

ĐÁP ÁN:

Câu 7. Phương trình xác định khi $\begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ x - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \leq -2 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 8. Phương trình xác định khi $\begin{cases} 2x + 4 > 0 \\ 3 - 2x \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \leq \frac{3}{2} \\ x \neq 0 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 9. Phương trình xác định khi $\begin{cases} x + 2 > 0 \\ 4 - 3x \geq 0 \\ x + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \leq \frac{4}{3} \\ x \neq -1 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 10. Phương trình xác định khi $\begin{cases} 2x + 1 \geq 0 \\ x^2 + 3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x \neq 0 \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \neq 0 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 11. Chọn C.

Câu 12. Ta có $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Do đó, tập nghiệm của phương trình đã cho là $S_0 = \{-2; 2\}$.

Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $(2 + x)(-x^2 + 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \\ -x^2 + 2x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \pm \sqrt{2} \end{cases}$.

Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_1 = \{-2; 1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}\} \neq S_0$.

• Đáp án B. Ta có $(x - 2)(x^2 + 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ x^2 + 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$.

Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_2 = \{-2; -1; 2\} \neq S_0$.

• Đáp án C. Ta có $\sqrt{x^2 - 3} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_3 = \{-2; 2\} = S_0$. **Chọn C.**

• Đáp án D. Ta có $x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_4 = \{2\} \neq S_0$.

Câu 13. Ta có $x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

Do đó, tập nghiệm của phương trình đã cho là $S_0 = \{0; 3\}$.

Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $x^2 + \sqrt{x - 2} = 3x + \sqrt{x - 2} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$.

Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_1 = \{3\} \neq S_0$.

• Đáp án B. Ta có $x^2 + \frac{1}{x-3} = 3x + \frac{1}{x-3} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \neq 0 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$.

Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_2 = \{0\} \neq S_0$.

• Đáp án C. Ta có $x^2\sqrt{x-3} = 3x\sqrt{x-3} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x^2 - 3x = 0 \\ \sqrt{x-3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x = 0 \Leftrightarrow x = 3 \\ x = 3 \end{cases}$.

Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_3 = \{3\} \neq S_0$.

• Đáp án D. Ta có $x^2 + \sqrt{x^2+1} = 3x + \sqrt{x^2+1} \Leftrightarrow x^2 = 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_4 = \{0; 3\} = S_0$. **Chọn D.**

Câu 14. Ta có $(x^2 + 1)(x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 0$ (vì $x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$). **Chọn D.**

Câu 15. Ta có $x + \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x^2 - x + 1 = 0 \end{cases}$ (vô nghiệm). Do đó, tập nghiệm của phương trình đã cho là $S_0 = \emptyset$.

Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\begin{cases} x^2 \geq 0 \\ \sqrt{x} \geq 0 \end{cases} \longrightarrow x^2 + \sqrt{x} \geq 0$. Do đó, phương trình $x^2 + \sqrt{x} = -1$ vô nghiệm. Tập nghiệm của phương trình là $S_1 = \emptyset = S_0$.

• Đáp án B. Ta có $|2x-1| + \sqrt{2x+1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |2x-1| = 0 \\ \sqrt{2x+1} = 0 \end{cases}$ (vô nghiệm). Do đó, phương trình $|2x-1| + \sqrt{2x+1} = 0$ vô nghiệm. Tập nghiệm của phương trình là $S_2 = \emptyset = S_0$.

• Đáp án C. Ta có $x\sqrt{x-5} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-5 \geq 0 \\ x = 0 \\ \sqrt{x-5} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$. Do đó, phương trình $x\sqrt{x-5} = 0$ có tập nghiệm là

$S_3 = \{5\} \neq S_0$. **Chọn C.**

• Đáp án D. Ta có $\sqrt{6x-1} \geq 0 \longrightarrow 7 + \sqrt{6x-1} \geq 7 > -18$. Do đó, phương trình $7 + \sqrt{6x-1} = -18$ vô nghiệm. Tập nghiệm của phương trình là $S_4 = \emptyset = S_0$.

Câu 16. Chọn A.

Câu 17. Chọn D. Vì $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Câu 18. Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có

$x + \sqrt{x-1} = 1 + \sqrt{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \longrightarrow x + \sqrt{x-1} = 1 + \sqrt{x-1} \Leftrightarrow x = 1$. **Chọn A.**

• Đáp án B. Ta có $x + \sqrt{x-2} = 1 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Do đó, $x + \sqrt{x-2} = 1 + \sqrt{x-2}$ và $x = 1$ không phải là cặp phương trình tương đương.

- Đáp án C. Ta có $\begin{cases} \sqrt{x}(x+2) = \sqrt{x} \\ x+2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = 0 \\ x+2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$. Do đó, $\sqrt{x}(x+2) = \sqrt{x}$ và $x+2 = 1$ không phải là

cặp phương trình tương đương.

- Đáp án D. Ta có $\begin{cases} x(x+2) = x \\ x+2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$. Do đó, $x(x+2) = x$ và $x+2 = 1$ không phải là cặp phương trình

tương đương.

Câu 19. Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\begin{cases} 2x + \sqrt{x-3} = 1 + \sqrt{x-3} \\ 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Do đó, $2x + \sqrt{x-3} = 1 + \sqrt{x-3}$ và $2x = 1$ không phải là cặp phương trình tương đương.

- Đáp án B. Ta có $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$.

Do đó, $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = 0$ và $x = 0$ là cặp phương trình tương đương. **Chọn B.**

- Đáp án C. Ta có $\begin{cases} \sqrt{x+1} = 2-x \\ x+1 = (2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x+1 = (2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}$.

Do đó, $\sqrt{x+1} = 2-x$ và $x+1 = (2-x)^2$ không phải là cặp phương trình tương đương.

- Đáp án D. Ta có $x + \sqrt{x-2} = 1 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Do đó, $x + \sqrt{x-2} = 1 + \sqrt{x-2}$ và $x = 1$ không phải là cặp phương trình tương đương.

Câu 20. Chọn D.

- Ta có $\begin{cases} \sqrt{x+2} = 2x \\ x+2 = 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq 0 \\ x+2 = 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{33}}{8}$.

Do đó, $\sqrt{x+2} = 2x$ và $x+2 = 4x^2$ không phải là cặp phương trình tương đương.

- Câu 21.** Ta có $(2) \Leftrightarrow (x+2)(2x^2 + mx - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ 2x^2 + mx - 2 = 0 \end{cases}$.

Do hai phương trình tương đương nên $x = -2$ cũng là nghiệm của phương trình (1).

Thay $x = -2$ vào (1), ta được $2(-2)^2 + m(-2) - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 3$.

Với $m = 3$, ta có

- (1) trở thành $2x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ hoặc $x = \frac{1}{2}$.
- (2) trở thành $2x^3 + 7x^2 + 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2(2x+1) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ hoặc $x = \frac{1}{2}$.

Suy ra hai phương trình tương đương. Vậy $m = 3$ thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 22. Ta có (1) $\Leftrightarrow (x-1)(mx-m+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ mx-m+2=0 \end{cases}$

Do hai phương trình tương đương nên $x=1$ cũng là nghiệm của phương trình (2).

Thay $x=1$ vào (2), ta được $(m-2) - 3 + m^2 - 15 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 \\ m = 4 \end{cases}$.

Với $m = -5$, ta có

- (1) trở thành $-5x^2 + 12x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{5}$ hoặc $x = 1$.
- (2) trở thành $-7x^2 - 3x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{10}{7}$ hoặc $x = 1$.

Suy ra hai phương trình không tương đương

Với $m = 4$, ta có

- (1) trở thành $4x^2 - 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = 1$.
- (2) trở thành $2x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = 1$.

Suy ra hai phương trình tương đương.

Vậy $m = 4$ thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 23. Chọn C.

Ta có:

- $|3x-2| = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ (3x-2)^2 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 8x^2 - 6x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x = \frac{5}{4} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset.$
- $8x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{4}$.

Do đó, phương trình $8x^2 - 4x - 5 = 0$ không phải là hệ quả của phương trình $|3x-2| = x-3$.

Câu 24. Ta có $2x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Do đó, tập nghiệm của phương trình đã cho là $S_0 = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$.

Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $2x - \frac{x}{1-x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x \neq 0 \\ 2x(1-x) - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_1 = \left\{0; \frac{1}{2}\right\} \supset S_0$.

• Đáp án B. Ta có $4x^3 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$.

Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_2 = \left\{-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}\right\} \supset S_0$.

• Đáp án C. Ta có $(2x^2 - x)^2 + (x - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x = 0 \\ x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$ (vô nghiệm). Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_3 = \emptyset \not\supset S_0$. **Chọn C.**

• Đáp án D. Ta có $2x^3 + x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -1 \end{cases}$. Do đó, tập nghiệm của phương trình là $S_2 = \left\{-1; 0; \frac{1}{2}\right\} \supset S_0$.

Câu 25. Ta có:

• Phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$.

Do đó, tập nghiệm của phương trình (1) là $S_1 = \{2; 3\}$.

• Phương trình (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \neq 0 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$.

Do đó, tập nghiệm của phương trình (2) là $S_2 = 3$.

Vì $S_2 \subset S_1$ nên phương trình (1) là hệ quả của phương trình (2). **Chọn A.**

Câu 26. Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 2x \geq 0 \\ 2x - x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x \geq 0 \\ x^2 - 2x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Thử lại ta thấy cả $x = 0$ và $x = 2$ đều thỏa mãn phương trình. **Chọn C.**

Câu 27. Điều kiện: $x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Phương trình tương đương với $\begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \\ \sqrt{x-1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Đối chiếu điều kiện, ta được nghiệm của phương trình đã cho là $x = 1$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. **Chọn B.**

Câu 28. Điều kiện: $-x^2 + 6x - 9 \geq 0 \Leftrightarrow -(x-3)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Thử lại ta thấy $x = 3$ thỏa mãn phương trình.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. **Chọn B.**

Câu 29. Điều kiện: $\begin{cases} (x-3)^2(5-3x) \geq 0 \\ 3x-5 \geq 0 \end{cases}$. (*)

Ta thấy $x = 3$ thỏa mãn điều kiện (*).

$$\text{Nếu } x \neq 3 \text{ thì } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} 5-3x \geq 0 \\ 3x-5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5}{3} \\ x \geq \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}.$$

Do đó điều kiện xác định của phương trình là $x = 3$ hoặc $x = \frac{5}{3}$.

Thay $x = 3$ và $x = \frac{5}{3}$ vào phương trình thấy chỉ có $x = 3$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. **Chọn B.**

Câu 30. Điều kiện $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$

Thử lại $x = 1$ thì phương trình không thỏa mãn phương trình.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm. **Chọn A.**

Câu 31. Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$

Thử lại phương trình thấy $x = 2$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. **Chọn B.**

Câu 32. Điều kiện: $\begin{cases} x^3 - 4x^2 + 5x - 2 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2(x-2) \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$

Thay $x = 1$ và $x = 2$ vào phương trình thấy chỉ có $x = 1$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. **Chọn B.**

Câu 33. Điều kiện: $x \neq 1.$

Với điều kiện trên phương trình tương đương $x^2 - x + 1 = 2x - 1 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 2.$

Đối chiếu điều kiện ta được phương trình có nghiệm duy nhất $x = 2.$ **Chọn B.**

Câu 34. Điều kiện: $x \geq 3.$

• Ta có $x = 3$ là một nghiệm.

• Nếu $x > 3$ thì $\sqrt{x-3} > 0.$ Do đó phương trình tương đương

$$(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-3} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 2.$$

Đối chiếu điều kiện ta được phương trình có nghiệm duy nhất $x = 3.$ **Chọn B.**

Câu 35. Điều kiện: $x \geq -1.$

• Ta có $x = -1$ là một nghiệm.

• Nếu $x > -1$ thì $\sqrt{x+1} > 0.$ Do đó phương trình tương đương

$$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 2.$$

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x = -1, x = 2.$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm. **Chọn C.**

Câu 1. Phương trình đã cho vô nghiệm khi $\begin{cases} m^2 - 4 = 0 \\ 3m + 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$. **Chọn B.**

Câu 2. Phương trình viết lại $mx = m$.

Phương trình đã cho vô nghiệm khi $\begin{cases} m = 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$. **Chọn A.**

Câu 3. Phương trình đã cho vô nghiệm khi $\begin{cases} m^2 - 5m + 6 = 0 \\ m^2 - 2m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 3 \\ m \neq 0 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$.

Chọn C.

Câu 4. Phương trình viết lại $(m^2 - 5m + 6)x = m - 1$.

Phương trình vô nghiệm khi $\begin{cases} m^2 - 5m + 6 = 0 \\ m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 3 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 3 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 5. Đồ thị hai hàm số không cắt nhau khi và chỉ khi phương trình

$$(m+1)x^2 + 3m^2x + m = (m+1)x^2 + 12x + 2 \text{ vô nghiệm}$$

$$\Leftrightarrow 3(m^2 - 4)x = 2 - m \text{ vô nghiệm}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 = 0 \\ 2 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$$
. **Chọn A.**

Câu 6. Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi $2m - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$. **Chọn D.**

Câu 7. Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi $m^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3$

$\xrightarrow[\substack{m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-10; 10]}]{}$ có 19 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

Câu 8. Phương trình viết lại $(3m^2 - m - 2)x = 1 - m$.

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi $3m^2 - m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -\frac{2}{3} \end{cases}$

$$\xrightarrow[\substack{m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-5; 10]}]{}$$
 $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.

Do đó, tổng các phần tử trong S bằng 39. **Chọn C.**

Câu 9. Phương trình có nghiệm duy nhất khi $m^2 + m \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$. (*)

Khi đó, nghiệm của phương trình là $x = \frac{1}{m}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \frac{1}{m} = 1 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa mãn (*)). **Chọn D.**

Câu 10. Đồ thị hai hàm số cắt nhau khi và chỉ khi phương trình

$$(m+1)^2x - 2 = (3m+7)x + m \text{ có nghiệm duy nhất}$$

$$\Leftrightarrow (m^2 - m - 6)x = 2 + m \text{ có nghiệm duy nhất}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m \neq -2 \end{cases}$$
. **Chọn C.**

Câu 11. Phương trình đã cho nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$ hay phương trình có vô số nghiệm khi

$$\begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1. \text{ Chọn A.}$$

Câu 12. Phương trình viết lại $(m^2 - 4)x = 3m - 6$.

$$\text{Phương trình đã cho vô nghiệm khi } \begin{cases} m^2 - 4 = 0 \\ 3m - 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$$

Do đó, phương trình đã cho có nghiệm khi $m \neq -2$. **Chọn B.**

Câu 13. Phương trình đã cho nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$ hay phương trình có vô số nghiệm khi

$$\begin{cases} m^2 - 3m + 2 = 0 \\ -(m^2 + 4m + 5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \\ m \in \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset. \text{ Chọn D.}$$

$$\text{Câu 14. Phương trình đã cho vô nghiệm khi } \begin{cases} m^2 - 2m = 0 \\ m^2 - 3m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \\ m \neq 2 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

Do đó, phương trình đã cho có nghiệm khi $m \neq 0$. **Chọn D.**

Câu 15. Đồ thị hai hàm số trùng nhau khi và chỉ khi phương trình

$$(m+1)x + 1 = (3m^2 - 1)x + m \text{ có vô số nghiệm}$$

$$\Leftrightarrow (3m^2 - m - 2)x = 1 - m \text{ có vô số nghiệm}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 - m - 2 = 0 \\ 1 - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1. \text{ Chọn C.}$$

Câu 16. Chọn B.

- Với $a = 0$. Phương trình trở thành $bx = -c$. Khi đó, phương trình có nghiệm duy nhất khi $b \neq 0$.
- Với $a \neq 0$. Khi đó, phương trình có nghiệm duy nhất khi $\Delta = 0$.

Câu 17. Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $(-1)^2 + 4 \cdot (-1) + 2 = -1 \neq 0$.
- Đáp án B. Ta có $2 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) - 7 = 0$.
- Đáp án C. Ta có $-3 \cdot (-1)^2 + 5 \cdot (-1) - 2 = -10 \neq 0$.
- Đáp án D. Ta có $(-1)^3 - 1 = -2 \neq 0$.

Chọn B.

Câu 18. Ta có $x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 7x - 12$. Do đó, nghiệm của phương trình đã cho có thể xem là hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = 7x - 12$. **Chọn D.**

Câu 19. Ta có $\Delta = 1 - 4m$.

$$\text{Phương trình vô nghiệm khi } \Delta < 0 \Leftrightarrow 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$$

$$\text{Do } \begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-10; 10] \end{cases} \longrightarrow m \in \{1; 2; 3; \dots; 10\} \longrightarrow \text{Có 10 giá trị thỏa mãn. Chọn B.}$$

Câu 20.

- Với $m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Khi đó phương trình trở thành $2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

• Với $m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$. Ta có $\Delta' = m^2 - (m - 2)(m + 1) = m + 2$.

Phương trình vô nghiệm khi $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m + 2 < 0 \Leftrightarrow m < -2$. **Chọn B.**

Câu 21. Phương trình viết lại $(2k - 1)x^2 - 8x + 6 = 0$.

• Với $2k - 1 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$.

Khi đó, phương trình trở thành $-8x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$.

• Với $2k - 1 \neq 0 \Leftrightarrow k \neq \frac{1}{2}$. Ta có $\Delta' = (-4)^2 - (2k - 1) \cdot 6 = -12k + 22$.

Khi đó, phương trình đã cho vô nghiệm khi $\Delta' < 0 \Leftrightarrow -12k + 22 < 0 \Leftrightarrow k > \frac{11}{6}$.

Do đó, số nguyên k nhỏ nhất thỏa mãn yêu cầu bài toán là $k = 2$. **Chọn C.**

Câu 22. Phương trình đã cho có nghiệm kép khi $\begin{cases} m - 2 \neq 0 \\ \Delta' = m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn B.

Câu 23. Phương trình viết lại $mx^2 - 4x + (6 - 3m) = 0$.

• Với $m = 0$. Khi đó, phương trình trở thành $4x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$. Do đó, $m = 0$ là một giá trị cần tìm.

• Với $m \neq 0$. Ta có $\Delta' = (-2)^2 - m(6 - 3m) = 3m^2 - 6m + 4 = 3(m - 1)^2 + 1 > 0$

Khi đó, phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt nên $m \neq 0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn B.

Câu 24.

• Với $m = 0$. Khi đó, phương trình trở thành $-2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$. Do đó, $m = 0$ là một giá trị cần tìm.

• Với $m \neq 0$. Ta có $\Delta' = [-(m + 1)]^2 - m(m + 1) = m + 1$.

Khi đó, phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Chọn C.

Câu 25. Phương trình đã cho có nghiệm kép khi $\begin{cases} m + 1 \neq 0 \\ \Delta' = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 \neq 0 \\ 7m^2 + 13m + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m = -1 \\ m = -\frac{6}{7} \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{6}{7}$. **Chọn C.**

Câu 26. Phương trình viết lại $(2 - m)x^2 - x - 2 = 0$.

• Với $2 - m = 0 \Leftrightarrow m = 2$. Khi đó, phương trình trở thành $-x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Do đó, $m = 2$ là một giá trị cần tìm.

• Với $2 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$. Ta có $\Delta = (-1)^2 - 4(2 - m) \cdot (-2) = -8m + 17$.

Khi đó, phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow -8m + 17 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{17}{8}.$$

Chọn C.

Câu 27.

- Với $m = 2$, phương trình trở thành $-2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$. Do đó $m = 2$ là một giá trị cần tìm.
- Với $m \neq 2$, phương trình đã cho là phương trình bậc hai có $\Delta' = 2m^2 - 5m + 3$. Để phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$ hoặc $m = 1$.

Vậy $S = \left\{1; \frac{3}{2}; 2\right\} \rightarrow$ tổng các phần tử trong S bằng $1 + \frac{3}{2} + 2 = \frac{9}{2}$. **Chọn D.**

Câu 28. Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi

$$\begin{cases} m-1 \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m+8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > -8 \end{cases}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 29. Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi $\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 5m+4 > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -\frac{4}{5} \end{cases}. \text{ Do } \begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-5; 5] \end{cases} \rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5\} \rightarrow \text{Có 5 giá trị nguyên của } m \text{ thỏa mãn yêu cầu bài}$$

toán. **Chọn A.**

Câu 30. Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi

$$\begin{cases} m^2 + 2 \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 13m^2 - 4m + 28 > 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 31. Phương trình hoành độ giao điểm $(m-1)x^2 + 2mx + 3m-1 = 2x + m$

$$\Leftrightarrow (m-1)x^2 + 2(m-1)x + 2m-1 = 0. \quad (*)$$

Để d tiếp xúc với (P) khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 - (m-1)(2m-1) = -m(m-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m = 0 \Leftrightarrow m = 0 \\ m = 1 \end{cases}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 32. Phương trình tương đương với $x^2 = -m$.

Do vế trái của phương trình không âm nên để phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $-m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 0$.

Chọn C.

Câu 33. Phương trình có nghiệm khi $\Delta' = m^2 - 144 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 \geq 12^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 12 \\ m \leq -12 \end{cases}$

$$\xrightarrow[\substack{m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-20; 20]}]{m \in [-20; 20]} S = \{-20; -19; -18; \dots; -12; 12; 13; 14; \dots; 20\}.$$

Do đó tổng các phần tử trong tập S bằng 0. **Chọn D.**

Câu 34. Phương trình hoành độ giao điểm $-x^2 - 2x + 3 = x^2 - m$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - m - 3 = 0. \quad (*)$$

Để hai đồ thị hàm số có điểm chung khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta' = 1 - 2(-m-3) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{7}{2}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 35.

- Với $m = 1$, phương trình trở thành $3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$. Do đó $m = 1$ thỏa mãn.
- Với $m \neq 1$, ta có $\Delta = 9 + 4(m - 1) = 4m + 5$.

Phương trình có nghiệm khi $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 4m + 5 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{4} \xrightarrow{m \neq 1} -\frac{5}{4} \leq m \neq -1$.

Hợp hai trường hợp ta được $m \geq -\frac{5}{4}$ là giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 36. Nếu $m = 0$ thì phương trình trở thành $1 = 0$: vô nghiệm.

Khi $m \neq 0$, phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi

$$\Delta = m^2 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 4 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện $m \neq 0$, ta được:

$$\begin{cases} m < 0 \\ m \geq 4 \end{cases} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}, m \in [-10; 10]} m \in \{-10; -9; -8; \dots; -1\} \cup \{4; 5; 6; \dots; 10\}.$$

Vậy có tất cả 17 giá trị nguyên m thỏa mãn bài toán. **Chọn A.**

Câu 37. Vì phương trình đã cho có nghiệm bằng 3 nên thay $x = 3$ vào phương trình, ta được $9 - 12 + m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Với $m = 2$ phương trình trở thành $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 38. Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 8m + 16 > 0 \Leftrightarrow (m - 4)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 4. \quad (*)$$

Theo định lý Viet, ta có

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{3}; x_1 + x_2 = \frac{m+2}{3} \\ x_1 = 2x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2}{9}(m+2), x_2 = \frac{1}{9}(m+2) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{3} \end{cases}$$

$$\longrightarrow \frac{2}{81}(m+2)^2 = \frac{m-1}{3} \Leftrightarrow 2m^2 - 19m + 35 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{2} \\ m = 7 \end{cases} \text{ (thỏa mãn (*))}. \quad \text{Chọn A.}$$

Câu 39. Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 7m + 16 > 0 \Leftrightarrow \left(m - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{3m-5}{3}; x_1 + x_2 = \frac{2(m+1)}{3} \\ x_1 = 3x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{m+1}{2}, x_2 = \frac{m+1}{6} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{3m-5}{3} \end{cases}$

$$\longrightarrow \frac{(m+1)^2}{12} = \frac{3m-5}{3} \Leftrightarrow m^2 - 10m + 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 7 \end{cases}. \quad \text{Chọn C.}$$

Câu 40. Ta có $(x-1)(x^2 - 4mx - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ g(x) = x^2 - 4mx - 4 = 0 \quad (*) \end{cases}$

Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4m^2 + 4 > 0 \\ g(1) = 1 - 4m - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq -\frac{3}{4}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 41. Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$.

Khi đó, gọi hai nghiệm của phương trình là x_1 và x_2 . Do x_1 và x_2 cùng dấu nên $x_1 x_2 > 0$ hay $P > 0$.

Chọn A.

Câu 42. Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$.

Khi đó, gọi 2 nghiệm của phương trình là x_1 và x_2 . Do x_1 và x_2 là hai nghiệm âm nên

$$\begin{cases} x_1 + x_2 < 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} S < 0 \\ P > 0 \end{cases}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 43. Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$.

Khi đó, gọi hai nghiệm của phương trình là x_1 và x_2 . Do x_1 và x_2 là hai nghiệm dương nên $\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases}$

$$\text{hay } \begin{cases} S > 0 \\ P > 0 \end{cases}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 44. Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$.

Khi đó, gọi hai nghiệm của phương trình là x_1 và x_2 . Do x_1 và x_2 là hai nghiệm trái dấu nên $x_1 x_2 < 0$ hay $P < 0$.

Mặt khác, $P < 0 \Leftrightarrow \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow ac < 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac > 0$. Do đó, phương trình có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $P < 0$. **Chọn C.**

Câu 45. Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ m < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2. \text{ Chọn A.}$$

Câu 46. Phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt khi

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 > 0 \\ -4m < 0 \\ m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > 0 \end{cases}.$$

$$\text{Do } \begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-5; 5] \end{cases} \longrightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5\} \longrightarrow \text{Có 5 giá trị của } m \text{ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Chọn A.}$$

Câu 47. Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt khi

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - 4m^2 > 0 \\ -\frac{1}{m} < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 48. Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt khi $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 > 0 \\ -4m > 0 \\ m^2 > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0 \xrightarrow[m \in \mathbb{Z}]{m \in [-2; 6]} S = \{-2; -1\}. \text{ Do đó, tổng các phần tử trong } S \text{ bằng } -3.$$

Chọn A.

Câu 49. Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 2m + 2 > 0 \\ S = 2(m + 1) > 0 \\ P = m^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m > -1 \Leftrightarrow m > 1. \\ \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy với $m > 1$ thì thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

Câu 50. Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ P < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 \neq 0 \\ \frac{-1}{m - 1} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 51. Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 x_2 = m^2 + 2 \\ x_1 + x_2 = 2m + 1 \end{cases}$.

Thay vào P , ta được $P = 3(m^2 + 2) - 5(2m + 1) = 3m^2 - 10m + 1$. **Chọn C.**

Câu 52. Ta có $P = x_1^2(1 - x_2) + x_2^2(1 - x_1) = x_1^2 - x_1^2 \cdot x_2 + x_2^2 - x_2^2 \cdot x_1$

$$= x_1^2 + x_2^2 - x_1 \cdot x_2 (x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 - x_1 \cdot x_2 (x_1 + x_2).$$

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = -m \end{cases}$.

Thay vào P , ta được $P = 3^2 - 2(-m) - (-m) \cdot 3 = 5m + 9$. **Chọn B.**

Câu 53. Vì x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 - 4ax - 1 = 0$.

Theo định lý Viet, ta có $x_1 + x_2 = -\left(-\frac{4a}{2}\right) = 2a$ và $x_1 x_2 = -\frac{1}{2}$. (1).

Ta có $T = |x_1 - x_2| \Leftrightarrow T^2 = (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2$. (2).

Từ (1) và (2) suy ra $T^2 = (2a)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 4a^2 + 2 \Rightarrow T = \sqrt{4a^2 + 2} > 0$. **Chọn B.**

Câu 54. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình $x^2 + px + q = 0$.

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -p < 0 \\ x_1 x_2 = q > 0 \end{cases}$ (vì $p, q > 0$). (1)

Từ giả thiết, ta có $|x_1 - x_2| = 1 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 1$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $p^2 - 4q = 1 \Leftrightarrow p^2 = 4q + 1 \Leftrightarrow p = \sqrt{4q + 1} > 0$. **Chọn A.**

Câu 55. Ta có $\Delta = (2m + 1)^2 - 4(m^2 + 1) = 4m - 3$.

Để phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}$.

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 \\ x_1 x_2 = m^2 + 1 \end{cases}$.

Khi đó $P = \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} = \frac{m^2 + 1}{2m + 1} = \frac{2m - 1}{4} + \frac{5}{4(2m + 1)} \rightarrow 4P = 2m - 1 + \frac{5}{2m + 1}$.

Do $m \geq \frac{3}{4}$ nên $2m + 1 \geq \frac{5}{2}$.

Để $P \in \mathbb{Z}$ thì ta phải có $(2m + 1)$ là ước của 5, suy ra $2m + 1 = 5 \Leftrightarrow m = 2$.

Thử lại với $m = 2$, ta được $P = 1$: thỏa mãn. **Chọn D.**