

(II): $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$: Hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$ giảm.

Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên:

A. Chỉ (I) đúng . **B.** Chỉ (II) đúng . **C.** Cả hai đúng. **D.** Cả hai sai.

Câu 65. Cho hàm số $y = 4 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin 2x$. Kết luận nào sau đây là đúng về sự biến thiên của hàm số đã cho?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và $\left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $(0; \pi)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{3\pi}{4}\right)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \pi\right)$.

Câu 66. Với $k \in Z$, kết luận nào sau đây về hàm số $y = \tan 2x$ là sai?

A. Hàm số $y = \tan 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{2}$.

B. Hàm số $y = \tan 2x$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số $y = \tan 2x$ nhận đường thẳng $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ là một đường tiệm cận.

D. Hàm số $y = \tan 2x$ là hàm số lẻ.

Câu 67. Để hàm số $y = \sin x + \cos x$ tăng, ta chọn x thuộc khoảng nào?

A. $\left(-\frac{3\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi\right)$. **B.** $\left(-\frac{3\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi\right)$.

C. $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$. **D.** $(\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi)$.

Câu 68. Xét hai mệnh đề sau:

(I): $\forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$: Hàm số $y = \tan^2 x$ tăng.

(II): $\forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$: Hàm số $y = \sin^2 x$ tăng.

Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên:

A. Chỉ (I) đúng . **B.** Chỉ (II) đúng . **C.** Cả hai đúng. **D.** Cả hai sai.

Câu 69. Hãy chọn câu sai: Trong khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right), k \in Z$ thì:

A. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số nghịch biến .

B. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số nghịch biến.

C. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số đồng biến.

D. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số đồng biến.

Câu 70. Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) = \cos 2x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ là:

A.

x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
y	-1	1	-1	1	-1

B.

x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
y	1	-1	1	-1	1

C.

x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
y	-2	2	-2	2	-2

D.

x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
y	2	2	-2	-2	2

Câu 71. Cho hàm số $y = \cos \frac{x}{2}$. Bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[-\pi; \pi]$ là:

A.

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y	-1	0	1	0	-1

B.

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y	1	0	-1	0	1

C.

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0

D.

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1

TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 72. Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y = 4 \cos \sqrt{x}$ là:

- A.** 0 và 4. **B.** -4 và 4. **C.** 0 và 1. **D.** -1 và 1.

Câu 73. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{1 - \cos^2 x} - 2$ là:

- A.** 0 và $\sqrt{2} - 1$. **B.** -1 và $\sqrt{2} - 1$. **C.** -2 và -1 **D.** -1 và 1

Câu 74. Cho hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. Giá trị lớn nhất của hàm số là:

A. -1. B. 0. C. 1. D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 75. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. 1. C. $\sqrt{2}$. D. 2.

Câu 76. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x + 2}$ là:

A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. 0.

Câu 77. Giá trị lớn nhất của hàm số là: $y = \frac{\cos x + 2 \sin x + 3}{2 \cos x - \sin x + 4}$

A. 0. B. $3 - 2\sqrt{3}$. C. $2 - 2\sqrt{2}$. D. -1.

Câu 78. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 3 - \frac{1}{5} \sin^2 x \cos^2 x$ là

A. $\frac{59}{20}$ B. $\frac{14}{5}$ C. 3 D. $\frac{29}{10}$

Câu 79. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4 \sin x + 2 \cos x$ là

A. $2\sqrt{5}$ B. $-2\sqrt{5}$ C. 0 D. 20

Câu 80. Hàm số $y = 4 \sin x - 4 \cos^2 x$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. -1 B. -4 C. $-\frac{5}{4}$ D. -5

Câu 81. Hàm số $y = 4 \cot^2 2x - \frac{\sqrt{3}(1 - \tan^2 x)}{\tan x}$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. 0 B. $3 - 2\sqrt{3}$ C. $2 - 2\sqrt{2}$ D. -1

Câu 82. Hàm số $y = 2 \cos x + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ đạt giá trị lớn nhất là

A. $5 - 2\sqrt{2}$ B. $5 + 2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{5 + 2\sqrt{2}}$ D. $\sqrt{5 - 2\sqrt{2}}$

Câu 83. Tổng của giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^4 x + \cos^4 x + \sin x \cos x$ là

A. $\frac{9}{8}$ B. $\frac{5}{4}$ C. 1 D. $\frac{4}{3}$

Câu 84. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x \sqrt{\cos x} + \cos x \sqrt{\sin x}$ là

A. 0 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt[4]{2}$ D. $\sqrt{6}$

Câu 85. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{\cos^2 x + 7 \sin^2 x} + \sqrt{\sin^2 x + 7 \cos^2 x}$ là

A. $1 + \sqrt{7}$ B. $-1 + \sqrt{7}$ C. 4 D. 14

Hướng dẫn giải chi tiết

Dạng 1: Tìm tập xác định của hàm số

Câu 1. Đáp án A.

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } \sin x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k2\pi \\ x \neq \pi + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Nếu giải đến đây ta có thể dễ dàng loại B,C,D vì:

Với C thì thiếu $x \neq \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Với B,D thì không thỏa mãn.

Với A ta kết hợp gộp nghiệm thì ta được $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 2. Đáp án B.

Ở đây $\sin 5x$ xác định với mọi số thực x . Nên ta đi tìm điều kiện cho $\tan 2x$ xác định khi

$$2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 3. Đáp án B.

Hàm số đã cho xác định khi

$$\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin^3 x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Câu 4. Đáp án D.

Hàm số đã cho xác định khi

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Câu 5. Đáp án B.

Mệnh đề (1) và (2) là đúng

Mệnh đề (3) và (4) là sai

Sửa lại cho đúng như sau

(3) Hàm số $y = \tan x$ có TXĐ là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

(4) Hàm số $y = \tan x$ có TXĐ là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 6. Đáp án B.

Hàm số đã cho xác định khi $x \geq 0$

Câu 7. Đáp án D.

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 8. Đáp án B.

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 9. Đáp án D.

Hàm số đã cho xác định khi $\sin^2 x - \cos^2 x \neq 0 \Leftrightarrow \cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 10. Đáp án D.

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} \sin^2 x - \cos^2 x \neq 0 \\ \cos 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 11. Đáp án A.

Hàm số đã cho xác định khi

$$\sin x + \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{-\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Vậy TXĐ } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Câu 12. Đáp án D.

Hàm số đã cho xác định khi

$$\sin x - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Vậy TXĐ } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Câu 13. Đáp án B.

Ta có $\sin 2x \geq -1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \sin 2x + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số đã cho xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$

Câu 14. Đáp án C.

$$\text{Ta có } \cos 13x \leq 1 < \frac{15}{14} \Rightarrow 15 - 14 \cos 13x > 0.$$

$$\text{Vậy hàm số đã cho xác định khi } \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 15. Đáp án D.

$$\text{Trương tự câu 14, hàm số đã cho xác định khi } \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 16. Đáp án C.

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } \begin{cases} \frac{20 + 19 \cos 18x}{1 - \sin x} \geq 0 \\ 1 - \sin x \neq 0 \end{cases}$$

Mà $19 + 20 \cos 18x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đã cho xác định

$$1 - \sin x > 0 \Leftrightarrow \sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Vậy hàm số đã cho xác định khi } \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 17. Đáp án D.

Với A thì hàm số xác định khi $x \geq 0$

Với B thì hàm số xác định khi $\tan 2x$ xác định $\Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Với C thì hàm số xác định khi $x \neq 0$

Với D thì $\frac{\sin 2x + 3}{\cos 4x + 5} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Vậy ta chọn D vì các phương án trên không có phương án nào thỏa mãn hàm số có tập xác định là \mathbb{R} .

Câu 18. Đáp án C.

Với A thì hàm số xác định khi $\cos x \neq 0$

Với B thì hàm số xác định khi $\cos x \neq 0$

Với C thì hàm số xác định khi $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos 2017x \neq 0 \end{cases}$

Từ đây ta chọn C do khác với A và B

Câu 19. Đáp án D.

Hàm số đã cho xác định khi $\cos x - 1 \geq 0$, mà $\cos x - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, do vậy để hàm số xác định thì $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 20. Đáp án B.

Cách 1: Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} 1 - \sin 2x \geq 0 \\ 1 + \sin 2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq \sin 2x \leq 1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

Cách 2: $y = |\sin x - \cos x| - |\sin x + \cos x|$, tập xác định là \mathbb{R}

Câu 21. Đáp án C.

Với A thì hàm số $y = \sqrt{\sin x}$ xác định khi $\sin x \geq 0 \Leftrightarrow k2\pi \leq x \leq \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. vậy A sai.

Với B thì hàm số $y = \sqrt{\cos x}$ xác định khi $\cos x \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-\pi}{2} + k2\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ $\cos x \neq 0$

Với C thì hàm số xác định khi $y = \sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}$ xác định khi

$\begin{cases} \cos x \geq 0 \\ \sin x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow k2\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Vậy C đúng.

Câu 22. Đáp án D.

Ta thấy cả hai hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ và $y = \cot x$ đều xác định khi $\sin x \neq 0$. tương tự thì hai hàm số ở mệnh đề II đều xác định khi $\cos x \neq 0$.

Câu 23. Đáp án C.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x \in [0; 2\pi] \\ \sin x \geq 0 \\ \cos x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 2\pi \\ 0 \leq x \leq \pi \\ -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

Câu 24. Đáp án D.

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} 0 < x < \pi \\ \cos x \neq 0 \\ \tan x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; \pi) \setminus \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right\}$$

Câu 25. Đáp án C.

$$\text{Hàm số xác định khi } \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 26. Đáp án A.

$$\text{Hàm số xác định khi } \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{2\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 27. Đáp án B.

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \tan x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{-\pi}{4} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Khoảng $\left(\frac{-\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ chứa $x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi$ nên hàm số không xác định trong khoảng này

Câu 28. Đáp án A.

Hàm số $y = \tan x$ tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{x / x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$, Hàm số $y = \cot x$ tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{x / x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$, suy ra (II) sai

Câu 29. Đáp án A.

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } \cos 3x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 3x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \neq 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{3} + x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$$

Câu 30. Đáp án B.

Hàm số $f(x) = \frac{5 \sin 2x + 3}{12 \sin x} + \frac{\sqrt{\cos^2 x + 5}}{\cos x}$ xác định khi

$$\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \\ x \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 31. Đáp án A.

$$\text{ĐK: } 2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x \neq -\frac{1}{2} \neq \begin{cases} x \neq -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x \neq \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}.$$

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{7\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 32. Đáp án A.

Ta có $-1 \leq \cos 2x \leq 1$ nên $5 - 3\cos 2x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Mặt khác } \left| 1 + \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \right| \geq 0.$$

$$\text{Hàm số đã cho xác định } \Leftrightarrow 1 + \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \neq 0$$

$$\text{A. } \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \neq -1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{2} \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$$

Câu 33. Đáp án B.

$$\text{Vì } -1 \leq \cos x \leq 1 \text{ nên } 1 + \cos x \geq 0 \text{ và } 1 - \cos x \geq 0 \Rightarrow \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \geq 0.$$

$$\text{Hàm số xác định } \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \neq 0 \\ 1 - \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} \neq k\pi \\ x \neq k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Tập xác định của hàm số là } \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi, k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 34. Đáp án A.

Vì $-1 \leq \sin x \leq 1$ nên $2 + \sin x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Hàm số xác định } \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + \sin x \geq 0 \\ \tan^2 x - 1 \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x \neq \pm 1 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 35. Đáp án D.

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} \cot^2 x + 1 \neq 0 \\ \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2x\right) \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{3} + 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ x \neq k\pi \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Dạng 2: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số lượng giác.

Câu 36. Đáp án A.

Với A: TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có với $x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R} \Rightarrow -2\cos(-x) = -2\cos x$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 37. Đáp án B.

Với A: Ta có $-2\cos(-x) = -2\cos x$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Với B: Ta có:

$$-2\sin(-x) = -2 \cdot (-\sin x) = 2\sin x = -f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ. Vậy ta chọn B.

Câu 38. Đáp án B.

Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Vậy với $x \in D \Rightarrow -x \in D$. Ta có $f(-x) = \sin(-x)\cos^2(-x) + \tan(-x)$
 $= -\sin x \cdot \cos^2 x - \tan x = -f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ. Đáp án B.

Câu 39. Đáp án A.

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập đối xứng.

$$\text{Ta có } f(-x) = \frac{1 + \sin^2(-2x)}{1 + \cos(-3x)} = \frac{1 + (\sin(-2x))^2}{1 + \cos(-3x)} = \frac{1 + \sin^2 2x}{1 + \cos 3x} \rightarrow$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 40. Đáp án C.

Ta loại I và II do khi $\sin x > 0$ thì $\sin(-x) = -\sin x < 0$, do đó $\sqrt{-\sin x}$ không tồn tại.

Với III: Hàm số xác định khi $\cos x \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} + k2\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Tập xác định của hàm số là tập đối xứng.

$$\text{Do vậy, ta xét } f(-x) = \sin(-x) \cdot \sqrt{\cos(-x)} = -\sin x \cdot \sqrt{\cos x} = -f(x).$$

Vậy III đúng.

Câu 41. Đáp án C.

Với A: Tương tự như câu 26, thì ta loại A.

Với B: Tập xác định $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng.

Ta có $f(-x) = \sin^2(-x) = (-\sin x)^2 = \sin^2 x$. Vậy hàm số ở phương án C là hàm số lẻ.

Câu 42. Đáp án A.

Ta loại D vì để hàm số đã cho xác định thì $\begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases}$ nên tập xác định của hàm số đã cho không thể là hàm số chẵn.

$$\text{Do } f(-x) = \frac{\tan(-2x)}{\sin^3(-x)} = \frac{-\tan 2x}{-\sin^3 x} = f(x).$$

Câu 43. Đáp án B.

Ta thấy các hàm số ở phương án A,C là các hàm số lẻ, còn ở phương án D là hàm số chẵn. Do vậy, ta chọn B. Thật vậy $\sqrt{2} \sin\left(-x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 44. Đáp án C.

Hàm số lẻ có đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng, do đó ta đi tìm hàm số lẻ trong bốn hàm số đã cho. Với bài toán này ta đi tìm hàm số là hàm số lẻ. Với các bạn tính ý thì ta có thể chọn luôn C.

Lý giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ là tập đối xứng.

$$f(-x) = \frac{1}{\sin^{2013}(-x)} = \frac{-1}{\sin^{2013} x} = -f(x). \text{ Vậy hàm số ở phương án C là hàm số lẻ có đồ thị đối}$$

xứng qua gốc tọa độ.

Câu 45. Đáp án B.

Hàm số chẵn có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng do đó ta đi tìm hàm số chẵn trong bốn hàm số đã cho.

Hàm số ở D loại vì lí do tương tự câu 26.

Hàm số A và C là hàm số lẻ. Do vậy ta chọn B.

Câu 46. Đáp án A.

Với A: TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f(-x) = (\sin(-x))^{2016} \cdot \cos(-x) = \sin^{2016} x \cdot \cos x.$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Các hàm số ở B, C, D đều là hàm số lẻ.

Câu 47. Đáp án D.

(I) Tập xác định của hàm số đã cho là tập đối xứng.

$$\text{Ta có } f(-x) = \tan(-x) + \cot(-x) = -\tan x - \cot x = -f(x).$$

Vậy (I) đúng.

(II) Tập xác định của hàm số đã cho là tập đối xứng.

Ta có

$$f(-x) = \tan(-x) - \cot(-x) = -\tan x + \cot x = -f(x).$$

Vậy (II) đúng.

Câu 48. Đáp án A.

- Với (I) ta có $f(-x) = \tan(-x) + \cos(-x) = -\tan x + \cos x \neq f(x) \neq f(x)$.

Vậy hàm số ở (I) không phải hàm số chẵn cũng không phải hàm số lẻ.

- Với (II) ta có $f(-x) = \tan(-x) + \sin(-x) = -\tan x - \sin x = -f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 49. Đáp án C.

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f(-x) = 1 - \sin^2(-x) = 1 - (-\sin x)^2 = 1 - \sin^2 x = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 50. Đáp án D.

Để thấy hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số lẻ.

$$\text{Với B ta có } f(-x) = (-x) \cdot \cos(-x) = -x \cdot \cos x = -f(x).$$

Vậy hàm số ở B là hàm số lẻ.

Với C ta có TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ là tập đối xứng.

$$f(-x) = \cos(-x) \cdot \cot(-x) = \cos x \cdot (-\cot x) = -f(x).$$

Vậy hàm số ở C là hàm số lẻ. Vậy ta chọn D.

Câu 51. Đáp án A.

Ta chọn luôn A vì ở phần ví dụ ta có đưa ra hàm số $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn trên D.

Câu 52. Đáp án A.

Với A: Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f(-x) = \frac{1}{2} \sin(-x) \cdot \cos(-2x) = -\frac{1}{2} \sin x \cdot \cos 2x = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

Câu 53. Đáp án A.

Ta thấy hàm số ở phương án A là hàm số chẵn thì ta có đồ thị đối xứng qua trục tung, chứ không phải đối xứng qua gốc tọa độ.

Câu 54. Đáp án C.

Tập $D = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là tập đối xứng.

Ta có $f(-x) = \sqrt{\cos(-x)} = \sqrt{\cos x} = f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn

Câu 55. Đáp án B.

Với A: Ta có $f(-x) = (-x) \sin^3(-x) = x \sin^3 x = f(x)$. vậy A đúng.

Với B: Tập xác định D là tập đối xứng.

$$\text{Ta có } f(-x) = \frac{\sin(-x) \cos(-x)}{\tan(-x) + \cot(-x)} = \frac{-\sin x \cos x}{-(\tan x + \cot x)} = \frac{\sin x \cos x}{\tan x + \cot x} = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn. Vậy B sai.

Câu 56. Đáp án D.

Với A: Tập xác định của hàm số đã cho là tập đối xứng. Ta có $f(-x) = \frac{\sin(-x) - \tan(-x)}{2 \sin(-x) + 3 \cot(-x)} =$

$$\frac{-\sin x + \tan x}{-2 \sin x - 3 \cot x} = \frac{\sin x - \tan x}{2 \sin x + 3 \cot x} = f(x). \text{ Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn có đồ thị nhận trục } oy \text{ làm trục đối xứng. Vậy A đúng.}$$

Với B: Ta có $f(-x) = \frac{(-x)^2}{\sin(-x) + \tan(-x)} = \frac{x^2}{-\sin x - \tan x} = -f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số

lẻ có đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng. vậy B đúng.

Với C: Ta có $f(-x) = \frac{\sin^{2008n}(-x) + 2009}{\cos(-x)} = \frac{\sin^{2008n} x + 2009}{\cos x} = f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm

số chẵn có đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng. Vậy C đúng.

Từ đây ta chọn D.

Câu 57. Đáp án C.

Bài toán trở thành tìm hàm số chẵn trong bốn hàm số đã cho phần phương án.

Với A: Ta có $f(-x) = \frac{\cos^{2008n}(-x) + 2003}{2012 \sin(-x)} = \frac{\cos^{2008n} x + 2003}{-2012 \sin x} = -f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm

số lẻ, (loại).

Với B: Ta có $f(-x) = \tan(-x) + \cot(-x) = -\tan x - \cot x = -f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ (loại).

Với C: Ta có $f(-x) = \frac{\cos(-x)}{6(-x)^6 + 4(-x)^4 + 2(-x)^2 + 15} = \frac{\cos x}{6x^6 + 4x^4 + 2x^2 + 15} = f(x)$. vậy ta chọn

C

Câu 58. Đáp án A.

Vì $\cos x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó điều kiện là $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \sin 4x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{k\pi}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$. vậy tập

xác định của D là tập đối xứng.

Ta có $f(-x) = \frac{\sqrt{\cos x + 2} + \cot^2(-x)}{\sin(-4x)} = -\frac{\sqrt{\cos x + 2} + \cot^2(-x)}{\sin 4x} = -f(x)$. Vậy hàm số đã cho là

hàm số lẻ.

Câu 59. Đáp án D.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \cos(-2x) \cdot \sin(-x - \frac{\pi}{4}) = \cos 2x \cdot \sin(-x - \frac{\pi}{4}) = -\cos 2x \cdot \sin(x + \frac{\pi}{4})$

Ta thấy $\begin{cases} f(-x) \neq f(x) \\ f(-x) \neq -f(x) \end{cases}$. Vậy hàm số đã cho không chẵn không lẻ.

Câu 60. Đáp án C.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng.

$f(-x) = 1 + 2(-x)^2 - \cos 3(-x) = 1 + 2x^2 - \cos 3x = f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Dạng 3 : Xét tính đơn điệu của hàm số lượng giác.

Câu 61. Đáp án A.

Cách 1: Ta thấy trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$ hàm $f(x) = \sin x$ đồng biến và hàm $g(x) = -\cos x$ đồng

biến, suy ra trên $(0; \frac{\pi}{2})$ hàm số $y = \sin x - \cos x$ đồng biến.

Cách 2 : Sử dụng máy tính . Dùng TABLE ta xác định được hàm số $y = \sin x - \cos x$ tăng trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Câu 62. Đáp án C .

Ta thấy hàm số $y = \sin 2x$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$, suy ra hàm số

$$y = \sin 2x \text{ nghịch biến khi } \frac{\pi}{2} + k2\pi < 2x < \frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{\pi}{4} + k\pi < x < \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy hàm số $y = \sin 2x$ nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{3\pi}{4} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$

Câu 63. Đáp án A.

Hàm số $y = \cos 2x$ nghịch biến khi $k2\pi < 2x < \pi + k2\pi \Leftrightarrow k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 64. Đáp án B.

$\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$: Hàm $y = \sin x$ giảm và $\sin x < 0$, $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ suy ra $y = \frac{1}{\sin x}$ tăng :

Câu (I) sai, $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$: Hàm $y = \cos x$ tăng và $\cos x < 0$, $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$, suy ra hàm

$$y = \frac{1}{\cos x} \text{ giảm.}$$

Câu (II) đúng.

Câu 65. Đáp án A.

Ta có $y = 4 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin 2x = 2\left(\sin 2x + \sin \frac{\pi}{3}\right) - \sin 2x = \sin 2x + \sqrt{3}$. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \sin 2x + \sqrt{3}$, ta sử dụng TABLE để xét các mệnh đề .

Ta thấy với A. Trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ thì giá trị của hàm số luôn tăng.

Tương tự trên $\left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$ thì giá trị của hàm số cũng luôn tăng.

Câu 66. Đáp án B.

Ta thấy hàm số $y = \tan x$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$, suy ra hàm số

$$y = \tan 2x \text{ luôn đồng biến trên mỗi khoảng } -\frac{\pi}{2} + k\pi < 2x < \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} .$$

Vậy B là sai.

Câu 67. Đáp án A.

Ta có $y = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. Để hàm số $y = \sin x + \cos x$ tăng thì

$$-\frac{\pi}{2} + k2\pi < x + \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}. \Leftrightarrow -\frac{3\pi}{4} + k2\pi < x < \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 68. Đáp án C.

Bài toán có hai hàm số mà cùng xét trên một khoảng nên ta sẽ sử dụng chức năng TABLE cho hai hàm Ẩn MODE7 : Nhập $f(x)$ là hàm $\tan^2 x$. nhập $g(x)$ là hàm $\sin^2 x$ thì ta có kết quả .

Ta thấy cả hai hàm số đều không là hàm tăng trên cả khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Vì khi x chạy từ $-\frac{\pi}{2}$ đến 0 thì giá trị của hai hàm số đều giảm . Khi x chạy từ 0 đến $\frac{\pi}{2}$ thì giá trị của hai hàm số đều tăng , vậy cả hai mệnh đề đều sai.

Câu 69. Đáp án D.

D sai , thật vậy với $\frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{4} \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, ta có : $\frac{2\pi}{3} < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \cot \frac{2\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3} > -1 = \cot \frac{3\pi}{4}$

Câu 70. Đáp án A.

Ta có thể loại phương án B ; C ; D luôn do tại $f(0) = \cos 0 = 1$ và $f(\pi) = \cos 2\pi = 1$. Các bảng biến thiên B ; C ; D đều không thỏa mãn.

Câu 71. Đáp án C.

Tương tự như câu 70 thì ta có thể loại A và B do $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. tiếp theo xét giá trị hàm số tại hai đầu mút thì ta loại được D.

Dạng 4 : Tìm giá trị lớn nhất , nhỏ nhất của hàm lượng giác .

Câu 72. Đáp án B.

Tập xác định $D = [0; +\infty)$. Ta có $-1 \leq \cos \sqrt{x} \leq 1, \forall x \in D . \Leftrightarrow -4 \leq y \leq 4$. Vậy $\min_D y = -4 \Leftrightarrow \cos \sqrt{x} = -1$. $\max_D xy = 4 \Leftrightarrow \cos \sqrt{x} = 1$.

Câu 73. Đáp án C .

Ta có $y = \sqrt{1 - \cos^2 x} - 2 = \sqrt{\sin^2 x} - 2 = |\sin x| - 2$ $0 \leq |\sin x| \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq y \leq -1$

Câu 74. Đáp án C.

Ta có $-1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$

Câu 75. Đáp án B.

Ta có $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} - \frac{3}{4} \sin^2 2x = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} (1 - 2 \sin^2 2x) = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x$

Ta có $\cos 4x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Dấu bằng xảy ra khi $\cos 4x = 1$.

Câu 76. Đáp án D.

Cách 1 : Tương tự như phần lý thuyết đã giới thiệu thì ta thấy $\cos x + 2 > 0, \forall x$. Vậy

$y = \frac{\sin x + 1}{\cos x + 2} \Leftrightarrow \sin x + 1 = y(\cos x + 2) \Leftrightarrow \sin x - y \cos x + 1 - 2y = 0$. Ta có

$1^2 + (-y)^2 \geq (1 - 2y)^2 \Leftrightarrow y^2 + 1 \geq 4y^2 - 4y + 1 \Leftrightarrow 3y^2 - 4y \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \frac{4}{3}$. Vậy $\min y = 0$.

Cách 2 : Ta có $\begin{cases} \sin x + 1 \geq 0 \\ \cos x + 2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow y \geq 0 \Rightarrow \min y = 0 \text{ khi } \sin x = -1 .$

Câu 77. Đáp án C.

Ta có $2 \cos x - \sin x + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} . y = \frac{\cos x + 2 \sin x + 3}{2 \cos x - \sin x + 4}$

$\Leftrightarrow 2y \cos x - y \sin x + 4y = \cos x + 2 \sin x + 3 \Leftrightarrow (2y - 1) \cos x - (y + 2) \sin x + 4y - 3 = 0 .$ Ta có

$$(2y - 1)^2 + (y + 2)^2 \geq (4y - 3)^2 \Leftrightarrow 5y^2 + 5 \geq 16y^2 - 24y + 9 \Leftrightarrow 11y^2 - 24y + 4 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{11} \leq y \leq 2 .$$

Vậy GTLN của hàm số đã cho là 2.

Câu 78. Đáp án A.

Ta có $f(x) = 3 - \frac{1}{5} \sin^2 x \cos^2 x = 3 - \frac{1}{20} (2 \sin x \cos x)^2 = 3 - \frac{1}{20} \sin^2 2x \leq 3 - \frac{1}{20} = \frac{59}{20} .$ Vậy

GTNN của hàm số là $\frac{59}{20} .$

Câu 79. Đáp án B.

Ta có $4^2 + 2^2 \geq y^2 \Leftrightarrow -2\sqrt{5} \leq y \leq 2\sqrt{5} .$

Câu 80. Đáp án D.

Ta có $y = 4(\sin x - (1 - \sin^2 x)) = 4(\sin^2 x + \sin x - 1) = 4\left(\left(\sin x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}\right) \geq -5 .$

Dấu bằng xảy ra khi $\sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \min y = -5$

Câu 81. Đáp án D.

Ta có $\cot 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{2 \tan x} .$ Từ đó suy ra $y = 3 \cot^2 2x - \frac{2\sqrt{3}(1 - \tan^2 x)}{2 \tan x} = 3 \cot^2 2x - 2\sqrt{3} \cot 2x$
 $= (\sqrt{3} \cot 2x - 1)^2 - 1 \geq -1, \forall x \in \mathbb{R} .$ Vậy $\min y = -1 \Leftrightarrow \cot 2x = \frac{1}{\sqrt{3}} .$

Câu 82. Đáp án C.

Ta có $y = 2 \cos x + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow 2 \cos x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow 2 \cos x + \frac{1}{\sqrt{2}} (\sin x + \cos x)$

$\Leftrightarrow y = \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cos x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x .$ Ta có $y^2 \leq \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \Leftrightarrow y^2 \leq 5 + 2\sqrt{2} .$ Do đó ta

có $-\sqrt{5 + 2\sqrt{2}} \leq y \leq \sqrt{5 + 2\sqrt{2}} .$ Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $\sqrt{5 + 2\sqrt{2}} .$

Câu 83. Đáp án A.

Ta có $y = \sin^4 x + \cos^4 x + \sin x \cos x \Leftrightarrow y = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x + \sin x \cos x$

$\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x + \frac{1}{2} \sin 2x \Leftrightarrow y = 1 - \frac{1}{2} \left[\left(\sin 2x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right] \Leftrightarrow y = \frac{9}{8} - \frac{1}{2} \left(\sin 2x - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{9}{8} .$

Dấu bằng xảy ra khi $\sin 2x = \frac{1}{2}$.

Câu 84. Đáp án A.

Ta có $\sin x \sqrt{\cos x} + \cos x \sqrt{\sin x} \geq 2\sqrt{\sin x \cdot \cos x \sqrt{\sin x \cdot \cos x}} \Leftrightarrow y \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \sin 2x} \sqrt{\frac{1}{2} \sin 2x} \geq 0$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \sin 2x = 0$.

Câu 85. Đáp án C.

Ta có $y^2 \leq (1^2 + 1^2)(\cos^2 x + 7\sin^2 x + \sin^2 x + 7\cos^2 x) \Leftrightarrow y^2 \leq 2(1+7) = 16 \Rightarrow y \leq 4$. Dấu bằng xảy ra khi $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 4.

PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

I. CÔNG THỨC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

a) $\sin f(x) = \sin g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = \pi - g(x) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

b) $\cos f(x) = \cos g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = -g(x) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

c) $\tan f(x) = \tan g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

d) $\cot f(x) = \cot g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Không được dùng đồng thời 2 đơn vị độ và radian cho một công thức về nghiệm phương trình

lượng giác.

Ví dụ 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào nhận $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$ làm nghiệm

A. $\sin 3x = \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$.

B. $\cos x = \sin 2x$.

C. $\cos 4x = -\cos 6x$.

D. $\tan 2x = -\tan \frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn B

A. $\sin 3x = \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} - 2x + k2\pi \\ 3x = \pi - \left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + k\frac{2\pi}{5} \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$

B. $\cos x = \sin 2x \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - 2x + k2\pi \\ x = -\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} - k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

STUDY TIP

$(-\sin f(x)) = \sin(-f(x))$
 $(-\cos f(x)) = \cos(\pi - f(x))$

$(-\tan f(x)) = \tan(-f(x))$
 $(-\cot f(x)) = \cot(-f(x))$

C. $\cos 4x = -\cos 6x \Leftrightarrow \cos 4x = \cos(\pi - 6x)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \pi - 6x + k2\pi \\ 4x = -(\pi - 6x) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{2} - k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

D. $\tan 2x = -\tan \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \tan 2x = \tan(-\frac{\pi}{4}) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

So sánh ta được đáp án là B.

LƯU Ý: Bạn có thể biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác rồi dùng máy tính để thử nghiệm và kết luận. Phần này sẽ được trình bày kỹ hơn trong cuốn công phá kỹ thuật giải toán CASIO.

Ví dụ 2. Phương trình $\sin 2x = -\sin \frac{\pi}{3}$ có nghiệm dạng $x = \alpha + k\pi$ và

$x = \beta + k\pi (k \in \mathbb{Z}), \left(-\frac{\pi}{4} \leq \alpha; \beta \leq \frac{3\pi}{4}\right)$. Khi đó tích $\alpha.\beta$ bằng :

A. $-\frac{\pi^2}{9}$.

B. $-\frac{\pi}{9}$.

C. $-\frac{4\pi^2}{9}$.

D. $\frac{\pi^2}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sin 2x = -\sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin(-\frac{\pi}{3}) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \pi - (-\frac{\pi}{3}) + k2\pi \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} \Rightarrow \alpha.\beta = -\frac{\pi^2}{9}.$$

II. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

Dạng $\sin x = m, \cos x = m, \tan x = m, \cot x = m, (m \in \mathbb{R})$

1. Phương trình $\sin x = m$ (1)

- Nếu $|m| > 1 \Rightarrow$ Phương trình (1) vô nghiệm do $|\sin x| \leq 1 \forall x \in \mathbb{R}$.

- Nếu $|m| \leq 1$:

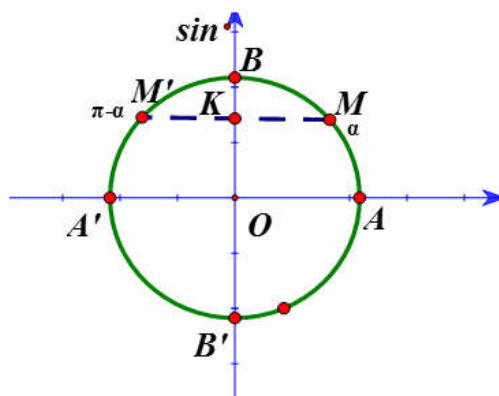
+ Xác định α sao cho $m = \sin \alpha$.

Vậy phương trình $\sin x = m \Leftrightarrow \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

+ Nếu số thực α thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \\ \sin \alpha = m \end{cases}$ thì ta viết $\alpha = \arcsin m$ (đọc

là

ac-sin-m). Khi đó $\sin x = m \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin m + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin m + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$



STUDY TIP

+) $\sin x = m$ có nghiệm $\Leftrightarrow |m| \leq 1$

+) $\arcsin m$ là cung thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ mà có sin bằng m .

Ví dụ 1. Trong các phương trình sau đây, phương trình nào có tập nghiệm là

$x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

A. $\sin x = \frac{2}{\sqrt{2}}$

B. $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

C. $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

Lời giải

Chọn A

Cách 1

A. $\sin x = \frac{2}{\sqrt{2}}$ vô nghiệm do $\frac{2}{\sqrt{2}} > 1$.

B. $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4}$ (vì $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4}$) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin(-\frac{\pi}{3})$ (vì $-\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin(-\frac{\pi}{3})$) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

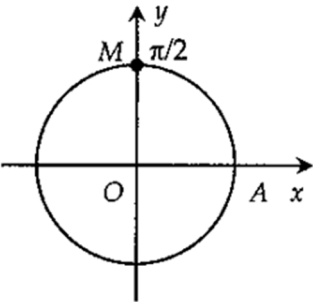
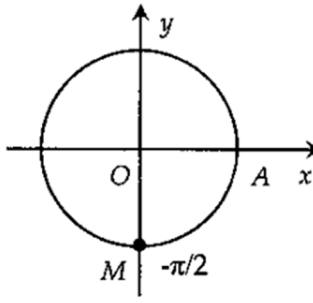
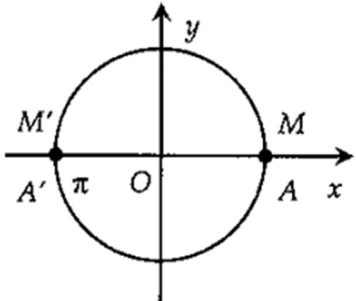
D. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \sin x = \sqrt{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin \sqrt{\frac{2}{3}} + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin \sqrt{\frac{2}{3}} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Vậy phương án đúng là C.

Cách 2 : Sử dụng máy tính cầm tay (MTCT).

Ta có $\sin\left(-\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ và $\sin\left(\frac{4\pi}{3} + k2\pi\right) = \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Đặc biệt

Phương trình	Biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác
$+\sin x = 1$ $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$	 $sđ \widehat{AM} = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$
$+\sin x = -1$ $\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$	 $sđ \widehat{AM} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$
$+\sin x = 0$ $\Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$	$sđ \widehat{AM} = k2\pi; k \in \mathbb{Z}$ $sđ \widehat{AM} = (2k+1)\pi; k \in \mathbb{Z}$ Đề ý: $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = (2k+1)\pi \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$ 

2. Phương trình $\cos x = m$ (2)

- Nếu $|m| > 1 \Rightarrow$ Phương trình (2) vô nghiệm (do $|\cos x| \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$).

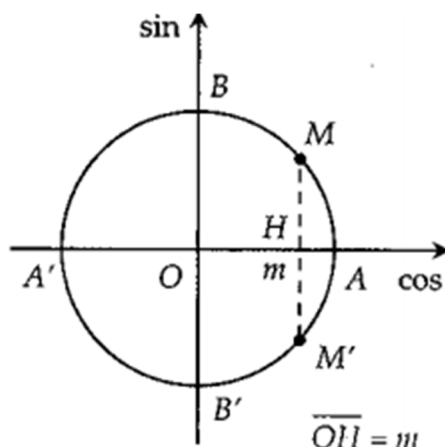
- Nếu $|m| \leq 1$:

+ Xác định α sao cho $\cos \alpha = m$.

Vậy phương trình $\cos x = m \Leftrightarrow \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

+ Nếu số thực α thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} 0 \leq \alpha \leq \pi \\ \cos \alpha = m \end{cases}$ thì ta viết $\alpha = \arccos m$ (đọc là ac-cos- m).

Khi đó $\cos x = m \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arccos m + k2\pi \\ x = -\arccos m + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$



sđ $\widehat{AM} = \alpha + k2\pi$; sđ $\widehat{AM} = -\alpha + k2\pi$

STUDY TIP

+ $\arccos m$ là cung thuộc $[0; \pi]$ mà có \cos bằng m .

+ Phương trình $\cos x = m$ có nghiệm $\Leftrightarrow |m| \leq 1$.

Ví dụ 1. Phương trình nào trong các phương trình sau có 2 nghiệm thuộc $(0^\circ; 180^\circ)$?

A. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

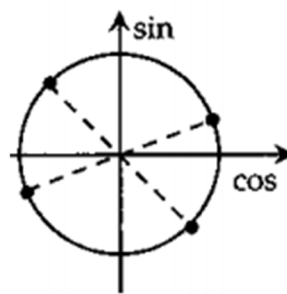
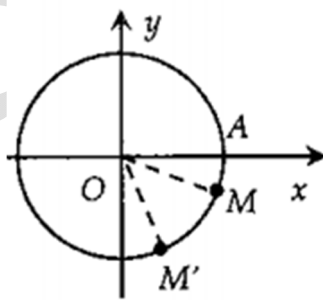
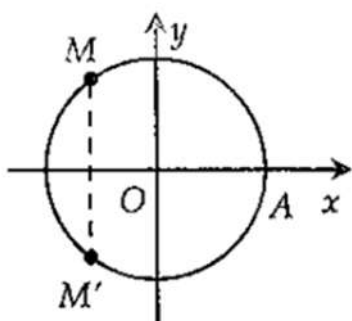
B. $\cos(x + 50^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\cos(x + 30^\circ) = \frac{1}{2}$.

D. $\cos x = -\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C



A. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos 135^\circ \Leftrightarrow x = \pm 135^\circ + k360^\circ$ chỉ có một nghiệm thuộc $(0^\circ; 180^\circ)$.

B. $\cos(x + 50^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos(x + 50^\circ) = \cos 30^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -20^\circ + k360^\circ \\ x = -80^\circ + k360^\circ \end{cases}$

\Rightarrow Phương trình không có nghiệm nào thuộc $(0^\circ; 180^\circ)$.

C. $\cos(x + 30^\circ) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos(x + 30^\circ) = \cos 60^\circ$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 30^\circ = 60^\circ + k360^\circ \\ 2x + 30^\circ = -60^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15^\circ + k180^\circ \\ x = -45^\circ + k180^\circ \end{cases}$

⇒ Phương trình có hai nghiệm thuộc $(0^\circ; 180^\circ)$.

D. $\cos x = -\frac{4}{3}$ vô nghiệm do $-\frac{4}{3} < -1$.

Ví dụ 2. Chọn đáp án **sai**: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

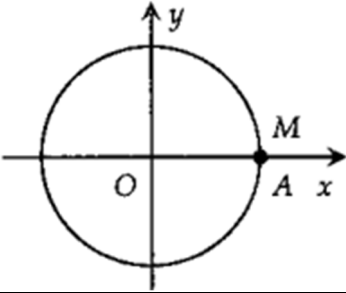
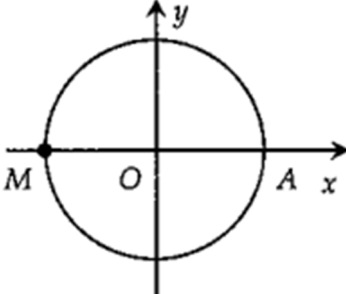
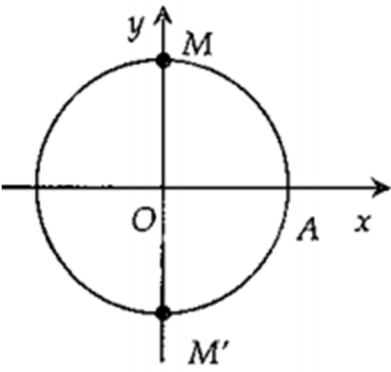
D. $x = \pm 150^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

Để dàng kiểm tra trên đường tròn lượng giác $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Đặc biệt

Phương trình	Biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác
$+\cos x = 1$ $\Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.	$M \equiv A$ \Rightarrow số $\widehat{AM} = 0 + k2\pi = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. 
$+\cos x = -1$ $\Leftrightarrow x = (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}$.	số $\widehat{AM} = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. $= (2k+1)\pi; k \in \mathbb{Z}$. 
$+\cos x = 0$ $\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$..	số $\widehat{AM} = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$ số $\widehat{AM'} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$ Để ý: $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ 

3. Phương trình $\tan x = m, \cot x = m$

a) Phương trình $\tan x = m$

Điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

- Ta xác định α sao cho $m = \tan \alpha$.

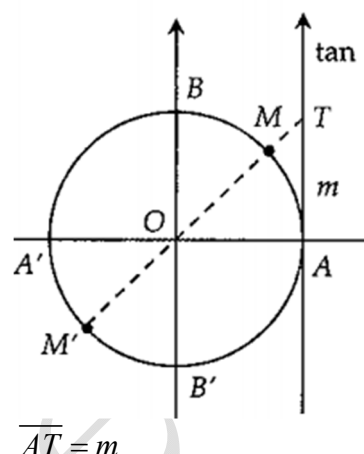
Khi đó phương trình

$$\tan x = m \Leftrightarrow \tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

+ Nếu số thực α thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} -\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2} \\ \tan \alpha = m \end{cases}$ thì ta viết

$$\alpha = \arctan m \text{ (đọc là ac - tan - m).}$$

Khi đó phương trình $\tan x = m \Leftrightarrow x = \arctan m + k\pi (k \in \mathbb{Z}) ..$



b) Phương trình $\cot x = m$

Điều kiện: $x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$

- Ta xác định α sao cho $m = \cot \alpha$.

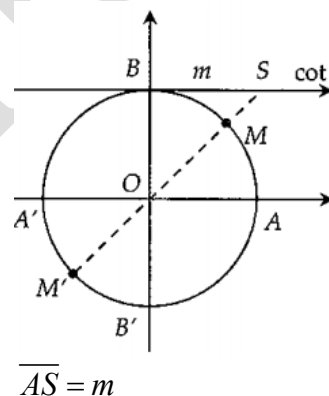
Khi đó phương trình

$$\cot x = m \Leftrightarrow \cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

+ Nếu số thực α thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} 0 < \alpha < \pi \\ \cot \alpha = m \end{cases}$ thì ta viết

$$\alpha = \text{arc cot } m \text{ (đọc là ac - cotang - m).}$$

Khi đó phương trình $\cot x = m \Leftrightarrow x = \text{arc cot } m + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$



STUYDY TIP

Phương trình $\tan x = m, \cot x = m$ luôn có nghiệm với $\forall m \in \mathbb{R}$

Ví dụ 1. Trong các nghiệm dương bé nhất của các phương trình sau, phương trình nào có nghiệm dương nhỏ nhất?

- A.** $\tan 2x = 1.$ **B.** $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}.$ **C.** $\cot x = 0.$ **D.** $\cot x = -\sqrt{3}.$

Lời giải

Chọn A

A. $\tan 2x = 1 \Leftrightarrow \tan 2x = \tan \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

(Với $k = 0$ nên nghiệm dương bé nhất là $x = \frac{\pi}{8}$)

B. $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{7\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

⇒ Nghiệm dương bé nhất là $x = \frac{7\pi}{12}$.

C. $\cot x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow$ Nghiệm dương bé nhất là $x = \frac{\pi}{2}$.

D. $\cot x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Chọn $k = 1 \Rightarrow$ Nghiệm dương bé nhất là $x = \frac{5\pi}{6}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất là $x = \frac{\pi}{8}$ nên ta chọn đáp án A.

Ví dụ 2. Phương trình $\tan(3x - 15^\circ) = \sqrt{3}$ có các nghiệm là:

A. $x = 60^\circ + k180^\circ$. B. $x = 75^\circ + k180^\circ$. C. $x = 75^\circ + k60^\circ$. D. $x = 25^\circ + k60^\circ$.

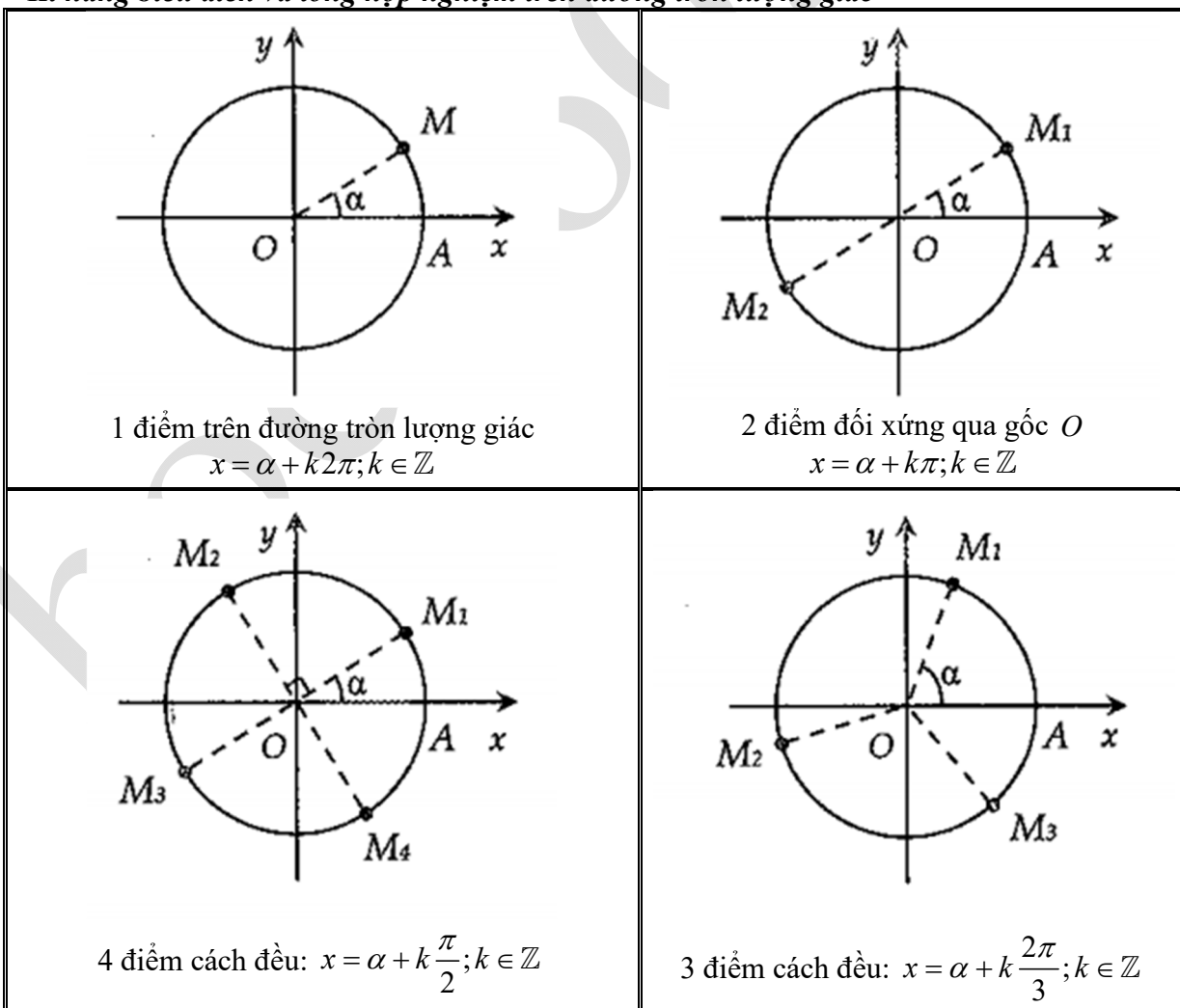
Lời giải

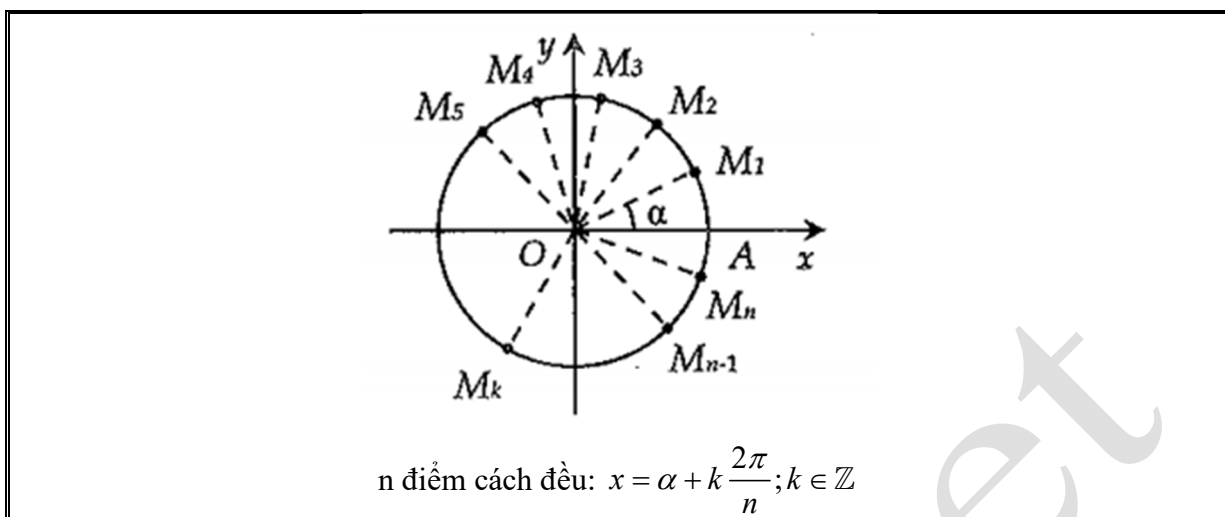
Chọn D

Ta có: $\tan(3x - 15^\circ) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan(3x - 15^\circ) = \tan 60^\circ \Leftrightarrow 3x - 15^\circ = 60^\circ + k180^\circ$

$\Leftrightarrow x = 25^\circ + k60^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

** Kỹ năng biểu diễn và tổng hợp nghiệm trên đường tròn lượng giác*





III. MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC THƯỜNG GẶP.

DẠNG 1: PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT ĐỐI VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Có dạng $at + b = 0$ với $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$, t là một hàm số lượng giác

Phương pháp giải

$$at + b = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{b}{a} \text{ (đây là phương trình lượng giác cơ bản đã học)}$$

STUDY TIP

1. $a \sin f(x) + b = 0$. 2. $a \cos f(x) + b = 0$ 3. $a \tan f(x) + b = 0$. 4. $a \cot f(x) + b = 0$.

Ví dụ 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào có 2 nghiệm thuộc $(0; \pi)$?

A. $\sqrt{3} \sin x - 2 = 0$.

B. $2 \cos x + 1 = 0$.

C. $\sqrt{3} \tan x + 1 = 0$.

D. $\sqrt{2} \sin x - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

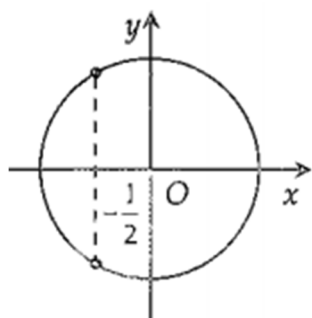
A. $\sqrt{3} \sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{2}{\sqrt{3}}$ vô nghiệm (loại phương án A).

B. $2 \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow$ Có 1 nghiệm thuộc $(0; \pi)$.

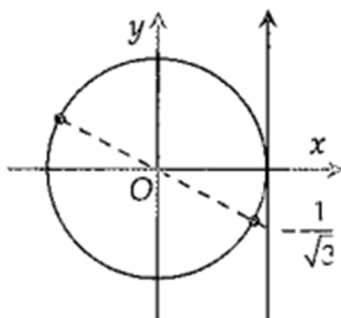
C. $\sqrt{3} \tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow$ Có 1 nghiệm thuộc $(0; \pi)$.

D. $\sqrt{2} \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow$ Có hai nghiệm thuộc $(0; \pi)$.

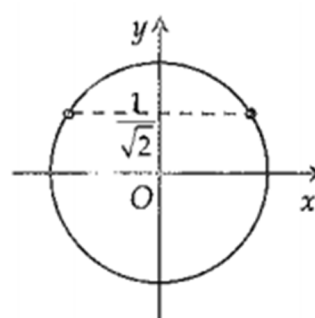
LƯU Ý: Để giải nhanh các bạn có thể biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác rồi so sánh để đưa ra đáp án một cách dễ dàng.



B. $\cos x = -\frac{1}{2}$



C. $\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$



D. $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

STUDY TIP

Một số phương trình phải qua một vài bước biến đổi đưa về phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác.

Ví dụ 2. Tổng hai nghiệm dương liên tiếp nhỏ nhất của phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$ là:

A. $\frac{5\pi}{6}$,

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. $\frac{7\pi}{6}$.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\begin{aligned} \sin^6 x + \cos^6 x &= (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x) \\ &= (\sin^2 x + \cos^2 x) - 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x = 1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2} = \frac{5 + 3 \cos 4x}{8} \\ \Rightarrow \frac{5 + 3 \cos 4x}{8} &= \frac{7}{16} \Leftrightarrow \cos 4x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 4x = \cos \frac{2\pi}{3} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 4x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

Suy ra phương trình có 2 nghiệm dương nhỏ nhất là $x_1 = \frac{\pi}{6}$ và $x_2 = \frac{\pi}{3}$

Vậy $x_1 + x_2 = \frac{\pi}{2}$

DẠNG 2. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI (HOẶC PHƯƠNG TRÌNH ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC 2) ĐỐI VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Có dạng: $at^2 + bt + c = 0$ với $a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0, t$ là một hàm số lượng giác.

Phương pháp giải:

- Bước 1: Đặt ẩn phụ, tìm điều kiện của ẩn phụ.

- Bước 2: Giải phương trình ẩn phụ.
- Bước 3: Từ nghiệm tìm được đưa về phương trình lượng giác cơ bản.

Ví dụ 15. Các điểm A, A', B, B' được biểu diễn trên đường tròn lượng giác thì các nghiệm của phương trình $\sin^2 x + 4\sin x + 3 = 0$ là:

- A. số \widehat{AB} . B. số $\widehat{AA'}$. C. số $\widehat{AB'}$. D. số \widehat{AB} và số $\widehat{AB'}$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $\sin = t \Rightarrow t = [-1; 1] \forall x \in \mathbb{R}$

$$\text{Phương trình } \sin^2 x + 4\sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -3(l) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = -1 \Rightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$$

Vậy nghiệm của phương trình là số $\widehat{AB'}$

Ví dụ 16. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} = 3 \cot x + \sqrt{3}$ là:

- A. $-\frac{\pi}{2}$. B. $-\frac{5\pi}{6}$. C. $-\frac{\pi}{6}$. D. $-\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \sqrt{3}(1 + \cot^2 x) = 3 \cot x + \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{3} \cot^2 x - 3 \cot x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cot x = 0 \\ \cot x = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy nghiệm âm lớn nhất là $-\frac{\pi}{2}$

Ví dụ 17. Tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2018)$ của phương trình $\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = 1 - 2 \sin x$ là:

- A. 207046π . B. 206403π . C. 205761π . D. 204603π .

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \left(\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} \right)^2 - 2 \sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} = 1 - 2 \sin x$$