

**Ví dụ 1.** Một chiếc ô tô với hai động cơ độc lập đang gặp trục trặc kĩ thuật. Xác suất để động cơ 1 gặp trục trặc là 0,5. Xác suất để động cơ 2 gặp trục trặc là 0,4. Biết rằng xe chỉ không thể chạy được khi cả hai động cơ bị hỏng. Tính xác suất để xe đi được.

- A. 0,2.                      B. 0,8.                      C. 0,9.                      D. 0,1.

### Lời giải

Gọi  $A$  là biến cố “động cơ 1 bị hỏng”, gọi  $B$  là biến cố “động cơ 2 bị hỏng”.

Suy ra  $AB$  là biến cố “cả hai động cơ bị hỏng”  $\Leftrightarrow$  “xe không chạy được nữa”.

Lại thấy hai động cơ hoạt động độc lập nên  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập.

$\Rightarrow$  Áp dụng quy tắc nhân xác suất ta được xác suất để xe phải dừng lại giữa đường là

$$P(AB) = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2.$$

Vậy xác suất để xe đi được là  $1 - 0,2 = 0,8$ .

### STUDY TIP

Các bài toán không nói bất kì đối tượng nào mà chỉ cho các giá trị xác suất thì ta bắt buộc phải sử dụng công thức cộng hoặc công thức nhân xác suất. Ở đây hai động cơ độc lập nên  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập, do vậy ta áp dụng công thức nhân xác suất.

**Ví dụ 2.** Túi I chứa 3 bi trắng, 7 bi đỏ, 15 bi xanh. Túi II chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ, 9 bi xanh. Từ mỗi túi lấy ngẫu nhiên 1 viên bi. Tính xác suất để lấy được hai viên cùng màu.

- A.  $\frac{207}{625}$ .                      B.  $\frac{72}{625}$ .                      C.  $\frac{418}{625}$ .                      D.  $\frac{553}{625}$ .

### Lời giải

Gọi  $A_t, A_d, A_x$  lần lượt là biến cố bi rút được từ túi I là trắng, đỏ, xanh.

Gọi  $B_t, B_d, B_x$  lần lượt là biến cố bi rút được từ túi II là trắng, đỏ, xanh.

Các biến cố  $A_t, A_d, A_x$  độc lập với  $B_t, B_d, B_x$ .

Vậy xác suất để lấy được hai bi cùng màu là

$$\begin{aligned} P(A_t B_t \cup A_d B_d \cup A_x B_x) &= P(A_t B_t) + P(A_d B_d) + P(A_x B_x) \\ &= P(A_t)P(B_t) + P(A_d)P(B_d) + P(A_x)P(B_x) = \frac{3}{25} \cdot \frac{10}{25} + \frac{7}{25} \cdot \frac{6}{25} + \frac{15}{25} \cdot \frac{9}{25} = \frac{207}{625}. \end{aligned}$$

### STUDY TIP

Nhận thấy bài toán bên là bài toán sử dụng cả hai công thức tính là công thức cộng và công thức nhân xác suất. Bài toán sử dụng công thức cộng xác suất vì các biến cố  $A_t B_t; A_d B_d; A_x B_x$  lần lượt là các biến cố đôi một xung khắc (do biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra).

Trong khi đó các biến cố  $A_t$  và  $B_t; A_d$  và  $B_d; A_x$  và  $B_x$  lần lượt là các cặp biến cố độc lập (việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng đến biến cố kia) nên sử dụng công thức nhân xác suất.

**Ví dụ 3.** Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn.

- A. 0,09.                      B. 0,91.                      C. 0,36.                      D. 0,06.

### Lời giải

Đặt  $A$  là biến cố “Lần gieo đầu tiên xuất hiện mặt chấm chẵn”;

$B$  là biến cố “Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt chấm chẵn”;  
 $C$  là biến cố “Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn”.

Ta có  $C = (A \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$ .

Ta thấy  $(A \cap B)$  và  $(\bar{A} \cap \bar{B})$  là hai biến cố xung khắc nên

$$P[(A \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})] = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) \quad P[(A \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})] = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B})$$

Vì  $A$  và  $B$  là hai biến cố độc lập nên theo STUDY TIP ở trên thì

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Vậy } P(C) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

#### STUDY TIP

Ở đây  $C = (A \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$  vì tổng hai chấm xuất hiện ở hai lần gieo là chẵn có nghĩa là có 2 trường hợp:

\*TH1: Hai lần gieo đều được số chẵn  $A \cap B$ .

\*TH2: Hai lần gieo đều được số lẻ  $\bar{A} \cap \bar{B}$ .

#### STUDY TIP

Ta có  $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$  bởi xúc sắc có số mặt chẵn và số mặt lẻ bằng nhau, do vậy ta dễ dàng

có xác suất là  $\frac{1}{2}$ .

**Ví dụ 4.** Ba xạ thủ  $A, B, C$  độc lập với nhau cùng nổ súng vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của  $A, B, C$  tương ứng là 0,4; 0,5 và 0,7. Tính xác suất để có ít nhất một người bắn trúng mục tiêu.

A. 0,09 .

B. 0,91 .

C. 0,36 .

D. 0,06 .

#### Lời giải

Gọi  $A, B, C$  tương ứng là các biến cố “ $A$  bắn trúng”; “ $B$  bắn trúng”; “ $C$  bắn trúng”.

$A, B, C$  là ba biến cố độc lập. Do  $A, B, C$  là các biến cố đôi một nên:

Xác suất để cả ba người đều bắn trượt là

#### STUDY TIP

Nhắc lại chú ý phần lý thuyết nhân xác suất, tôi có đưa ra: Nếu  $A, B, C$  là hai biến cố độc lập

$$\text{thì } P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B})$$

Và bài toán ở ví dụ 9 này là bài toán mở rộng của chú ý đó đối với ba biến cố đôi một cách độc lập

$$P(\overline{ABC}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) \cdot P(\overline{C}) = (1-0,4)(1-0,5)(1-0,7) = 0,09$$

Vậy xác suất để có ít nhất một trong ba người bắn trúng là  $1 - 0,09 = 0,91$ .

- Ví dụ 5.** Một xạ thủ bắn bia. Biết rằng xác suất bắn trúng vòng tròn 10 là 0,2; vòng 9 là 0,25 và vòng 8 là 0,15. Nếu trúng vòng  $k$  thì được  $k$  điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xả thủ đạt loại giỏi nếu anh ta đạt ít nhất 28 điểm. Xác suất để xạ thủ này đạt loại giỏi
- A.** 0,0935.      **B.** 0,0755.      **C.** 0,0365.      **D.** 0,0855.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $H$  là biến cố: "Xạ thủ bắn đạt loại giỏi".  $A; B; C; D$  là các biến cố sau:

$A$ : "Ba viên trúng vòng 10"

$B$ : "Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 9"

$C$ : "Một viên trúng vòng 10 và hai viên trúng vòng 9"

$D$ : "Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 8"

Các biến cố  $A; B; C; D$  là các biến cố xung khắc từng đôi một và  $H = A \cup B \cup C \cup D$

Suy ra theo quy tắc cộng mở rộng ta có  $P(H) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D)$

Mặt khác  $P(A) = (0,2) \cdot (0,2) \cdot (0,2) = 0,008$

$P(B) = (0,2) \cdot (0,2) \cdot (0,25) + (0,2)(0,25)(0,2) + (0,25)(0,2)(0,2) = 0,03$

$P(C) = (0,2) \cdot (0,25) \cdot (0,25) + (0,25)(0,2)(0,25) + (0,25)(0,25)(0,2) = 0,0375$

$P(D) = (0,2) \cdot (0,2) \cdot (0,15) + (0,2)(0,15)(0,2) + (0,15)(0,2)(0,2) = 0,018$

Do đó  $P(H) = 0,008 + 0,03 + 0,0375 + 0,018 = 0,0935$

**STUDY TIP**

Ở các phần tính xác suất biến cố  $B, C, D$  ta có các trường hợp như vậy bởi vì thứ tự trúng vòng của 3 lần bắn khác nhau là các trường hợp khác nhau. Nhiều độc giả không tính các trường hợp khác nhau. Nhiều độc giả không tính các trường hợp đó dẫn đến chọn  $C$  là sai

**C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG**

**Câu 1.** Tung một viên súc súc cân đối, tìm xác suất để số chấm xuất hiện nhỏ hơn 4.

- A.**  $\frac{1}{2}$ .      **B.**  $\frac{1}{6}$ .      **C.**  $\frac{1}{36}$ .      **D.**  $\frac{1}{256}$ .

**Câu 2.** Một lớp học có 100 học sinh, trong đó có 40 học sinh giỏi ngoại ngữ; 30 học sinh giỏi tin học và 20 học sinh giỏi cả ngoại ngữ và tin học. Học sinh nào giỏi ít nhất một trong hai môn sẽ được thêm điểm trong kết quả học tập của học kì. Chọn ngẫu nhiên một trong các học sinh trong lớp, xác suất để học sinh đó được tăng điểm là

- A.**  $\frac{3}{10}$ .      **B.**  $\frac{1}{2}$ .      **C.**  $\frac{2}{5}$ .      **D.**  $\frac{3}{5}$ .

**Câu 3.** Một hộp đèn có 12 bóng trong đó có 7 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng, xác suất để lấy được ít nhất 2 bóng tốt là

- A.**  $\frac{21}{44}$ .      **B.**  $\frac{7}{44}$ .      **C.**  $\frac{7}{11}$ .      **D.**  $\frac{4}{11}$ .

- Câu 4.** Trong một hộp gồm 8 viên bi xanh và 6 viên bi trắng, chọn ngẫu nhiên 5 viên bi. Xác suất để 5 viên bi được chọn có cả bi xanh và bi trắng
- A.  $\frac{970}{1001}$ .      B.  $\frac{139}{143}$ .      C.  $\frac{31}{1001}$ .      D.  $\frac{4}{143}$ .
- Câu 5.** Một lớp có 25 học sinh, trong đó có 15 em học khá môn Toán, 16 em học khá môn Văn. Biết rằng mỗi học sinh trong lớp đều khá ít nhất một trong hai môn trên. Xác suất để chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn
- A.  $\frac{21}{575}$ .      B.  $\frac{7}{11}$ .      C.  $\frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{2}{3}$ .
- Câu 6.** Gieo hai con xúc xắc cân đối đồng chất. Xác suất để tổng hai mặt xuất hiện bằng 7 là
- A.  $\frac{1}{7}$ .      B.  $\frac{1}{6}$ .      C.  $\frac{5}{6}$ .      D.  $\frac{6}{7}$ .
- Câu 7.** Một lớp có 20 học sinh, trong đó có 6 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn và 4 học sinh giỏi cả 2 môn. Giáo viên chủ nhiệm chọn ra 2 em. Xác suất 2 em đó là học sinh giỏi
- A.  $\frac{11}{20}$ .      B.  $\frac{169}{190}$ .      C.  $\frac{21}{190}$ .      D.  $\frac{9}{20}$ .
- Câu 8.** Xét các số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau được lập từ 1, 3, 5, 7, 9. Xác suất để viết được số bắt đầu bởi 19 là
- A.  $\frac{59}{60}$ .      B.  $\frac{4}{5}$ .      C.  $\frac{19}{20}$ .      D.  $\frac{1}{20}$ .
- Câu 9.** Cho tập  $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ . Xác suất để lập được số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau sao cho số đó chia hết cho 5 và các chữ số 1, 2, 3 luôn có mặt cạnh nhau là
- A.  $\frac{11}{420}$ .      B.  $\frac{11}{360}$ .      C.  $\frac{349}{360}$ .      D.  $\frac{409}{420}$ .
- Câu 10.** Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn một ban cán sự lớp gồm 4 em. Xác suất để 4 bạn đó có ít nhất một nam và 1 nữ
- A.  $\frac{15475}{18278}$ .      B.  $\frac{2083}{18278}$ .      C.  $\frac{11}{360}$ .      D.  $\frac{349}{360}$ .
- Câu 11.** Một trường có 50 em học sinh giỏi trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Cần chọn ra 3 học sinh trong số 50 học sinh để tham gia trại hè. Tính xác suất trong 3 em ấy không có cặp anh em sinh đôi.
- A.  $\frac{9}{1225}$ .      B.  $\frac{1216}{1225}$ .      C.  $\frac{12}{1225}$ .      D.  $\frac{1213}{1225}$ .
- Câu 12.** Một hội nghị bàn tròn có phái đoàn các nước: Mỹ có 5 người, Nga có 5 người, Anh có 4 người, Pháp có 6 người, Đức có 4 người. Xếp ngẫu nhiên các đại biểu vào bàn tròn. Xác suất sao cho các người quốc tịch ngồi cùng nhau
- A.  $\frac{6}{23!}$ .      B.  $\frac{4!}{24!}$ .      C.  $\frac{4!5!4!6!4!}{24!}$ .      D.  $\frac{23!-6}{23!}$ .
- Câu 13.** Nam tung một đồng xu cân đối 5 lần liên tiếp. Xác suất xảy ra để Nam tung cả 5 lần đồng xu đều là mặt sấp
- A. 0,5.      B. 0,03125.      C. 0,25.      D. 0,125.
- Câu 14.** Ba xạ thủ bắn vào mục tiêu một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng của xạ thủ thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là 0,6; 0,7; 0,8. Xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng là
- A. 0,188.      B. 0,024.      C. 0,976.      D. 0,812.
- Câu 15.** Trong dịp nghỉ lễ 30-4 và 1-5 thì một nhóm các em thiếu niên tham gia trò chơi "Ném vòng cổ chai lấy thưởng". Mỗi em được ném 3 vòng. Xác suất ném vào cổ chai lần đầu là 0,75. Nếu ném trượt

lần đầu thì xác suất ném vào cổ chai lần thứ hai là 0,6. Nếu ném trượt cả hai lần ném đầu tiên thì xác suất ném vào cổ chai ở lần thứ ba (lần cuối) là 0,3. Chọn ngẫu nhiên một em trong nhóm chơi. Xác suất để em đó ném vào đúng cổ chai là

- A. 0,18.                      B. 0,03.                      C. 0,75.                      D. 0,81.

**Câu 16.** Gieo 3 đồng xu cùng một lúc. Gọi  $A$  là biến cố "có ít nhất một đồng xu xuất hiện mặt ngửa". Xác suất của biến cố  $A$  là

- A.  $\frac{1}{4}$ .                      B.  $\frac{1}{8}$ .                      C.  $\frac{7}{8}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 17.** Gieo 3 con xúc xắc, kết quả là một bộ thứ tự  $(x; y; z)$  với  $x; y; z$  lần lượt là số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc. Xác suất để  $x + y + z < 16$  là

- A.  $\frac{5}{108}$ .                      B.  $\frac{23}{24}$ .                      C.  $\frac{1}{24}$ .                      D.  $\frac{103}{108}$ .

**Câu 18.** Gieo 2 con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xác định để gieo được hai mặt xúc sắc có tổng của hai số lớn hơn 9

- A.  $\frac{1}{6}$ .                      B.  $\frac{11}{360}$ .                      C.  $\frac{5}{36}$ .                      D.  $\frac{31}{36}$ .

**Câu 19.** Gieo đồng thời 2 con xúc xắc cân đối, đồng chất. Một con màu đỏ và một con màu đen. Xác suất của biến cố  $A$  "Số chấm trên con xanh nhiều hơn trên con đỏ 2 đơn vị"

- A.  $\frac{32}{36}$ .                      B.  $\frac{1}{9}$ .                      C.  $\frac{5}{36}$ .                      D.  $\frac{9}{36}$ .

**Câu 20.** Viết 6 chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 lên 6 mảnh bìa như nhau. Rút ngẫu nhiên ra 3 tấm bìa và xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất sao cho 3 tấm bìa đó xếp thành số có 3 chữ số là

- A.  $\frac{5}{6}$ .                      B.  $\frac{1}{6}$ .                      C.  $\frac{7}{40}$ .                      D.  $\frac{33}{40}$ .

**Câu 21.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 2 chữ số khác nhau lập từ  $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ . Chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập  $S$ . Xác suất để tích hai số chọn được là một số chẵn

- A.  $\frac{41}{42}$ .                      B.  $\frac{1}{42}$ .                      C.  $\frac{1}{6}$ .                      D.  $\frac{5}{6}$ .

**Câu 22.** Cho 8 quả cân có trọng lượng lần lượt là 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 (kg). Chọn ngẫu nhiên 3 quả trong số đó. Xác suất để trọng lượng 3 quả không nhỏ hơn 10 (kg) là

- A.  $\frac{3}{28}$ .                      B.  $\frac{25}{28}$ .                      C.  $\frac{1}{8}$ .                      D.  $\frac{7}{8}$ .

**Câu 23.** Trong một hộp đựng 20 viên bi trong đó có 12 viên bi đỏ khác nhau và 8 viên bi xanh khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra 7 viên bi. Xác suất để 7 viên bi được chọn ra không quá 2 viên bi đỏ

- A.  $\frac{84}{1615}$ .                      B.  $\frac{101}{1938}$ .                      C.  $\frac{1882}{1983}$ .                      D.  $\frac{1531}{1615}$ .

**Câu 24.** Có 10 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm chia hết cho 10 là

- A.  $\frac{634}{667}$ .                      B.  $\frac{33}{667}$ .                      C.  $\frac{568}{667}$ .                      D.  $\frac{99}{667}$ .

**Câu 25.** Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số 1 đến 9. Hỏi phải rút bao nhiêu thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn  $\frac{5}{6}$

- A. 6.                      B. 7.                      C. 5.                      D. 4.