrow{BC}$

Suy ra điều trên không thể xảy ra vì $\overrightarrow{DA}=-\overrightarrow{BC}$. **Chọn D.**

Câu 26. Ta có $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CA} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{MA}$.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=-\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$. $(*)$

Đẳng thức $(*)$ suy ra M là trọng tâm của tam giác ABC. **Chọn D.**

Câu 27. Ta có $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{BG}-\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}\right)=-\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}$ $\left(\text{do } \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=0\right)$.

Chọn B.

Câu 28. Do $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương nên tồn tại các số thực x, y sao cho

$\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}, \forall M \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}=x\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}\right)+y\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MC}\right)$

$\Leftrightarrow (1-x-y)\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{MB}+y\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow (x+y-1)\overrightarrow{MA}=x\overrightarrow{MB}+y\overrightarrow{MC}.$

Theo bài ra, ta có $\overrightarrow{MA}=x\overrightarrow{MB}+y\overrightarrow{MC}$ suy ra $x+y-1=1 \Leftrightarrow x+y=2.$ **Chọn B.**

Câu 29. Gọi I là tâm của hình chữ nhật $ABCD,$ ta có $\begin{cases}2\overrightarrow{MI}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\\2\overrightarrow{MI}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}\end{cases}, \forall M.$

Do đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=k \Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MI}+2\overrightarrow{MI}\right|=k \Leftrightarrow 4\left|\overrightarrow{MI}\right|=k \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{MI}\right|=\frac{k}{4}.$ $(*)$

Vì I là điểm cố định nên tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $(*)$ là đường tròn tâm $I,$ bán kính $R=\frac{k}{4}.$ **Chọn C.**

Câu 30. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của $AB, CD.$

Khi đó $\begin{cases}\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{ME}\\\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=2\overrightarrow{MF}\end{cases}, \forall M.$

Do đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right| \Leftrightarrow 2\left|\overrightarrow{ME}\right|=2\left|\overrightarrow{MF}\right| \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{ME}\right|=\left|\overrightarrow{MF}\right|.$ $(*)$

Vì E, F là hai điểm cố định nên từ đẳng thức $(*)$ suy ra tập hợp các điểm M là trung trực của đoạn thẳng EF hay chính là trung trực của đoạn thẳng $AD.$ **Chọn B.**

Câu 31. Vì I là trung điểm của AB suy ra $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}.$

Do đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right| \Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MI}\right|=\left|\overrightarrow{BA}\right| \Leftrightarrow MI=\frac{AB}{2}.$ $(*)$

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $(*)$ là đường tròn tâm $I,$ bán kính $R=\frac{AB}{2}.$ **Chọn A.**

Câu 32. Chọn điểm E thuộc đoạn AB sao cho $EB=2EA \Rightarrow 2\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}=\vec{0}.$

Chọn điểm F thuộc đoạn AB sao cho $FA=2FB \Rightarrow 2\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FA}=\vec{0}.$

Ta có

$$\left|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right| \Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{ME}+2\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EB}\right|=\left|2\overrightarrow{MF}+2\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{MF}+\overrightarrow{FA}\right|$$

$$\Leftrightarrow \left|3\overrightarrow{ME}+\underbrace{2\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}}_{\vec{0}}\right|=\left|3\overrightarrow{MF}+\underbrace{2\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}}_{\vec{0}}\right| \Leftrightarrow \left|3\overrightarrow{ME}\right|=\left|3\overrightarrow{MF}\right| \Leftrightarrow ME=MF. \quad (*)$$

Vì E, F là hai điểm cố định nên từ đẳng thức $(*)$ suy ra tập hợp các điểm M là trung trực của đoạn thẳng $EF.$

Gọi I là trung điểm của AB suy ra I cũng là trung điểm của $EF.$

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right|$ là đường trung trực của đoạn thẳng $AB.$

Chọn A.

Câu 33. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, AC. Khi đó $\begin{cases}\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}\\ \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MJ}\end{cases}$.

Theo bài ra, ta có $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right| \Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MI}\right|=\left|2\overrightarrow{MJ}\right| \Leftrightarrow MI=MJ$.

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right|$ là đường trung trực của đoạn thẳng IJ, cũng chính là đường trung trực của đoạn thẳng BC vì IJ là đường trung bình của tam giác ABC. **Chọn A.**

Câu 34. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC.

Ta có $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)+4\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)$.

Chọn điểm I sao cho $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}+4\overrightarrow{IC}=\vec{0} \Leftrightarrow 3\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)+\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IA}=\vec{0}$.

Mà G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=3\overrightarrow{IG}$.

Khi đó $9\overrightarrow{IG}+\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IA}=\vec{0} \Leftrightarrow 9\overrightarrow{IG}+\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IC}=\vec{0} \Leftrightarrow 9\overrightarrow{IG}=\overrightarrow{CA}$. $(*)$

Do đó

$$\left|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right| \Leftrightarrow \left|9\overrightarrow{MI}+2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}+4\overrightarrow{IC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right| \Leftrightarrow 9MI=AB.$$

Vì I là điểm cố định thỏa mãn $(*)$ nên tập hợp các điểm M cần tìm là đường tròn tâm I, bán kính $R=\frac{AB}{9}=\frac{a}{9}$. **Chọn B.**

Câu 35. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC nên G cố định duy nhất và $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

Ta có $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=3 \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}-3\overrightarrow{GM}\right|=3 \Leftrightarrow 3\left|\overrightarrow{GM}\right|=3 \Leftrightarrow GM=1$.

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn tâm G bán kính bằng 1.

Chọn D.

BÀI 4. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

Câu 1. Ta có $\vec{a}=\frac{5}{4}\vec{b} \longrightarrow \vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng. **Chọn A.**

Câu 2. Ta có $\begin{cases}2\vec{a}=(4;-8)\\ -\vec{b}=(5;-3)\end{cases} \longrightarrow \vec{u}=2\vec{a}-\vec{b}=(4+5;-8-3)=(9;-11)$. **Chọn B.**

Câu 3. Ta có $\vec{a}+\vec{b}=(3+(-1);-4+2)=(2;-2)$. **Chọn B.**

Câu 4. Ta có $\vec{a}-\vec{b}=(-1-5;2-(-7))=(-6;9)$. **Chọn C.**

Câu 5. Ta có $\begin{cases}\vec{i}=(1;0)\\ \vec{j}=(0;1)\end{cases} \longrightarrow \vec{i}+\vec{j}=(1;1)$. **Chọn D.**

Câu 6. Ta có $\vec{u}+\vec{v}=(4;4)$ và $\vec{u}-\vec{v}=(2;-8)$.

Xét tỉ số $\frac{4}{-4}\neq\frac{4}{4} \longrightarrow \vec{u}+\vec{v}$ và $\vec{a}=(-4;4)$ không cùng phương. Loại A

Xét tỉ số $\frac{3}{1}\neq\frac{-2}{6} \longrightarrow \vec{u}, \vec{v}$ không cùng phương. Loại B

Xét tỉ số $\frac{2}{6}=\frac{-8}{-24}=\frac{1}{3}>0\longrightarrow \vec{u}-\vec{v}$ và $\vec{b}=(6;-24)$ cùng hướng. **Chọn C.**

Câu 7. Ta có $\begin{cases}\vec{u}=2\vec{i}-\vec{j}\longrightarrow \vec{u}=(2;-1)\\ \vec{v}=\vec{i}+x\vec{j}\longrightarrow \vec{v}=(1;x)\end{cases}.$

Để $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{1}{2}=\frac{x}{-1}\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$. **Chọn B.**

Câu 8. Hai vectơ $\vec{a},\ \vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow -5.x=0.4\longrightarrow x=0$. **Chọn C.**

Câu 9. Ta có $\begin{cases}2\vec{a}=(2x;4)\\ 3\vec{b}=(-15;3)\end{cases}\longrightarrow 2\vec{a}+3\vec{b}=(2x-15;7).$

Để $\vec{c}=2\vec{a}+3\vec{b}\longleftrightarrow \begin{cases}x=2x-15\\ 7=7\end{cases}\longrightarrow x=15$. **Chọn C.**

Câu 10. Ta có $\left.\begin{matrix}k.\vec{a}=(2k;k)\\ h.\vec{b}=(3h;4h)\end{matrix}\right\}\longrightarrow k.\vec{a}+h.\vec{b}=(2k+3h;k+4h).$

Theo đề bài: $\vec{c}=k.\vec{a}+h.\vec{b}\Leftrightarrow \begin{cases}7=2k+3h\\ 2=k+4h\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}k=4,4\\ h=-0,6\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 11. Ta có $\overrightarrow{AB}=(5;6)$. **Chọn C.**

Câu 12. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-2;-1)\\ \overrightarrow{AC}=(-3;-2)\end{cases}\longrightarrow \overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=(-2-(-3);-1-(-2))=(1;1)$. **Chọn B.**

Cách khác: $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}=(1;1)$.

Câu 13. Ta có $\begin{cases}x_I=\frac{2+4}{2}=3\\ y_I=\frac{-3+7}{2}=2\end{cases}\longrightarrow I(3;2)$. **Chọn C.**

Câu 14. Ta có $\begin{cases}x_G=\frac{3+1+5}{3}=3\\ y_G=\frac{5+2+2}{3}=3\end{cases}\longrightarrow G(3;3)$. **Chọn D.**

Câu 15. Gọi $C(x;y)$.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases}\frac{6+(-3)+x}{3}=-1\\ \frac{1+5+y}{3}=1\end{cases}\longleftrightarrow \begin{cases}x=-6\\ y=-3\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 16. Gọi $C(x;y)$.

Vì O là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases}\frac{-2+3+x}{3}=0\\ \frac{2+5+y}{3}=0\end{cases}\longleftrightarrow \begin{cases}x=-1\\ y=-7\end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 17. Vì C thuộc trục $Oy\longrightarrow C$ có hoành độ bằng 0. Loại B.

Trọng tâm G thuộc trục $Ox\longrightarrow G$ có tung độ bằng 0. Xét các đáp án còn lại chỉ có đáp án A thỏa mãn $\frac{y_A+y_B+y_C}{3}=0$. **Chọn A.**

Câu 18. Vì M là trung điểm BC nên $\begin{cases} x_B = 2x_M - x_C = 2.2-(-2)=6 \\ y_B = 2y_M - y_C = 2.0-(-4)=4 \end{cases} \Rightarrow B(6;4).$

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} x_A = 3x_G - x_B - x_C = -4 \\ y_A = 3y_G - y_B - y_C = 12 \end{cases} \to A(-4;12).$

Suy ra $x_A + x_B = 2.$ **Chọn B.**

Câu 19. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(2;2) \\ \overrightarrow{AC}=(-1;-1) \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{AC}.$ **Chọn A.**

Câu 20. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(4;3) \\ \overrightarrow{CD}=(-8;-6) \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{CD}=-2\overrightarrow{AB} \longrightarrow \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

Chọn B.

Câu 21. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(6;0) \\ \overrightarrow{AC}=(0;6) \end{cases} \longrightarrow 6.6 \neq 0.0 \longrightarrow \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. **Chọn C.**

Câu 22. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(1;-2) \\ \overrightarrow{DC}=(1;-2) \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \longrightarrow ABCD$ là hình bình hành. **Chọn A.**

Câu 23. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(-3;-3) \\ \overrightarrow{AC}=(6;6) \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{AC}=-2\overrightarrow{AB}.$ Đẳng thức này chứng tỏ A ở giữa hai điểm B và $C.$ **Chọn C.**

Câu 24. Từ giả thiết, suy ra $M_1=(3;0), M_2=(0;-4).$

A. Sai vì $\overline{OM_1}=3.$

B. Sai vì $\overline{OM_2}=-4.$

C. Sai vì $\overrightarrow{OM_1}-\overrightarrow{OM_2}=\overrightarrow{M_2M_1}=(3;4).$

Dùng phương pháp loại trừ ta **Chọn D.**

Cách 2. Gọi I là trung điểm $M_1M_2 \longrightarrow I\left(\frac{3}{2};-2\right).$

Ta có $\overrightarrow{OM_1}+\overrightarrow{OM_2}=2\overrightarrow{OI}=\left(2.\frac{3}{2};2.(-2)\right)=(3;-4).$ **Chọn D.**

Câu 25. Từ giả thiết suy ra cạnh OC thuộc trục hoành $\longrightarrow$ cạnh AB song song với trục hoành nên $y_A=y_B \longrightarrow \overrightarrow{AB}=(x_A-x_B;0)$. Do đó loại A và B.

Nếu C có hoành độ bằng $0 \longrightarrow C(0;0)\equiv O$: mâu thuẩn với giả thiết $OABC$ là hình bình hành. Loại C.

Dùng phương pháp loại trừ, ta **Chọn D.**

Cách 2. Gọi I là tâm của hình bình hành $OABC$. Suy ra

- I là trung điểm $AC \longrightarrow I\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+0}{2}\right).$
- I là trung điểm $OB \longrightarrow I\left(\frac{0+x_B}{2};\frac{0+y_B}{2}\right).$

Từ đó suy ra $\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{0+x_B}{2} \longrightarrow x_A+x_C-x_B=0.$ **Chọn D.**

Câu 26. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(0;5) \\ \overrightarrow{CD}=(0;-5) \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{CD}$ suy ra $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{CD}$ ngược hướng. Loại A.

Tọa độ trung điểm của AC là $\begin{cases} x = \dfrac{-5+3}{2} = -1 \\ y = \dfrac{-2+3}{2} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$. Loại C.

Ta có $\overrightarrow{OC} = (3;3)$; $\begin{cases} \overrightarrow{OA} = (-5;-2) \\ \overrightarrow{OB} = (-5;3) \end{cases} \longrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (-10;1) \neq \overrightarrow{OC}$. Loại D.

Dùng phương pháp loại trừ ta **Chọn B.**

Câu 27. Ta có $\overrightarrow{AB} = (0;-2)$, $\overrightarrow{DC} = (0;-2) \xrightarrow{\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}} ABCD$ là hình bình hành.

Khi đó tọa độ trung điểm của AC là $(0;-1)$ và cũng là tọa độ trung điểm của BD.

Chọn C.

Câu 28. Gọi $D(x;y)$. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2;1) \\ \overrightarrow{DC} = (6-x;5-y) \end{cases}$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\longrightarrow \begin{cases} 2 = 6-x \\ 1 = 5-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases} \longrightarrow D(4;4)$. **Chọn C.**

Câu 29. Gọi $C(x;y)$. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2;4) \\ \overrightarrow{DC} = (x-5;y-5) \end{cases}$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\longrightarrow \begin{cases} 2 = x-5 \\ 4 = y-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 9 \end{cases} \longrightarrow C(7;9)$. **Chọn C.**

Câu 30. Gọi M là tọa độ trung điểm của cạnh $AD \longrightarrow M(1;2)$.

Gọi $N(x_N;y_N)$ là tọa độ trung điểm của cạnh BC.

Do I là tâm của hình chữ nhật $\longrightarrow I$ là trung điểm của MN.

Suy ra $\begin{cases} x_N = 2x_I - x_M = -3 \\ y_N = 2y_I - y_M = -2 \end{cases} \longrightarrow N(-3;-2)$. **Chọn C.**

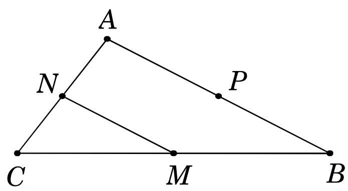
Câu 31. Ta có $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(2;-8) = (1;-4)$. **Chọn B.**

Câu 32. Gọi $A(x;y)$.

Từ giả thiết, ta suy ra $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{MN}$. (*)

Ta có $\overrightarrow{PA} = (x+1;y-6)$ và $\overrightarrow{MN} = (-2;-7)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = -2 \\ y-6 = -7 \end{cases} \longleftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases} \longrightarrow A(-3;-1)$.



Chọn B.

Câu 33. Gọi $I(x;y)$. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{IA} = (1-x;2-y) \\ \overrightarrow{IB} = (-2-x;3-y) \longrightarrow 2\overrightarrow{IB} = (-4-2x;6-2y) \end{cases}$

$\longrightarrow \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = (-3-3x;8-3y)$.

Do đó từ giả thiết $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0}\longrightarrow\begin{cases}-3-3x=0\\8-3y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=\dfrac{8}{3}\end{cases}$. **Chọn C.**