$\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}=\frac{c}{b}\Rightarrow BD=\frac{ac}{b+c}$

Ta có: BI là phân giác trong của tam giác ABD nên theo tính chất đường phân giác ta có:

$\frac{IA}{ID}=\frac{BA}{BD}=\frac{b+c}{a}\Rightarrow IA=\frac{b+c}{a}ID$

Do đó: $\overrightarrow{AI}=\frac{b+c}{a}\overrightarrow{ID}$

Câu 26. Đáp án B.

Trong mp $(ABCD)$, gọi $I=MN\cap AO$. Dễ thấy $H=PO\cap SC$.

Do MN là đường trung bình của tam giác ABD nên I là trung điểm AO. Suy ra $\frac{AI}{AC}=\frac{1}{4}$ và PI là đường trung bình của tam giác OSA. Do đó $IH//SA$.

Áp dụng định lý Thales ta có: $\frac{SH}{SD}=\frac{AI}{AC}=\frac{1}{4}$.

Câu 27. Đáp án D.

Trong mp$(ABCD)$, gọi $I=BD\cap MN, O=AC\cap BD$.

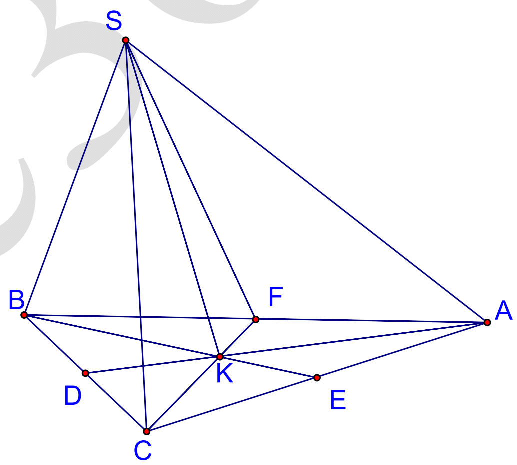
Dễ thấy $R=IP\cap SB$.

Do MN là đường trung bình của tam giác ABD nên I là trung điểm DO. Suy ra $\frac{DI}{IB}=\frac{1}{3}$.

Áp dụng định lý Menelaus vào taam giác SBD ta có :

$\frac{BR}{RS}.\frac{PS}{PD}.\frac{BI}{ID}=1\Rightarrow\frac{BR}{RS}.2.\frac{1}{3}=1\Rightarrow\frac{SR}{SB}=\frac{2}{3}$

Câu 28. Đáp án A.



Nếu K trùng với trọng tâm G thì $\frac{AK}{KD}+\frac{BK}{KE}+\frac{CK}{KF}=6$. Do đó C, D bị loại.

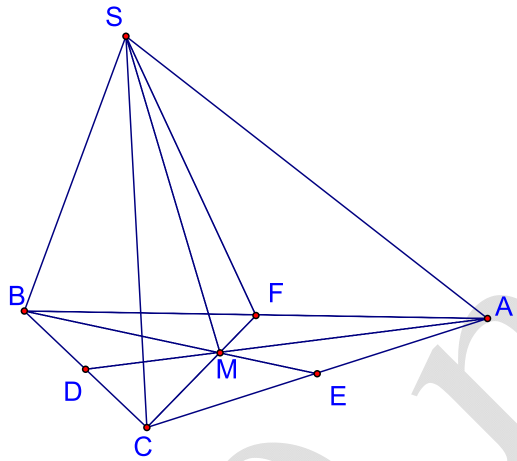
Ta có $\frac{DK}{DA}+\frac{EK}{EB}+\frac{FK}{FC}=\frac{S_{KBC}}{S_{ABC}}+\frac{S_{KAC}}{S_{ABC}}+\frac{S_{KAB}}{S_{ABC}}=1$

Áp dụng định lý bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$\left(\frac{DK}{DA}+\frac{EK}{EB}+\frac{FK}{FC}\right)\left(\frac{DA}{DK}+\frac{EB}{EK}+\frac{FC}{FK}\right)\geq 9$$

$$\Rightarrow \frac{DA}{DK}+\frac{EB}{EK}+\frac{FC}{FK}\geq 9 \Rightarrow \frac{AK}{KD}+\frac{BK}{KE}+\frac{CK}{KF}\geq 6$$

Câu 29. Đáp án A.



Ta có : $\frac{BM}{ME}=\frac{S_{ABM}}{S_{AME}}=\frac{S_{CBM}}{S_{CME}}=\frac{S_{ABM}+S_{CBM}}{S_{AME}+S_{CME}}=\frac{S_{ABM}+S_{CBM}}{S_{AME}}=\frac{BD}{CD}+\frac{BF}{FA}$

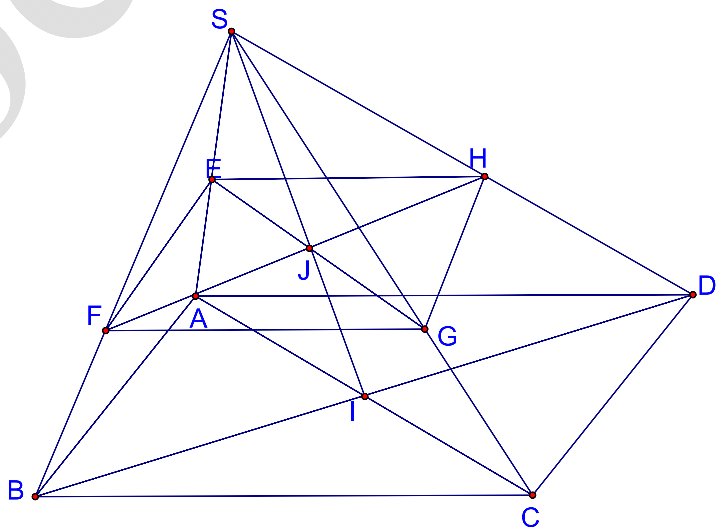
$\Rightarrow \frac{BF}{AF}=\frac{BM}{ME}-1=\frac{BM-ME}{ME}(1)$.

Tương tự ta cũng chứng minh được: $\frac{CM}{MF}=\frac{CE}{AE}+\frac{CD}{BD}\Rightarrow \frac{CE}{AE}=\frac{CM}{MF}-1=\frac{CM-MF}{MF}(2)$

Và $1=\frac{AM}{MD}=\frac{AE}{CE}+\frac{AF}{BF}(3)$

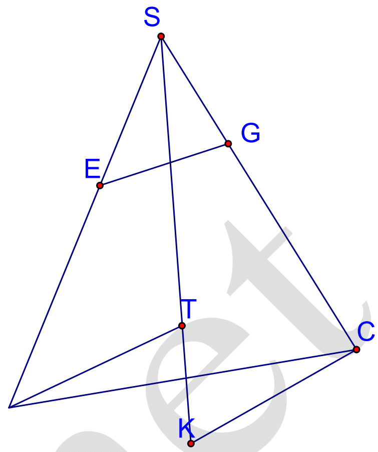
Từ (1,2,3) suy ra $\frac{MF}{CM-MF}+\frac{ME}{BM-ME}=1$

Câu 30. Đáp án A.



Xét trường hợp đặc biệt E,F,G,H lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Khi đó ta dễ dàng loại được đáp án D.

Dựng $AT//EG\left(T\in SI\right),CK//EG\left(K\in SI\right)$



Theo định lý Thales, ta có:

$\dfrac{SA}{SE}=\dfrac{ST}{SJ},\dfrac{SC}{SG}=\dfrac{SK}{SJ};\dfrac{IT}{IK}=\dfrac{IA}{IC}=1$

Suy ra: $\dfrac{SA}{SE}+\dfrac{SC}{SG}=\dfrac{ST+SK}{SJ}=\dfrac{SI-IT+SI+IK}{SJ}=2\dfrac{SI}{SJ}$

Như vậy, ý B bị loại.

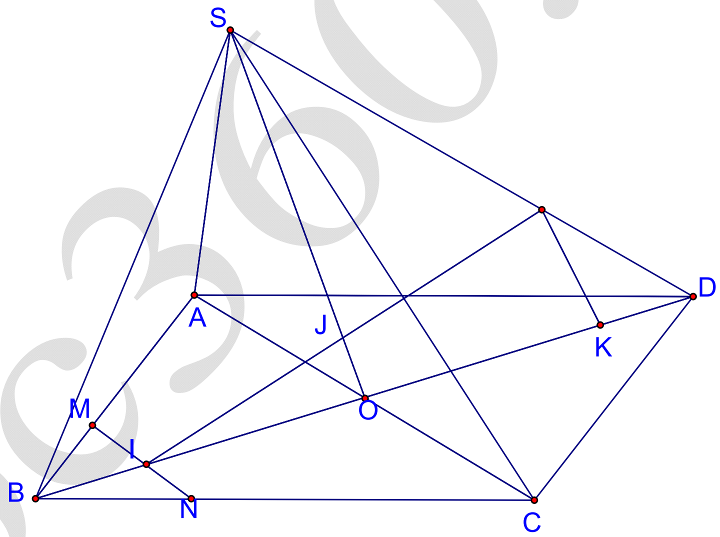
Tương tự, ta chứng minh được $\dfrac{SB}{SF}+\dfrac{SD}{SH}=2\dfrac{SI}{SJ}$.

Từ đây ta thấy ngay ý C bị loại và A là đáp án A là đáp án lựa chọn.

Chú ý: Cho tam giác ABC. Gọi O là trung điểm AC, M, N là hai điểm nằm trên cạnh AB, AC. MN cắt BO tại I. Khi đó:

$\dfrac{BA}{BM}+\dfrac{BC}{BN}=\dfrac{2BO}{BI}$.

Câu 31. Đáp án A.

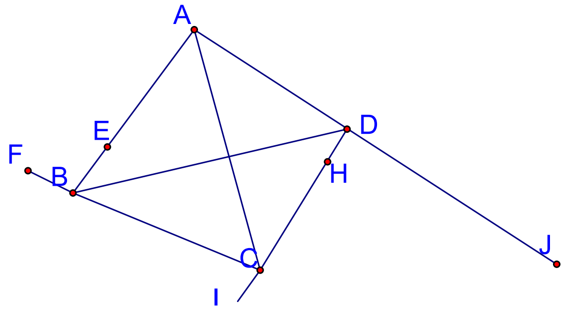


Theo chú ý câu 30 ta có: $\dfrac{BA}{BM}+\dfrac{BC}{BN}=\dfrac{5}{2}+\dfrac{3}{2}=4\Rightarrow\dfrac{2BO}{BI}=4\Rightarrow\dfrac{BO}{BI}=2\Rightarrow\dfrac{OI}{BO}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\dfrac{OI}{OD}=\dfrac{1}{2}$.

Áp dụng định lý Menelaus trong tam giác SOD ta có: $\dfrac{IO}{ID}.\dfrac{PD}{PS}.\dfrac{JS}{JO}=1\Rightarrow\dfrac{JS}{JO}=10\Rightarrow\dfrac{SJ}{SO}=\dfrac{10}{11}$

Câu 32. Đáp án A.

hoc360.net



Dựa vào nhận xét ví dụ 2, ta có:

$\frac{\overline{AE}}{\overline{BE}}.\frac{\overline{BF}}{\overline{CF}}.\frac{\overline{CH}}{\overline{DH}}.\frac{\overline{DJ}}{\overline{AJ}}=-2.\frac{1}{5}.(-5).\frac{1}{2}=1$ nên E,F,H,J đồng phẳng.

$\frac{\overline{AE}}{\overline{BE}}.\frac{\overline{BF}}{\overline{CF}}.\frac{\overline{CI}}{\overline{DI}}.\frac{\overline{DJ}}{\overline{AJ}}=-2.\frac{1}{5}.\left(\frac{1}{5}\right).\frac{1}{2}=\frac{1}{25}$ nên E,F,I,J không đồng phẳng.

$\frac{\overline{AE}}{\overline{BE}}.\frac{\overline{BG}}{\overline{CG}}.\frac{\overline{CH}}{\overline{DH}}.\frac{\overline{DJ}}{\overline{AJ}}=-2.\left(-\frac{1}{5}\right).(-5).\frac{1}{2}=-1$ nên E,G,H,J không đồng phẳng.

$\frac{\overline{AE}}{\overline{BE}}.\frac{\overline{BG}}{\overline{CG}}.\frac{\overline{CI}}{\overline{DI}}.\frac{\overline{DJ}}{\overline{AJ}}=-2.\left(-\frac{1}{5}\right).\left(\frac{1}{5}\right).\frac{1}{2}=\frac{1}{25}$ nên E,G,I,J không đồng phẳng.

Câu 33. Đáp án D.

Dựa vào nhận xét ví dụ 2, ta có:

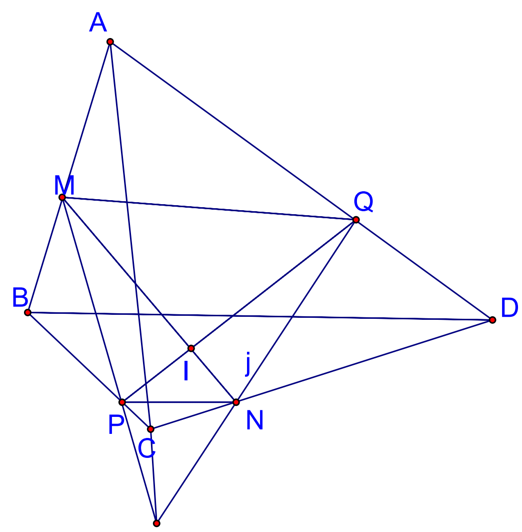
$\frac{\overline{AE}}{\overline{BE}}.\frac{\overline{BF}}{\overline{CF}}.\frac{\overline{CH}}{\overline{DH}}.\frac{\overline{DJ}}{\overline{AJ}}=-2.\frac{1}{5}.(-5).\frac{1}{2}=1$ nên E,F,H,J đồng phẳng.

$\frac{\overline{AE}}{\overline{BE}}.\frac{\overline{BG}}{\overline{CG}}.\frac{\overline{CI}}{\overline{DI}}.\frac{\overline{DK}}{\overline{AK}}=-2.\left(-\frac{1}{2}\right).(5).\frac{1}{5}=1$ nên $E,\mathrm{G},I,\mathrm{K}$ đồng phẳng.

$\frac{\overline{AU}}{\overline{BU}}.\frac{\overline{BG}}{\overline{CG}}.\frac{\overline{CH}}{\overline{DH}}.\frac{\overline{DJ}}{\overline{AJ}}=\frac{4}{5}.\left(-\frac{1}{2}\right).(-5).\frac{1}{2}=1$ nên $\mathrm{U},\mathrm{G},H,J$ đồng phẳng.

$\frac{\overline{AU}}{\overline{BU}}.\frac{\overline{BF}}{\overline{CF}}.\frac{\overline{CI}}{\overline{DI}}.\frac{\overline{DK}}{\overline{AK}}=\frac{4}{5}.\left(\frac{1}{5}\right).(5).\frac{1}{5}=\frac{4}{25}$ nên $\mathrm{U},\mathrm{F},\mathrm{I},\mathrm{K}$ không đồng phẳng. Do đó 4 điểm này lập nên 1 tứ diện.

Câu 34. Đáp án B, A.



a)Do tứ diện ABCD có 4 mặt nên thiết diện không thể là ngũ giác hay lục giác. Nó chỉ có thể là tam giác hoặc tứ giác.

Trong mp (ABC), gọi $K = MP \cap AC$ (P không phải là trung điểm đoạn BC nên MP cắt AC)

Trong mp (ACD), gọi $Q = KN \cap AD$

Do $Q \in KN \subset (MNP)$ nên $Q = (MNP) \cap AD$

Ta có: $\begin{cases} (MNP) \cap (ABD) = MQ \\ (MNP) \cap (ABC) = MP \\ (MNP) \cap (BCD) = PN \\ (MNP) \cap (ACD) = NQ \end{cases}$

Suy ra thiết diện cần tìm là tứ giác $MPNQ$.

Ta chọn đáp án B.

b)Áp dụng ví dụ 11, do M, N, P, Q đồng phẳng nên $\frac{AM}{BM}.\frac{BP}{CP}.\frac{CN}{DN}.\frac{DQ}{AQ} = 1 \Rightarrow \frac{BP}{CP}.\frac{DQ}{AQ} = 1$

(Do M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD) . Từ đây suy ra $\frac{BP}{CP} = \frac{AQ}{DQ}$.

Giả sử $\frac{BP}{PC} = k$. Khi đó ta suy ra $\overrightarrow{BP} = k\overrightarrow{PC}, \overrightarrow{AQ} = k\overrightarrow{QD}$

Suy ra $\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{AQ} = -k\left(\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{QD}\right)(1)$

Do J là trung điểm của PQ.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{MJ} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{PJ} \\ \overrightarrow{MJ} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{QJ} \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{MJ} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{BP}(2)$

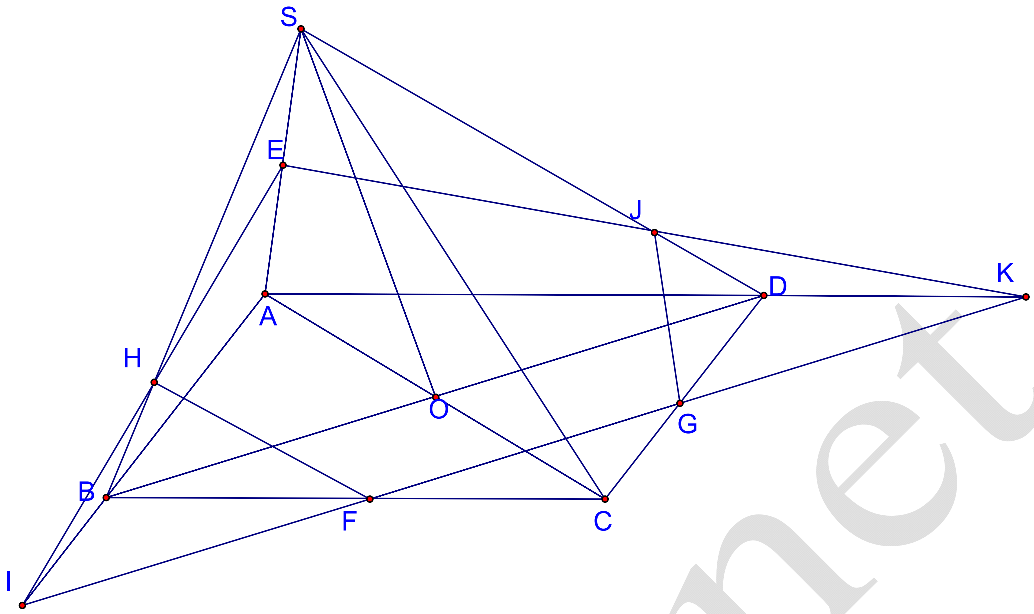
Chứng minh tương tự ta cũng có: $2\overrightarrow{NJ} = \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{DQ}(3)$

Từ (1,2,3) suy ra $\overrightarrow{MJ} = -k\overrightarrow{NJ}$. Điều này dẫn đến M, N, J thẳng hàng. Như vậy I trùng J.

Điều này suy ra $S_{MNPQ} = 2S_{MPN}$.

Chọn đáp án A.

Câu 35. Đáp án C.



Trong mp$(ABCD)$, gọi $I = FG \cap AB; K = FG \cap AD$

Trong mp(SAB) , gọi $H = IE \cap SB$

Trong mp(SAD) , gọi $J = EK \cap SD$.

$(EFG) \cap (ABCD) = FG,$

$(EFG) \cap (SCD) = GJ$

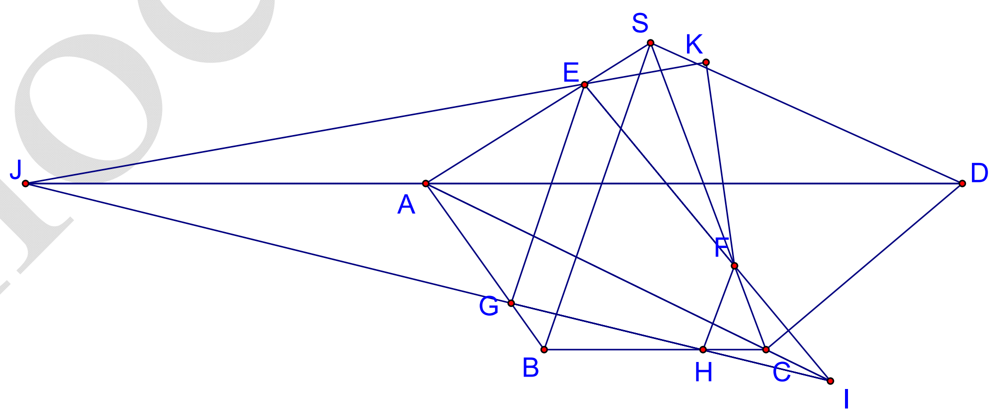
Ta có: $(EFG) \cap (SAD) = JE$

$(EFG) \cap (SAB) = HE$

$(EFG) \cap (SBC) = HF$

Do đó ngũ giác EHFGJ là thiết diện của hình chóp cắt bởi (EFG)

Câu 36. Đáp án C.



Trong mp(SAC) , Gọi $I = EF \cap AC$

Trong mp$(ABCD)$, Gọi $H = IG \cap BC, J = IG \cap AB$

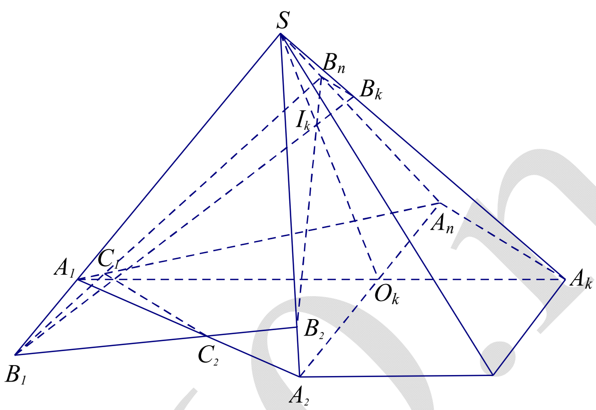
Trong mp(SAD) , Gọi $K = JE \cap SD$

hoc360.net

Khi đó ta có: $\begin{cases} (EFG)\cap(ABCD)=GH, \\ (EFG)\cap(SCD)=KF \\ (EFG)\cap(SAD)=EK \\ (EFG)\cap(SAB)=GE \\ (EFG)\cap(SBC)=HF \end{cases}$

Do đó ngũ giác EKFHG là thiết diện của hình chóp cắt bởi (EFG)

Câu 37. Đáp án D.



Trong mặt phẳng (SA_1A_2) gọi C_2 là giao điểm của B_1B_2 với A_1A_2.

Trong mặt phẳng (SA_1A_n) gọi C_n là giao điểm của B_1B_n với A_1A_n.

Trong mặt phẳng $(A_1A_2...A_n)$ gọi O_k $(k=3,4,...,n-1)$ là giao điểm của A_1A_k với A_2A_n.

Trong mặt phẳng (SA_2A_n), gọi I_k $(k=3,4,...,n-1)$ là giao điểm của SO_k với B_2B_n.

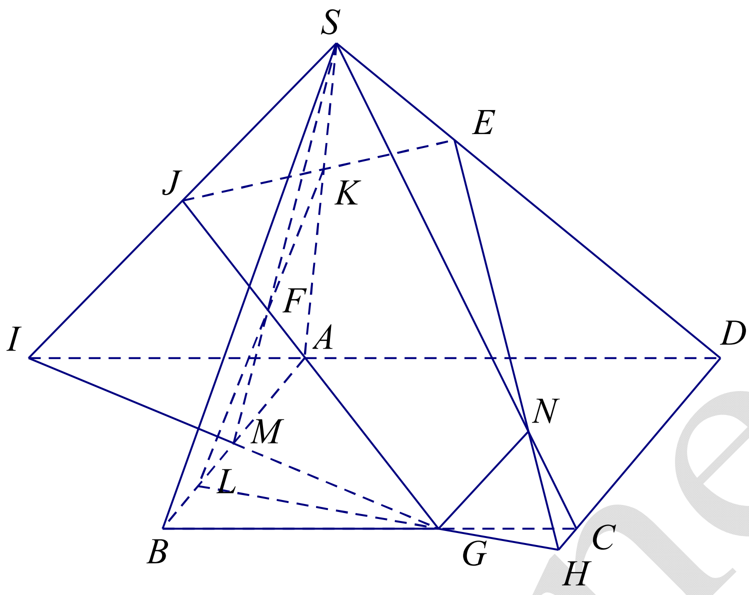
Trong mặt phẳng (SA_1A_k), gọi B_k $(k=3,4,...,n-1)$ là giao điểm của SA_k với B_1I_k.

Do $B_k \in B_1I_k \subset (B_1B_2B_n)$ nên B_k là giao điểm của SA_k $(k=3,4,...,n-1)$ với mặt phẳng $(B_1B_2B_n)$.

Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi $(B_1B_2B_n)$ là đa giác $C_2B_2...B_nC_n$.

Câu 38. Đáp án C.

Cách 1:



Gọi M là trung điểm của AB, khi đó S, F, M thẳng hàng.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi I là giao điểm của MG với AD. Khi đó $SI = (SMG) \cap (SAD)$.

Trong mặt phẳng (SMG), gọi J là giao điểm của FG với SI. Ta thấy J thuộc FG nên J thuộc (EFG). Trong (SAD), gọi K là giao điểm của JE với SA. Trong mặt phẳng (SAB), gọi L là giao điểm của KF với AB.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi H là giao điểm của LG với CD. Trong mặt phẳng (SCD), gọi N là giao điểm của EH với SC.

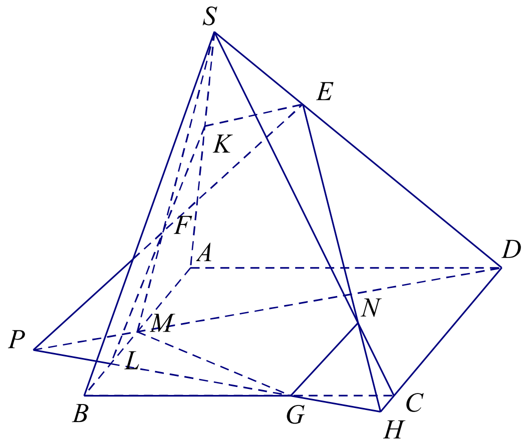
Ta có: $\begin{cases} (EFG) \cap (ABCD) = LG; (EFG) \cap (SBC) = GN \\ (EFG) \cap (SCD) = NE; (EFG) \cap (SAD) = EK \\ (EFG) \cap (SAB) = KL \end{cases}$.

Vậy ngũ giác $LGNEK$ là thiết diện của hình chóp cắt bởi (EFG).

Chú ý: Mấu chốt của ví dụ trên là việc dựng được điểm J là giao điểm của FG với (SAD) (thông qua việc dựng giao tuyến SI của mặt phẳng (SFG) với mặt phẳng (SAD)). Có thể dựng thiết diện trên bằng nhiều cách với việc dựng giao điểm (khác E, F, G) của một trong các đường thẳng EF, FG; hoặc GE với một mặt của hình chóp. Sau đây, tôi xin trình bày cách hai, điểm mấu chốt là xác định giao điểm của EF với mặt phẳng $(ABCD)$.

Cách 2:

hoc360.net



Trong mặt phẳng (SMD), gọi P là giao điểm của EF với MD.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi H,L là giao điểm của P,G với CD, AB.

Trong mặt phẳng (SAB), gọi K là giao điểm của LF với SA.

Trong mặt phẳng (SCD), gọi N là giao điểm của EH với SC.

Ta có: $\begin{cases}(EFG)\cap(ABCD)=LG;(EFG)\cap(SBC)=GN\\(EFG)\cap(SCD)=NE;(EFG)\cap(SAD)=EK\\(EFG)\cap(SAB)=KL\end{cases}$.

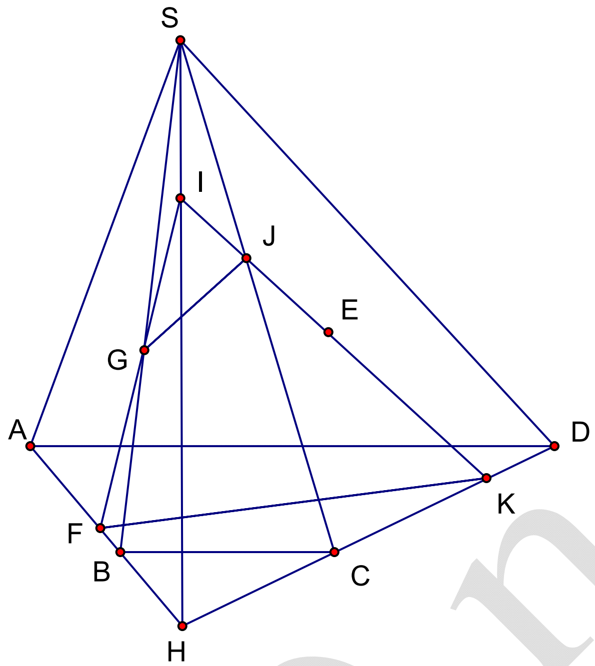
Vậy ngũ giác $LGNEK$ là thiết diện của hình chóp cắt bởi (EFG).

Câu 39. Đáp án B.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi H là giao điểm của AB và CD. Trong mặt phẳng (SAB), gọi I là giao điểm của FG và SH.

Xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1:



Trong mặt phẳng (SCD), IE cắt SC tại J và cắt đoạn CD tại K.

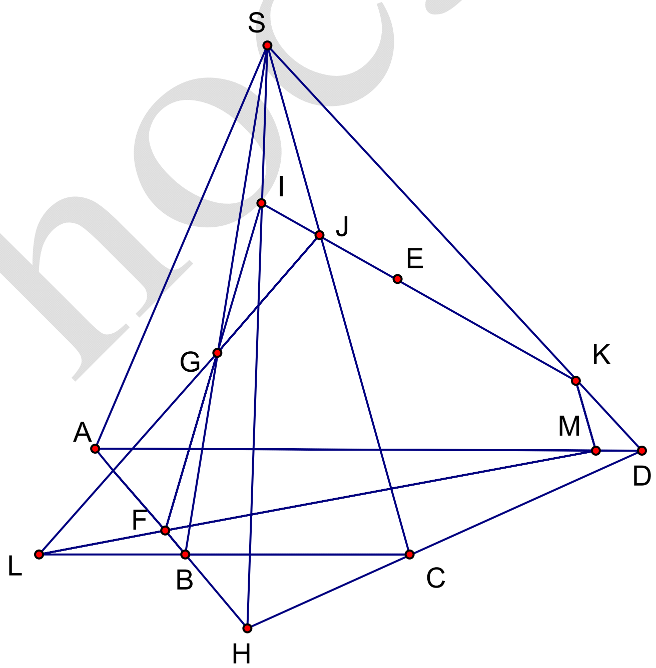
Ta có $J \in IE \subset (EFG)$ nên J là giao điểm của (EFG) với SC,

$K \in IE \subset (EFG)$ nên K là giao điểm của (EFG) với CD.

Ta có $\begin{cases}(EFG)\cap(ABCD)=FK;\ (EFG)\cap(SAB)=FG\\(EFG)\cap(SBC)=GJ;\ (EFG)\cap(SCD)=JK\end{cases}$

Suy ra tứ giác $KFGJ$ là thiết diện của hình chóp cắt bởi (EFG).

Trường hợp 2:



Trong mặt phẳng (SCD) , IE cắt SC tại J và cắt đoạn SD tại K (cắt CD tại một điểm nằm ngoài đoạn CD).

Trong mặt phẳng (SBC) :

Nếu GJ song song với BC thì ta có: $\frac{BG}{GS}=\frac{CJ}{JS}$. Gọi T là giao điểm của IE với CD .

Áp dụng định lí Menelaus vào các tam giác SBH và SCH ta có

$\frac{FB}{FH}.\frac{IH}{IS}.\frac{GS}{GB}=1=\frac{TC}{TH}.\frac{IH}{IS}.\frac{JS}{JC}\Rightarrow\frac{FB}{FH}=\frac{TC}{TH}$. Điều này chỉ xảy ra khi T thuộc đoạn CD (vô lí)

Do vậy GJ cắt BC , giả sử tại L.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi M là giao điểm của LF với AD .

Ta có $\begin{cases}(EFG)\cap(ABCD)=FM;\ (EFG)\cap(SAB)=FG\\(EFG)\cap(SBC)=GJ;\ (EFG)\cap(SCD)=JK\\(EFG)\cap(SAD)=KM\end{cases}$

Suy ra ngũ giác $KJGFM$ là thiết diện của hình chóp cắt bởi (EFG) .

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (EFG) hoặc là tứ giác hoặc là ngũ giác.

Câu 40. Đáp án B.

Trong mặt phẳng (SBC) , gọi J là giao điểm của EF với BC . Trong mặt phẳng (SAD) , gọi I là giao điểm của SG với AD . Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi N là giao điểm của IJ với CD .

Trong mặt phẳng (SIJ) , gọi K là giáo điểm của JG với SN .

Trong mặt phẳng (SCD) , có hai khả năng xảy ra như sau:

Trường hợp 1: FK cắt đoạn CD tại P .

hoc360.net