Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=10$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm A, tiếp xúc với d là:

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=50$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=5\sqrt{2}$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=5\sqrt{2}$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=50$.

Lời giải.

Đường thẳng (d)đi qua $I(-1;2;-3)$ và có VTCP $\vec{u}=(2;1;-1)\Rightarrow d(A,d)=\frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{AM}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=5\sqrt{2}$

Phương trình mặt cầu là : $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=50$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng ba mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$, $(Q):2x+my+2z+3=0$ và $(R):-x+2y+nz=0$. Tính tổng $m+2n$, biết rằng $(P)\perp(R)$ và $(P)//(Q)$

A. -6. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 6.

Lời giải.

$(P):x+y+z-1=0$ có VTPT $\vec{a}=(1;1;1)$

$(Q):2x+my+2z+3=0$ có VTPT $\vec{b}=(2;m;2)$

$(R):-x+2y+nz=0$ có VTPT $\vec{c}=(-1;2;n)$

$(P)\perp(R)\Leftrightarrow \vec{a}.\vec{c}=0\Leftrightarrow n=-1$

$(P)//(Q)\Leftrightarrow \frac{2}{1}=\frac{m}{1}=\frac{2}{1}\Leftrightarrow m=2$

Vậy $m+2n=2+2(-1)=0$

Chọn đáp án A

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+3z+-4=0$ và đường thẳng d: $\frac{x-m}{1}=\frac{y+2m}{3}=\frac{z}{2}$. Với giá trị nào của m thì giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thuộc mặt phẳng (Oyz).

A. $m=\frac{4}{5}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=\frac{12}{17}$.

Lời giải.

$d\cap(P)=A\in(Oyz)\Rightarrow A\left(0;\frac{3}{2}a-2;a\right)$

$A \in d \Rightarrow 0 - m = \dfrac{\frac{3}{2}a - 2 + 2m}{3} = \dfrac{a}{2}$

$\Rightarrow \begin{cases} a = -2m \\ \frac{3}{2}a - 2 + 2m = -3m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ m = 1 \end{cases}$

Chọn đáp án **A.**

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ cắt nhau.

Phương trình mặt phẳng chứa d và d' là

A. $6x + 9y + z - 8 = 0$. **B.** $6x + 9y + z + 8 = 0$.

C. $-2x + y + 3z - 8 = 0$. **D.** $6x - 9y - z - 8 = 0$.

Lời giải.

d có VTCP $\vec{u} = (-2;1;3)$ và đi qua $M(1;-2;4)$

d' có VTCP $\overrightarrow{u'} = (1;-1;3)$ và đi qua $M'(-1;0;-2)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'} = (-2;2;-6)$

$[\vec{u}, \overrightarrow{u'}] = (6;9;1) \neq \vec{0}$ và $[\vec{u}, \overrightarrow{u'}].\overrightarrow{MM'} = 0$

Suy ra d cắt d'.

Mặt phẳng (P) chứa d và d' đi qua giao điểm của d và d'; có VTPT $\vec{n} = [\vec{u}, \overrightarrow{u'}]$

Từ phương trình đường thẳng d và d', ta có:

$\dfrac{-1+t-1}{-2} = \dfrac{-t+2}{1} = \dfrac{-2+3t-4}{3}$

$\Leftrightarrow \dfrac{-2+t}{-2} = \dfrac{-t+2}{1} = \dfrac{-6+3t}{3}$

$\Leftrightarrow t = 2$

Từ đó suy ra giao điểm I của d và d' là $I(1;-2;4)$.

Khi đó ta có (P) đi qua $I(1;-2;4)$ và có VTPT $\vec{n} = [\vec{u}, \overrightarrow{u'}] = (6;9;1)$

Phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là

$6(x-1) + 9(y+2) + (z-4) = 0 \Leftrightarrow 6x + 9y + z + 8 = 0$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \dfrac{x+7}{3} = \dfrac{y-5}{-1} = \dfrac{z-9}{4}$ và $d': \dfrac{x}{3} = \dfrac{y+4}{-1} = \dfrac{z+18}{4}$.

Phương trình mặt phẳng chứa d và d' là

A. $63x + 109y + 20z + 76 = 0$. **B.** $63x - 109y + 20z + 76 = 0$.

C. $63x + 109y - 20z + 76 = 0$. **D.** $63x - 109y - 20z - 76 = 0$.

Lời giải.

d có VTCP $\vec{u} = (3;-1;4)$ và đi qua $M(-7;5;9)$

d' có VTCP $\overrightarrow{u'} = (3;-1;4)$ và đi qua $M'(0;-4;-18)$

Từ đó ta có $\overrightarrow{MM'}=(7;-9;-27)$, $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{u'}$ và $[\vec{u};\overrightarrow{MM'}]\neq 0$

Suy ra d song song d'. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và d'.

(P) đi qua $M(-7;5;9)$ và có VTPT $\vec{n}=\left[\vec{u};\overrightarrow{MM'}\right]=(63;109;-20)$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $63(x+7)+109(y-5)-20(z-9)=0 \Leftrightarrow$ $63x+109y-20z+76=0$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+7=0$. Biết mp(Q) cắt mặt cầu $(S): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$ theo một đường tròn có bán kính $r=3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $x-y+2z-7=0$. **B.** $2x-2y+z+17=0$.
C. $2x-2y+z+7=0$. **D.** $2x-2y+z-17=0$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính $R=5$

Gọi M là hình chiếu vuông góc của I lên (Q)

(Q) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính $r=3$

$\Rightarrow IM=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

$(Q)\,//\,(P): 2x-2y+z+7=0 \Rightarrow (Q): 2x-2y+z+m=0\,(m\neq 7)$

$$d\left[I;(Q)\right]=\frac{|2.0-2.(-2)+1.1+m|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=IM=4$$

$$\Leftrightarrow |m+5|=12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=7 \\ m=-17 \end{array}\right.$$

Vậy $(Q): 2x-2y+z-17=0$

Chọn đáp án **A.**

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa trục Ox và cắt mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3 có phương trình là:

A. $y-2z=0$. **B.** $y+2z=0$. **C.** $y+3z=0$. **D.** $y-3z=0$.

Lời giải.

$(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ có tâm $I(1;-2;-1)$ và bán kính $R=3$

(P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r=3=R$

$\Rightarrow I\in(P)$

Chọn điểm $M(1;0;0)\in Ox \Rightarrow \overrightarrow{IM}=(0;2;1)$

$\vec{n}=\left[\vec{a};\overrightarrow{IM}\right]=(0;-1;2)$

(P) qua $O(0;0;0)$ và có VTPT $\vec{n}=(0;-1;2)\Rightarrow (P): y-2z=0$

Chọn đáp án **A.**

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm *I(2; 3; -1)* sao cho mặt cầu cắt đường thẳng (d) có phương trình: $(d)\begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = t \\ z = -25 - 2t \end{cases}$ tại hai điểm *A, B* sao cho $AB = 16$ là:

A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 280$.
B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 289$.
C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 17$.
D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 289$.

Lời giải.

Đường thẳng (d) đi qua $M(11;\ 0;-25)$ và có VTCP $\vec{u} = (2;1;-2)$

Gọi H là hình chiếu của I trên (d). Có: $IH = d(I, AB) = \dfrac{\left|\left[\vec{u}, \overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|} = 15$ $R = \sqrt{IH^2 + \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2} = 17$.

Vậy phương trình mặt cầu: $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 289$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+5}{2} = \dfrac{y-7}{-2} = \dfrac{z}{1}$ và điểm $M(4;1;6)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) có tâm *M*, tại hai điểm *A, B* sao cho $AB = 6$. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 9$.
B. $(x+4)^2 + (y+1)^2 + (z+6)^2 = 18$..
C. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$.
D. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 16$.

Lời giải.

d đi qua $N(-5;7;0)$ *và có VTCP* $\vec{u} = (2;-2;1)$; $\overrightarrow{MN} = (-9;6;-6)$.

Gọi H là chân đường vuông góc vẽ từ *M* đến đường thẳng *d* $\Rightarrow$ MH = $d(M, d) = 3$.

Bán kính mặt cầu (S): $R^2 = MH^2 + \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 = 18$.

$\Rightarrow$ PT mặt cầu (S): $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho cho mặt cầu *(S)* có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 2y - z - 7 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π.

A. $2x + 2y - z + 17 = 0$.
B. $2x + 2y - z - 7 = 0$.
C. $2x + 2y - z + 7 = 0$.
D. $2x + 2y - z - 19 = 0$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R = 5$.

Do $(Q)//(P) \Rightarrow (Q): 2x + 2y - z + D = 0\ (D \neq -7)$

Đường tròn có chu vi $2\pi.r = 6\pi \Leftrightarrow r = 3 \Rightarrow d(I,(Q)) = d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

$$\Leftrightarrow \frac{|2.1 + 2(-2) - 3 + D|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 4 \Leftrightarrow |-5 + D| = 12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D = -7 \\ D = 17 \end{array}\right.$$

Vậy (Q) có phương trình $2x+2y-z+17=0$

VẬN DỤNG CAO

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=2+t \\ y=1+mt \\ z=-2t \end{cases}$ và mặt cầu. $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=1$ Giá trị của m để đường thẳng Δ không cắt mặt cầu (S) là:

A. $m>\dfrac{15}{2}$.hoặc $m<\dfrac{5}{2}$

B. $m=\dfrac{15}{2}$.hoặc $m=\dfrac{5}{2}$

C. $\dfrac{5}{2}<m<\dfrac{15}{2}$.

D. $m\in\mathbb{R}$.

Lời giải.

Từ phương trình đường thẳng Δ và mặt cầu (S) ta có

$(2+t-1)^2+(1+\text{mt}+3)^2+(-2\text{t}-2)^2=1$

$\Leftrightarrow(1+t)^2+(4+m\text{t})^2+(-2\text{t}-2)^2=1$

$\Leftrightarrow\left(m^2+5\right)t^2+2(5+4m)t+20=0 \quad (1)$

Để Δ không cắt mặt cầu (S) thì (1) vô nghiệm, hay (1) có $\Delta'<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m>\dfrac{15}{2} \\ m<\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=1$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=2+t \\ y=1+mt \\ z=-2t \end{cases}$. Giá trị của m để đường thẳng Δ tiếp xúc mặt cầu (S) là:

A. $m>\dfrac{15}{2}$ hoặc $m<\dfrac{5}{2}$

B. $m=\dfrac{15}{2}$ hoặc $m=\dfrac{5}{2}$.

C. $\dfrac{5}{2}<m<\dfrac{15}{2}$.

D. $m\in\mathbb{R}$.

Lời giải.

Từ phương trình đường thẳng Δ và mặt cầu (S) ta có

$(2+t-1)^2+(1+\text{mt}+3)^2+(-2\text{t}-2)^2=1$

$\Leftrightarrow(1+t)^2+(4+m\text{t})^2+(-2\text{t}-2)^2=1$

$\Leftrightarrow\left(m^2+5\right)t^2+2(5+4m)t+20=0 \quad (1)$

Để Δ tiếp xúc mặt cầu (S) thì (1) có nghiệm kép, hay (1) có $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta'=0 \end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=\dfrac{15}{2} \\ m=\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=1$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=2+t \\ y=1+mt \\ z=-2t \end{cases}$

. Giá trị của m để đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt là:

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m > \frac{15}{2}$.hoặc $m < \frac{5}{2}$

C. $m = \frac{15}{2}$.hoặc $m = \frac{5}{2}$

D. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$.

Lời giải.

Từ phương trình đường thẳng Δ và mặt cầu (S) ta có

$(2+t-1)^2+(1+\text{mt}+3)^2+(-2\text{t}-2)^2=1$

$\Leftrightarrow (1+t)^2+(4+m\text{t})^2+(-2\text{t}-2)^2=1$

$\Leftrightarrow \left(m^2+5\right)t^2+2(5+4m)t+20=0 \quad (1)$

Để Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt thì (1) có hai nghiệm phân biệt, hay (1) có

$\Delta' > 0 \Leftrightarrow \frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc của hệ trục tọa độ, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;b)$ $(a>0, b>0)$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC'. Giá trị của tỉ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau là:

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Rightarrow C(a;a;0) \Rightarrow C'(a;a;b) \Rightarrow M\left(a;a;\frac{b}{2}\right)$

Cách 1.

Ta có $\overrightarrow{MB}=\left(0;-a;-\frac{b}{2}\right)$; $\overrightarrow{BD}=(-a;a;0)$ và $\overrightarrow{A'B}=(a;0;-b)$

Ta có $\vec{u}=\left[\overrightarrow{MB};\overrightarrow{BD}\right]=\left(\frac{ab}{2};\frac{ab}{2};-a^2\right)$ và $\left[\overrightarrow{BD};\overrightarrow{A'B}\right]=\left(-a^2;-a^2;-a^2\right)$

Chọn $\vec{v}=(1;1;1)$ là VTPT của $(A'BD)$

$(A'BD)\perp(MBD) \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v}=0 \Leftrightarrow \frac{ab}{2}+\frac{ab}{2}-a^2=0 \Leftrightarrow a=b \Rightarrow \frac{a}{b}=1$

Cách 2.

$AB=AD=BC=CD=a \Rightarrow \begin{cases} A'B=A'D \\ MB=MD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A'X \perp BD \\ MX \perp BD \end{cases}$ với X là trung điểm BD

$\Rightarrow \left[\widehat{(A'BD);(MBD)}\right]=\left(\widehat{A'X;MX}\right)$

$X\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$ là trung điểm BD

$\overrightarrow{A'X}=\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};-b\right)$

$\overrightarrow{MX}=\left(-\frac{a}{2};-\frac{a}{2};-\frac{b}{2}\right)$

$(A'BD)\perp(MBD)\Rightarrow A'X\perp MX$

$\Rightarrow \overrightarrow{A'X}.\overrightarrow{MX}=0$

$\Rightarrow -\left(\frac{a}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2+\frac{b^2}{2}=0$

$\Rightarrow \frac{a}{b}=1$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+2z+4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$. Giá trị của điểm M trên (S) sao cho $d\left(M,(P)\right)$ đạt GTNN là:

A. $(1;1;3)$.

B. $\left(\frac{5}{3};\frac{7}{3};\frac{7}{3}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$.

D. $(1;-2;1)$.

Lời giải.

Ta có: $d(M,(P))=3>R=2\Rightarrow (P)\cap(S)=\varnothing$.

Đường thẳng *d* đi qua *I* và vuông góc với *(P)* có pt: $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t, t\in\mathbb{R}. \\ z=1+2t \end{cases}$

Tọa độ giao điểm của *d* và *(S)* là: $A\left(\frac{5}{3};\frac{7}{3};\frac{7}{3}\right)$, $B\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$

Ta có: $d(A,(P))=5\geq d(B,(P))=1.$ $\Rightarrow d(A,(P))\geq d(M,(P))\geq d(B,(P)).$

Vậy: $\Rightarrow d(M,(P))_{\min}=1\Leftrightarrow M\equiv B.$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $2x-2y-z+9=0$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$. Tọa độ điểm M nằm trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) đạt giá trị nhỏ nhất là:

A. $M\left(-\frac{11}{3};\frac{14}{3};\frac{13}{3}\right)$.

B. $M\left(\frac{29}{3};-\frac{26}{3};-\frac{7}{3}\right)$.

C. $M\left(-\frac{29}{3};\frac{26}{3};-\frac{7}{3}\right)$.

D. $M\left(\frac{11}{3};\frac{14}{3};-\frac{13}{3}\right)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;1)$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) : $d(I;(P))=6<R$ nên (P) cắt (S).

Khoảng cách từ M thuộc (S) đến (P) lớn nhất $\Rightarrow$ $M\in(d)$ đi qua I và vuông góc với (P)

Phương trình $(d):\begin{cases}x=3+2t\\y=-2-2t\\z=1-t\end{cases}$.

Ta có : $M\in(d)\Rightarrow M(3+2t;-2-2t;1-t)$

Mà : $M\in(S)\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{10}{3}\Rightarrow M_1\left(\frac{29}{3};-\frac{26}{3};-\frac{7}{3}\right)\\t=-\frac{10}{3}\Rightarrow M_2\left(-\frac{11}{3};\frac{14}{3};\frac{13}{3}\right)\end{array}\right.$

Thử lại ta thấy : $d(M_1,(P))>d(M_2,(P))$ nên $M\left(-\frac{11}{3};\frac{14}{3};\frac{13}{3}\right)$ thỏa yêu cầu bài toán

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $I(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều là:

A. $(x+1)^2+y^2+z^2=\frac{20}{3}$.
B. $(x-1)^2+y^2+z^2=\frac{20}{3}$.
C. $(x-1)^2+y^2+z^2=\frac{16}{4}$.
D. $(x-1)^2+y^2+z^2=\frac{5}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng (Δ) đi qua $M=(1;1;-2)$ và có VTCP $\vec{u}=(1;2;1)$

Ta có $\overrightarrow{MI}=(0;-1;2)$ và $\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]=(5;-2;-1)$

Gọi H là hình chiếu của I trên (d). Có: $IH=d(I,AB)=\frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MI}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\sqrt{5}$.

Xét tam giác IAB, có $IH=R.\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow R=\frac{2IH}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{15}}{3}$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x+1)^2+y^2+z^2=\frac{20}{3}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho $d:\begin{cases}x=2\\y=t\\z=1-t\end{cases}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z+5=0$. Tọa độ điểm M trên (S) sao cho $d(M,d)$ đạt GTLN là:

A. $(1;2;-1)$. **B.**. $(2;2;-1)$. **C.** $(0;2;-1)$. .**D.** $(-3;-2;1)$.

Lời giải.

Ta có: $d(I,d)=1=R$ suy ra (S) tiếp xúc với d và tiếp điểm là $H(2;2;-1)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên $d \Rightarrow$H(2; 2; -1).

Đường thẳng IH có pt: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Tọa độ giao điểm của IH và (S) là: $A(0;2;-1)$, $B \equiv H(2;2;-1)$.

Ta có: $d(A,(d)) = AH = 2 \geq d(B,(P)) = BH = 0$.

$\Rightarrow d(A,(d)) = 2 \geq d(M,(d)) \geq d(B,(d)) = 0$.

Vậy $M(0;2;-1)$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;3;-3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua A, nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B. Để độ dài AB lớn nhất thì phương trình đường thẳng Δ là:

A. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$.

B. $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.

C. $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 3 \\ z = -3 + 8t \end{cases}$.

D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;5)$, bán kính $R = 10$. Do $d(\mathrm{I},(\alpha)) < \mathrm{R}$ nên Δ luôn cắt (S) tại A, B.

Khi đó $AB = \sqrt{R^2 - (d(\mathrm{I},\Delta))^2}$. Do đó, AB lớn nhất thì $d(I,(\Delta))$ nhỏ nhất nên Δ qua H, với H là hình chiếu vuông góc của I lên (α). Phương trình $BH: \begin{cases} \mathrm{x} = 2 + 2\mathrm{t} \\ \mathrm{y} = 3 - 2t \\ \mathrm{z} = 5 + \mathrm{t} \end{cases}$

$H \in (\alpha) \Rightarrow 2(2+2t) - 2(3-2t) + 5 + t + 15 = 0 \Leftrightarrow \mathrm{t} = -2 \Rightarrow H(-2;\ 7;\ 3)$.

Do vậy $\overrightarrow{\mathrm{AH}} = (1;4;6)$ là véc tơ chỉ phương của Δ. Phương trình của $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;3;-3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua A, nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B. Để độ dài AB nhỏ nhất thì phương trình đường thẳng Δ là:

A. $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.

B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$.

C. $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 3 \\ z = -3 + 8t \end{cases}$.

D. $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{-11} = \frac{z+3}{10}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;5)$, bán kính $R = 10$. Do $d(\mathrm{I},(\alpha)) < \mathrm{R}$ nên Δ luôn cắt (S) tại A, B.

Khi đó $AB=\sqrt{R^2-\left(d(\mathrm{I},\Delta)\right)^2}$. Do đó, AB nhỏ nhất thì $d\left(I,(\Delta)\right)$ lớn nhất nên Δ là đường thẳng nằm trong (α), qua A và vuông góc với AI. Do đó Δ có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{n_\alpha}\right]=(16;11;-10)$

Vậy, phương trình của $\Delta:\dfrac{x+3}{16}=\dfrac{y-3}{11}=\dfrac{z+3}{-10}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;2)$, $B(3;0;2)$ và mặt cầu $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn bán kính nhỏ nhất là:

A. $x-4y-5z+17=0$.
B. $3x-2y+z-7=0$.
C. $x-4y+5z-13=0$.
D. $3x+2y+z-11=0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$, bán kính $R=5$. Do $IA=\sqrt{17}<\mathrm{R}$ nên AB luôn cắt (S). Do đó (α) luôn cắt (S) theo đường tròn (C) có bán kính $r=\sqrt{R^2-\left(d\left(I,(\alpha)\right)\right)^2}$. Để bán kính r nhỏ nhất $\Leftrightarrow d\left(I,(P)\right)$ lớn nhất.

Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mp(ABC).

Ta có $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(1;-1;-1)$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=(-2;-3;-2)$ suy ra (ABC) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-1;4;-5)$

(α) có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\vec{n},\overrightarrow{AB}\right]=(-9-6;-3)=-3(3;2;1)$

Phương trình $(\alpha):3(x-2)+2(y-1)+1(z-3)=0\Leftrightarrow 3x+2y+z-11=0$.