Giải:

Gọi x, y, h lần lượt là chiều rộng, chiều dài, chiều cao của hố ga, $(x > 0, y > 0, h > 0, cm)$

Ta có: $\frac{h}{x} = 2 \Leftrightarrow h = 2x$

Thể tích hố ga: $V = xyh \Leftrightarrow y = \frac{V}{xh} = \frac{1600}{x^2}$

Diện tích cần xây dựng hố ga là:

$S(x) = xy + 2xh + 2yh = x.\frac{1600}{x^2} + 2x2x + x\frac{1600}{x^2}2x$

$= \frac{1600}{x} + 4x^2 + \frac{6400}{x} = 4x^2 + \frac{8000}{x}$

Bài toán trở thành tìm x để S(x) nhỏ nhất.

$S'(x) = 8x - \frac{8000}{x^2}$

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x - \frac{8000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 10$

BBT

X	0		10		$+\infty$
S'(x)		−	0	+	
S(x)		↘	$S_{\min}$	↗	

Vậy chiều rộng của hố ga là 10cm, chiều dài là 16cm.

Vậy diện tích đáy hố ga nhỏ nhất là: $S = 10.16 = 160cm^2$.

Chọn B

Bài 28:

Một trung tâm thương mại bán 2500 ti vi mỗi năm. Chi phí gửi trong kho là 100.000 đồng một cái ti vi mỗi năm. Để đặt hàng chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 200.000 đồng cộng thêm 90.000 đồng mỗi cái ti vi. Trung tâm nên đặt hàng bao nhiêu lần trong mỗi năm và mỗi lần bao nhiêu cái để chi phí hàng tồn kho là ít nhất. Biết rằng mỗi lần đặt hàng về chỉ có một nửa trong số đó được trưng bày ở cửa hàng.

A. Đặt hàng 25 lần, mỗi lần 100 ti vi

B. Đặt hàng 20 lần, mỗi lần 125 ti vi

C. Đặt hàng 10 lần, mỗi lần 250 ti vi

D. Đặt hàng 50 lần, mỗi lần 50 ti vi

Giải:

Gọi x là số lượng ti vi mà trung tâm đặt mỗi lần $(x > 0)$ (đơn vị: cái)

Số lần đặt hàng mỗi năm của trung tâm: $\frac{2500}{x}$

Chi phí cho mỗi lần đặt hàng: $\frac{2500}{x}.(200.000 + 90.000x)$

Số lượng tivi trung bình gửi kho là $\frac{x}{2}$, chi phí lưu trong kho tương ứng: $50.000x$

Gọi F(x) là hàm chi phí mà trung tâm đó phải trả.

Ta có:

$$F(x)=\frac{2500}{x}(200.000+90.000x)+50.000x$$

$$=\frac{500.000.000}{x}+225.000.000+50.000x$$

Bài toán trở thành tìm x để F(x) nhỏ nhất

$$F'(x)=-\frac{500.000.000}{x}+50.000$$

$$F'(x)=0\Leftrightarrow -\frac{500.000.000}{x}+50.000=0\Leftrightarrow x=100$$

BBT

X	0	100	2500
F'(x)	−	0	+
F(x)	↘	F_{min}	↗

Vậy trung tâm phải đặt hàng 25 lần, mỗi lần 100 cái ti vi.

Chọn A.

Bài 29:

Mùa này công ty sách định ra 2 cuốn trắc nghiệm Lý và Toán với giá sản xuất là 200.000 đồng và 300.000 đồng. Khi đó hàm lợi ích chúng ta là $u(x;y)=x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}$, với x, y là số lượng hai cuốn sách được in ra. Nhưng ban quản trị chỉ đồng ý đưa ra số tiền 300.000.000 đồng. Theo bạn phải sản xuất số lượng như thế nào để đạt doanh thu cho công ty sách cao nhất?

A. $\left(\frac{3000}{5}\right)^{\frac{5}{6}}$ triệu.   B. $\left(\frac{2000}{5}\right)^{\frac{5}{6}}$ triệu.   C. $\left(\frac{3001}{5}\right)^{\frac{5}{6}}$ triệu.   D. $\left(\frac{2001}{5}\right)^{\frac{5}{6}}$ triệu.

Giải:

Ta có hàm lợi ích là: $u(x;y)=x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}$. Để cho gọn ta đặt $a=\sqrt[3]{x}, b=\sqrt{y}$

Vì ban quản trị chỉ đồng ý đưa ra số tiền 300.000.000 triệu đồng nên suy ra:

$$200.000a^3+300.000b^2=300.000.000\Leftrightarrow 2a^3+3b^2=3000(*)$$

Lúc này ta có: $u(x;y)=v(a;b)$ ta cần tìm giá trị lớn nhất của biểu thể tíchức này.

Ta có:

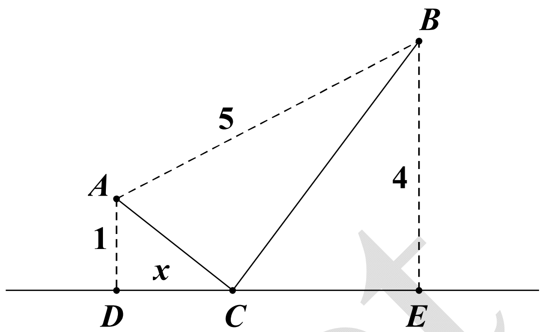
$$(*)\Leftrightarrow a^3+a^3+b^2+b^2+b^2=3000\geq 5\sqrt[5]{a^6b^6}$$

$$\Rightarrow ab\leq\left(\frac{3000}{5}\right)^{\frac{5}{6}}$$

Chon A

Bài 30:

Có hai cây cột dựng trên mặt đất lần lượt cao 1m và 4m, đỉnh của hai cây cột cách nhau 5m. Người ta chọn một vị trí trên mặt đất (nằm giữa hai chân cột) để giăng dây nối đến hai đỉnh cột để trang trí như hình dưới. Tính độ dài dây ngắn nhất.



A. $\sqrt{41}$ B. $\sqrt{37}$

C. $\sqrt{29}$ D. $3\sqrt{5}$

Giải

Đặt $CD = x, x > 0$. Ta tính được $DE = \sqrt{5^2 - (4-1)^2} = 4$

Ta có $AC + BC = \sqrt{x^2+1} + \sqrt{(4-x)^2 + 16} = f(x)$

Khi đó: $f'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \dfrac{x-4}{\sqrt{x^2-8x+32}}$

Giải phương trình $f'(x) = 0$, ta thu được $x = \dfrac{4}{5}$ và tìm được $\min f(x) = \sqrt{14}$, chọn A.

Bài 31:

Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có tổng diện tích tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Hỏi thể tích của hình hộp lớn nhất là bao nhiêu?

A. 8 B. 12. C. $8\sqrt{2}$ D. $24\sqrt{3}$.

Giải:

Đặt a, b, c là kích thước hình hộp thì ta có hệ:

$$\begin{cases} 2(ab+bc+ca) = 36 \\ \sqrt{a^2+b^2+c^2} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab+bc+ca = 18 \\ a^2+b^2+c^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab+bc+ca = 18 \\ a+b+c = 6\sqrt{2} \end{cases}$$

Cần tìm GTLN của $V = abc$

Đặt $a = x\sqrt{2}, b = y\sqrt{2}, c = z\sqrt{2}$ thì có hệ mới $\begin{cases} xy+yz+zx = 9 \\ x+y+z = 6 \end{cases}$

Đến đây chặn được miên của từng biến vì:

$$\begin{cases} y+z = 6-x \\ yz = 9 - x(y+z) = 9 - x(6-x) \end{cases} \text{và} \quad (y+z)^2 \geq 4yz$$

Nên $(6-x)^2 \geq 4[9 - x(6-x)] \Leftrightarrow x(4-x) \geq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 4$

Tương tự $0 < y, z \leq 4$

Ta có: $V = 2\sqrt{2}xyz = 2\sqrt{2}x[9 - x(6-x)]$, đến đây khảo sát hàm số này tìm max.

GTLN là $V = 8\sqrt{2}$. chọn C.

Bài 32:

Một ca sĩ có buổi diễn âm nhạc có giá vé đã thông báo là 600 đô la thì sẽ có 1000 người đặt vé. Tuy nhiên sau khi đã có 1000 người đặt vé với giá 600 đô la thì quản lí kinh doanh của ca sĩ này nhận thấy, cứ mỗi 20 đô la giảm giá vé thì sẽ thu hút thêm 100 người mua vé nên ông quyết định mở ra một chương trình giảm giá vé. Tìm giá vẽ phù hợp để có được số tiền vé thu vào là cao nhất và số tiền đó là bao nhiêu?

A. 400 đô la/ vé, số tiền thu vào là 800 000 đô la.
B. 400 đô la/ vé, số tiền thu vào là 6400 000 đô la.
C. 100 đô la/ vé, số tiền thu vào là 11 000 đô la.
D. 100 đô la/ vé, số tiền thu vào là 110 000 đô la.

Giải.

Gọi x là số lần giảm bớt đi 20 đô la trong giá vé. Khi đó giá vé sẽ là $600-20x$ một người.

Số người mua vé sẽ là: $1000+100x$

Khi đó số tiền thu được là:

$f\left(x\right)=\left(600-20x\right)\left(1000+100x\right)=-2000x^2+40\ 000x+600\ 000$

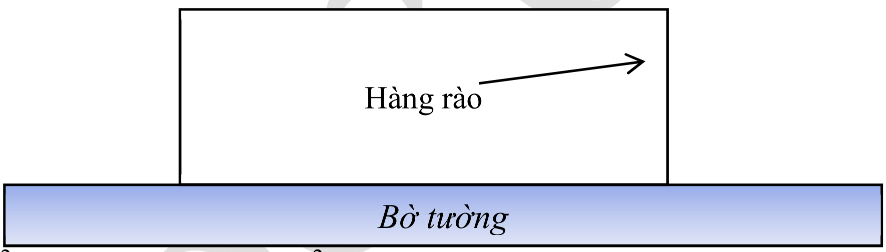
Hàm số bậc 2 có hệ số $a=-2000<0$. Ta sẽ áp dụng kết quả đã được đưa ra đó là hàm số sẽ đạt GTLN tại $x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{-40000}{2.\left(-2000\right)}=10$

Khi đó: $f\left(10\right)=800\ 000$. Chọn A.

Bài 33.

Bác nông dân muốn làm hàng rà trồng ra hình chữ nhật có chiều dài song song với hàng tường gạch. Bác chỉ làm ba mặt hàng rào bởi vì mặt thứ tư bác tận dụng luôn bờ tường. Bác dự tính sẽ dùng 200m lưới để làm nên toàn bộ hàng rào đó.

Diện tích đất trồng rau lớn nhất bác có thể rào nên là:



A. $1500m^2$. B. $10\ 000m^2$.
C. $2500m^2$. D. $5000m^2$.

Giải:

Đề bài cho ta dữ liệu về chu vi của hàng rào là $200m$. Từ đó ta sẽ tìm được mối quan hệ giữa x và r, đến đây ta có thể đưa về hàm số một biến theo x hoặc theo r như sau:

Ta có:

$x+2r=200\Leftrightarrow r=100-\dfrac{x}{2}$. Từ đây ta có $r>0\Rightarrow x<200$.

Diện tích đất rào được tính bởi: $f\left(x\right)=x\left(100-\dfrac{x}{2}\right)=-\dfrac{x^2}{2}+100x$

Xét hàm số $f\left(x\right)=-\dfrac{x^2}{2}+100x$ trên khoảng $\left(0;200\right)$

Đến đây áp dụng quy tắc tìm GTLN của hàm số trên đoạn. ta có:

$f'(x)=0 \Leftrightarrow -x+100=0 \Leftrightarrow x=100$

Từ đó ta có $f(100)=5000$ là GTLN của diện tích đất rào được. chọn D.

Bài 34:

Một người có một dây ruy băng dài 130 cm, người đó cần bọc dải ruy băng này quanh một hộp quà hình trụ. Khi bọc quà, người này dùng 10cm của dải ruy băng để thắt nơ ở trên nắp hộp (như hình vẽ minh họa). Hỏi dải ruy băng có thể bọc được hộp quà có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?

A. $4000\pi\ cm^3$ B. $1000\pi\ cm^3$

C. $2500\pi\ cm^3$ D. $5000\pi\ cm^3$

Giải:

Gọi $x(cm); y(cm)$ lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ $(x, y > 0; x < 30)$

Dải dây ruy băng còn lại khi đã thắt nơ là: 120cm.

Ta có: $(2x+y).4=120 \Leftrightarrow y=30-2x$

Thể tích khối hộp quà là: $V=\pi x^2.y=\pi x^2(30-2x)$

Thể tích V lớn nhất khi hàm số $f(x)=x^2(30-2x)$ với $0<x<30$ đạt GTLN

$f'(x)=-6x^2+60x$, cho $f'(x)=-6x^2+60x=0 \Leftrightarrow x=10$

Lập Bảng Biến thiên ta thấy thể tích đạt GTLN là:

$V=1000\pi(cm^3)$. Chọn B

Bài 35:

Thể tích nước của một bề bơi sau t phút bơm tính theo công thức $V(t)=\dfrac{1}{100}\left(30t^3-\dfrac{t^4}{4}\right)$ $(0 \le t \le 90)$

Tốc độ bơm nước tại thời điểm t được tính bởi $v(t)=V'(t)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng.

A. Tốc độ bơm giảm từ phút 60 đến phút thứ 90.

B. Tốc độ bơm luôn giảm.

C. Tốc độ bơm tăng từ phút 0 đến phút thứ 75.

D. Cả A, B, C đều sai.

Giải:

Xét hàm $V'=\dfrac{9}{10}t^2-\dfrac{1}{100}t^3$ $(0 \le t \le 90)$

$V''=\dfrac{9}{5}t-\dfrac{3}{100}t^2 \Rightarrow V''=0$ khi $t=0, t=60$

Dựa vào bảng biến thiên, Ta có hàm số V' đồng biến trên (0;60), nghịch biến trên (60;90).

Chọn A.

Bài 36:

Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần hình trụ nhỉ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng 2 và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy gần số nào nhất?

A. 0,7 B. 0,6 C. 0,8. D. 0,5.

Giải.

Ta có $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi rl + 2\pi r^2 \quad (1)$

$V = \pi r^2 l = 2 \Rightarrow l = \dfrac{2}{\pi r^2}$ thay vào (1) ta được:

$S_{tp} = \dfrac{4}{r} + 2\pi r^2 = f(r)$

$f'(r) = -\dfrac{4}{r^2} + 4\pi r$

$f'(r) = 0$ khi r gần bằng 0,68.

Chọn A.

Bài 37:

Do nhu cầu sử dụng người ta cần tạo ra một lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao h, có thể tích là $1m^3$. Với a,h như thế nào để đỡ tốn nhiều vật liệu nhất?

A. $a = 1; h = 1$. B. $a = \dfrac{1}{3}; h = \dfrac{1}{3}$ C. $a = \dfrac{1}{2}; h = \dfrac{1}{2}$ D. $a = 2; h = 2$.

Giải.

$V = a^2 h = 1 \Rightarrow a = \sqrt{\dfrac{1}{h}}$

$S = 4ah + 2a^2 = \dfrac{4}{a} + 2a^2 = f(a)$

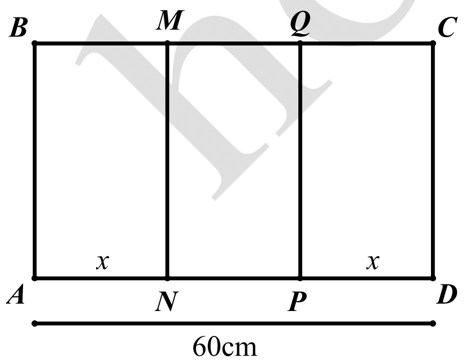
$f'(a) = -\dfrac{4}{a^2} + 4a$

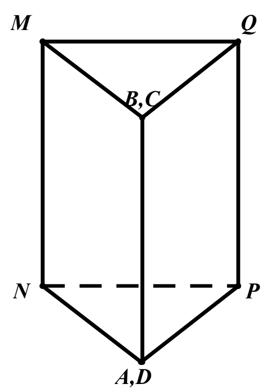
Dấu "=" xẩy ra khi $a = 1$.

Chọn A.

Bài 38:

Cho một tấm nhôm hình chữ nhật ABCD có $AD = 60cm$. Ta gấp tấm nhôm theo 2 cạnh MN và PQ vào phía trong đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ để được 1 hình lăng trụ khuyết 2 đáy. Tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất?





A. $x = 20$ B. $x = 30$ C. $x = 45$ D. $x = 40$

Giải:

Gọi m_a là độ dài đường trung tuyến đối với cạnh NP

Diện tích tam giác NAP = S_{NAP}

Ta có: $m_a = \sqrt{\dfrac{4x^2 - (60-2x)^2}{4}} = \sqrt{-900+60x}$

$V = h.m_A.NP$

Xét hàm $f(x) = \dfrac{1}{2}\sqrt{60x-900}(60-2x) \Rightarrow f'(x) = \dfrac{60(60-2x)}{2\sqrt{60x-900}} - 2\sqrt{60x-900}$

$f'(x) = 0,\ f(x) \to \max$ khi x=20.

Chọn A.

Bài 39.

Một sợi dây kim loại 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a, đoạn thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r. Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\dfrac{a}{r}$ nào sau đây đúng?

A. 2 B. 3 C. 4 D. 1.

Giải:

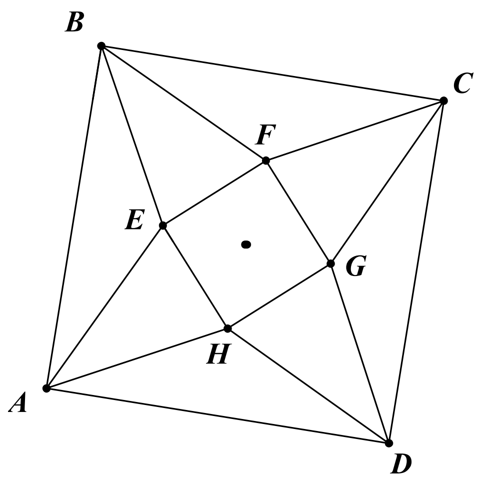
$C = 2\pi r = 60 - a \Rightarrow r = \dfrac{60-a}{2\pi}$

$S_{hv} + S_{ht} = \dfrac{a^2}{16} + \dfrac{(60-a)^2}{4\pi} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{a}{8} - \dfrac{30}{\pi} + \dfrac{a}{2\pi} \Rightarrow f'(x) = 0$ khi $a = \dfrac{30.8}{\pi+4}$

Suy ra $\dfrac{a}{r} = \dfrac{60r}{2\pi(\pi+4)} = 4$. CHọn C.

Bài 40:

Trong một cuộc thi làm đồ dùng học tập do trường phát động, bạn An nhờ bố làm hình chóp tứ giác đều bằng cách lấy một mảnh tôn hình vuông ABCD có cạnh bằng a, cắt mảnh tôn theo các tam giác cân AEB; BFC; CGD; DHA; sau đó gò các tam giác AEH; BEF; CFG; DGH sao cho 4 đỉnh A, B, C, D trùng nhau như hình vẽ. Thể tích lớn nhất của khối tứ giác đều tạo được là:



A. $\dfrac{a^3}{36}$ B. $\dfrac{a^3}{24}$

C. $\dfrac{a^3}{54}$ D. $\dfrac{a^3}{81}$

Gọi h là chiều cao hình chóp, x là độ dài đáy, I là trung điểm EH.

$SI = \sqrt{h^2 + 0,25x^2} = \sqrt{\frac{a^2}{2} - \frac{x}{2}} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{a}{\sqrt{2}}\left(\frac{a}{\sqrt{2}} - x\right)}$

$V = \frac{1}{3}hx^2$

Xét $f(x) = x^2.\sqrt{\frac{a}{\sqrt{2}}\left(\frac{a}{\sqrt{2}} - x\right)}$

$f'(x) = \dfrac{\frac{-a}{\sqrt{2}}.x^2}{2\sqrt{\frac{a^2}{2} - \frac{ax}{\sqrt{2}}}} + 2x\sqrt{\frac{a^2}{2} - \frac{ax}{\sqrt{2}}} \Rightarrow f'(x) = 0\ khi\ a = \frac{3x}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3}.\sqrt{2}.x^3 = \frac{\sqrt{2}}{3}.\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^3 a^3 = \frac{4a^3}{81}$

Chọn D.

Bài 41:

Trong các hình trụ nội tiếp hình cầu bán kính R, hãy tìm hình trụ có thể tích lớn nhất.

A. $\frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$ B. $\frac{5\pi R^3}{3\sqrt{3}}$ C. $\frac{7\pi R^3}{3\sqrt{3}}$ D. $\frac{8\pi R^3}{3\sqrt{3}}$

Giải:

Kí hiệu chiều cao, bán kính đáy và thể tích của hình trụ nội tiếp hình cầu lần lượt là h, r và V. khi đó:

$V = h\pi r^2$

Vì $r^2 = R^2 - \frac{h^2}{4} \Rightarrow V = h\pi\left(R^2 - \frac{h^2}{4}\right) = \pi\left(hR^2 - \frac{h^3}{4}\right)$

Bài toán trở thành tìm GTLN của hàm số

$V(h) = \pi\left(hR^2 - \frac{h^3}{4}\right), h \in (0; 2R)$

Ta có: $V'(h) = \pi\left(R^2 - \frac{3h^2}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{2R}{\sqrt{3}}$

BBT

h	0		$\frac{2r}{\sqrt{3}}$		2R
V'(h)		+	0	–	
			$\frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$		

V(h)	

Từ BBT, suy ra $\max\limits_{(0;2R)} V = V\left(\frac{2R}{\sqrt{3}}\right) = \frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$

Vậy hình trụ nội tiếp hình cầu bán kính R có thể tích lớn nhất khi chiều cao của nó bằng $\frac{2R}{\sqrt{3}}$,

Khi đó, Thể tích khối trụ là: $\frac{4\pi R^3}{3\sqrt{3}}$.

Bài 42:

Cho số dương m, hãy phân tích m thành tổng của hai số dương sao cho tích của chúng là lớn nhất.

A. $\frac{m}{5}$ B. $\frac{m}{4}$ C. $\frac{m}{3}$ D. $\frac{m}{2}$

Giải:

Cho m>0. Đặt x là số thứ nhất, 0<x<m, số thứ hai là m-x .

Xét tích $P(x) = x(m-x), x \in (0;m)$. Ta có:

$P'(x) = -2x + m = 0 \Leftrightarrow x = \frac{m}{2}$

BBT

X	0	$\frac{m}{2}$	m
$P'(x)$	+	0	−
$P(x)$	$\nearrow$	$\frac{m^2}{4}$	$\searrow$

Suy ra: $\max\limits_{(0;m)} P(x) = P\left(\frac{m}{2}\right) = \frac{m^2}{4}$. vậy phân tich m thành tổng hai số $\frac{m}{2}$. Chọn D.

Bài 43:

Tìm hai số có hiệu là 13 sao cho tích của chúng là bé nhất.

A. $-\frac{13}{2} và \frac{13}{2}$ B. $-\frac{13}{4} và \frac{39}{4}$ C. $-\frac{13}{5} và \frac{52}{5}$ D. $-\frac{13}{6} và \frac{65}{6}$

Giải:

Gọi một trong hai số phải tìm là x, ta có số kia là $x+13$

Xét tích $P(x) = x(13-x)$. tc: $P'(x) = 2x + 13 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-13}{2}$

BBT

X	$-\infty$		$\frac{-13}{2}$		$+\infty$
P'(x)		$-$	0	$+$	
P(x)		↘	$\frac{-169}{4}$	↗	

Suy ra: $\min P(x) = P\left(\frac{-13}{2}\right) = \frac{-169}{4}$. Vậy tích hia số bé nhất khi một trong hai số là $\frac{-13}{2}$ và số kia là $\frac{13}{2}$. CHọn A.

Bài 44: Hãy tìm tam giác vuông có diện tích lớn nhất nếu tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số $a(a>0)$.

A. $\max\limits_{\left(0;\frac{a}{2}\right)} S(x) = \frac{a^2}{6\sqrt{3}}$ $khi\ AB = \frac{a}{3}; BC = \frac{2a}{3}$

B. $\max\limits_{\left(0;\frac{a}{2}\right)} S(x) = \frac{a^2}{5\sqrt{3}}$ $khi\ AB = \frac{a}{3}; BC = \frac{2a}{3}$

C. $\max\limits_{\left(0;\frac{a}{2}\right)} S(x) = \frac{a^2}{4\sqrt{3}}$ $khi\ AB = \frac{a}{3}; BC = \frac{2a}{3}$

D. $\max\limits_{\left(0;\frac{a}{2}\right)} S(x) = \frac{a^2}{3\sqrt{3}}$ $khi\ AB = \frac{a}{3}; BC = \frac{2a}{3}$

Giải:

Kí hiệu cạnh góc vuông AB là $x, x \in \left(0;\frac{a}{2}\right)$

Khi đó cạnh huyền $BC = a - x$, cạnh góc vuông kia là

$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(a-x)^2 - x^2} = \sqrt{a^2 - 2ax}$.

Diện tích tam giác ABC là $S(x) = \frac{1}{2}x.\sqrt{a^2-2ax}, x \in \left(0;\frac{a}{2}\right)$. Ta có:

$$S'(x) = \frac{a(a-3x)}{2\sqrt{a^2-2ax}} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{3}$$

BBT

X	0		$\frac{a}{3}$		$\frac{a}{2}$
S'(x)		+	0	−	
S(x)		$\nearrow$	$\frac{a^2}{6\sqrt{3}}$	$\searrow$	

Suy ra $\max\limits_{\left(0;\frac{a}{2}\right)} S(x) = \frac{a^2}{6\sqrt{3}}$ $khi\ AB = \frac{a}{3}, BC = \frac{2a}{3}$. CHỌN A.

Bài 45:

Cho một tam giác đều ABC cạnh a. Người ta dựng một hình chữ nhật MNPQ có cạnh MN nằm trên cạnh BC, hai đỉnh P và Q theo thứ tự nằm trên hai cạnh AC và AB của tam giác. Xác định vị trí của điểm M sao cho hình chữ nhật có diện tích lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó.

A. $\max\limits_{\left(0;\frac{a}{2}\right)} S(x) = S\left(\frac{a}{5}\right) = \frac{\sqrt{3}a^2}{8}$

B. $\max\limits_{\left(0;\frac{a}{2}\right)} S(x) = S\left(\frac{a}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}a^2}{7}$

C. $\max\limits_{\left(0;\frac{a}{2}\right)} S(x) = S\left(\frac{a}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}a^2}{8}$

D. $\max\limits_{\left(0;\frac{a}{2}\right)} S(x) = S\left(\frac{a}{7}\right) = \frac{\sqrt{3}a^2}{13}$

Giải:

Đặt $BM = x; x \in \left(0;\frac{a}{2}\right)$ ta được $MN = a - 2x; QM = x\sqrt{3}$

Diện tích hình chữ nhật MNPQ là:

$S(x) = MN.PQ = (a-2x)x\sqrt{3} = \sqrt{3}\left(ax - 2x^2\right)$. Ta có:

$S'(x) = \sqrt{3}(a-4x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{4}$

BBT

X	0		$\frac{a}{4}$		$\frac{a}{2}$
S'(x)		+	0	−	
S(x)		$\nearrow$	$\frac{\sqrt{3}a^2}{8}$	$\searrow$	