Cách giải khác:

Vì E thuộc đường thẳng d nên khoảng cách từ điểm $E(1;1;3)$ đến đường thẳng d bằng 0.

Câu 16. Cho vectơ $\vec{u}(-2;-2;0)$; $\vec{v}\left(\sqrt{2};\sqrt{2};2\right)$. Góc giữa vectơ $\vec{u}$ và vectơ $\vec{v}$ bằng:

A. $135°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $150°$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\cos(\vec{u},\vec{v})=\dfrac{\vec{u}.\vec{v}}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|}=\dfrac{-2.\sqrt{2}-2.\sqrt{2}+2.0}{\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}.\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2+2^2}}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow(\vec{u},\vec{v})=135°$.

Câu 17. Cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=3\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1-t\\y=2\\z=-2+t\end{cases}$. Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A $30°$. **B.** $120°$. **C.** $150°$. **D.** $60°$.

Hướng dẫn giải

Gọi $\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}$ lần lượt là vectơ chỉ phương của đường thẳng d_1; d_2.

$\overrightarrow{u_1}=(1;1;0)$; $\overrightarrow{u_2}=(-1;0;1)$

Áp dụng công thức ta có $\cos\left(d_1,d_2\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|.\left|\overrightarrow{u_2}\right|}=\dfrac{|-1|}{\sqrt{1+1}.\sqrt{1+1}}=\dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow\left(d_1,d_2\right)=60°$.

Câu 18. Cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng (P): $5x+11y+2z-4=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là:

A. $60°$. **B.** $-30°$. **C.** $30°$. **D.** $-60°$.

Hướng dẫn giải

Gọi $\vec{u}$; $\vec{n}$ lần lượt là vectơ chỉ phương, pháp tuyến của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P).

$\vec{u}=\left(1;-2;1\right)$; $\vec{n}=\left(5;11;2\right)$

Áp dụng công thức ta có $\sin\left(\Delta,(P)\right)=\left|\cos\left(\vec{u},\vec{n}\right)\right|=\dfrac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{\left|1.5-11.2+1.2\right|}{\sqrt{5^2+11^2+2^2}.\sqrt{1^2+2^2+1^2}}=\dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow\left(\Delta,(P)\right)=30°$.

Câu 19. Cho mặt phẳng $(\alpha):2x-y+2z-1=0$; $(\beta):x+2y-2z-3=0$. Cosin góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng:

A. $\frac{4}{9}$ **B.** $-\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{4}{3\sqrt{3}}$. **D.** $-\frac{4}{3\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $\overrightarrow{n_\alpha}$, $\overrightarrow{n_\beta}$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) và (β).

Ta có $\overrightarrow{n_\alpha}(2;-1;2)$; $\overrightarrow{n_\beta}(1;2;-2)$.

Áp dụng công thức:

$$\cos((\alpha),(\beta)) = \left|\cos(\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta})\right| = \frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|} = \frac{|2.1-1.2-2.2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}.\sqrt{(1^2+2^2+(-2)^2}} = \frac{4}{9}.$$

Câu 20. Cho mặt phẳng $(P): 3x+4y+5z+2=0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+1=0$; $(\beta): x-2z-3=0$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó:

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải

Đường thẳng d có phương trình: $\begin{cases} x = 2t \\ y = \frac{1}{2}+t \\ z = -\frac{3}{2}+t \end{cases}, t \in R$. Suy ra VTCP của d là $\overrightarrow{u_d}(2;1;1)$

Ta có $\sin(d,(P)) = \left|\cos(\overrightarrow{u_d},\vec{n})\right| = \frac{\left|\overrightarrow{u_d}.\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|.\left|\vec{n}\right|} = \frac{|2.3+1.4+1.5|}{\sqrt{2^2+1^2+1^2}.\sqrt{3^2+4^2+5^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow (d,(P)) = 60°$.

Câu 21. Cho mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z-5=0$. Điểm $A(1;-2;2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (α) một góc $45°$.

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Gọi $\overrightarrow{n_\beta}(a;b;c)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) cần lập.

$$\cos((\alpha),(\beta)) = \left|\cos(\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta})\right| = \frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|} = \frac{|3.a-2.b+2.c|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+2^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\Rightarrow 2(3a-2b+2c)^2 = 17(a^2+b^2+c^2)$

Phương trình trên có vô số nghiệm.

Suy ra có vô số vectơ $\overrightarrow{n_\beta}(a;\, b;\, c)$ là véc tơ pháp tuyến của (β). Suy ra có vô số mặt phẳng (β) thỏa mãn điều kiện bài toán

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dựng hình.

Giả sử tồn tại mặt phẳng (β) thỏa mãn điều kiện bài toán. (Đi qua A và tạo với mặt phẳng (α) một góc $45°$). Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (α). Sử dụng phép quay theo trục Δ với mặt phẳng (β). Ta được vô số mặt phẳng (β') thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 22. Hai mặt phẳng nào dưới đây tạo với nhau một góc $60°$

A. $(P): 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - z - 2 = 0$.

B. $(P): 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.

C. $(P): 2x - 11y + 5z - 21 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 2 = 0$.

D. $(P): 2x - 5y + 11z - 6 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức tính góc giữa hai mặt phẳng.

$$\cos\big((P),(Q)\big) = \frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\overrightarrow{n_Q}\right|} = \cos 60° = \frac{1}{2}$$

Xác định các vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q). Thay các giá trị vào biểu thức để tìm giá trị đúng.

Dùng chức năng CALC trong máy tính bỏ túi để hỗ trợ việc tính toán nhanh nhất.

Câu 23. Cho vectơ $\vec{u}(1;\, 1;\, -2)$, $\vec{v}(1;\, 0;\, m)$. Tìm m để góc giữa hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ có số đo bằng $45°$.

Một học sinh giải như sau:

Bước 1: Tính $\cos\left(\vec{u}, \vec{v}\right) = \dfrac{1 - 2m}{\sqrt{6}.\sqrt{m^2 + 1}}$

Bước 2: Góc giữa $\vec{u}, \vec{v}$ có số đo bằng $45°$ nên $\dfrac{1 - 2m}{\sqrt{6}.\sqrt{m^2 + 1}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow 1 - 2m = \sqrt{3(m^2 + 1)}$ (*)

Bước 3: Phương trình (*) $\Leftrightarrow (1 - 2m)^2 = 3(m^2 + 1)$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 - \sqrt{6} \\ m = 2 + \sqrt{6}. \end{array}\right.$$

Bài giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Sai ở bước 3. **B.** Sai ở bước 2. **C.** Sai ở bước 1. **D.** Đúng.

Hướng dẫn giải

Phương trình (*) chỉ bình phương được hai vế khi biến đổi tương đương nếu thỏa mãn $1 - 2m \ge 0$. Bài toán đã thiếu điều kiện để bình phương dẫn đến sai nghiệm $m = 2 + \sqrt{6}$.

Câu 24. Cho hai điểm $A(1;-1;1); B(2;-2;4)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa A, B và tạo với mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-7=0$ một góc $60°$.

A. 1. **B**. 4. **C**. 2. **D**. Vô số.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$\overrightarrow{AB}(1;-1;3), \overrightarrow{n_\alpha}(1;-2;1)$

Gọi $\overrightarrow{n_\beta}(a;b;c)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) cần lập.

$$\cos\left((\alpha),(\beta)\right) = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{n_\beta}\right)\right| = \frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|}$$

$$= \frac{\left|1.a-2.b+1.c\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{1}{2}.$$

$\Rightarrow 2(a-2b+c)^2 = 3(a^2+b^2+c^2)$ (1)

Mặt khác vì mặt phẳng (β) chứa A, B nên:

$\overrightarrow{n_\beta}.\overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow a-b+3c=0 \Leftrightarrow a = b-3c$

Thế vào (1) ta được: $2b^2 - 13bc + 11c^2 = 0$ (2)

Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt. Suy ra có 2 vectơ $\overrightarrow{n_\beta}\left(a;b;c\right)$ thỏa mãn.

Suy ra có 2 mặt phẳng.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dựng hình

Câu 25. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng AB, CD. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

A. $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

B. $\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

C. $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]\right|}$.

D. $\cos\alpha = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức ở lý thuyết.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $BB', CD, A'D'$. Góc giữa hai đường thẳng MP và $C'N$ là:

A. $30°$. **B**. $120°$. **C**. $60°$. **D**. $90°$.

Hướng dẫn giải

Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A \equiv O(0;0;0)$

Suy ra $B(a;\,0;\,0);\,C(a;\,a;\,0);\,D(0;\,a;\,0)$

$A'(0;\,0;\,a);\,B'(a;\,0;\,a);\,C'(a;\,a;\,a);\,D'(0;\,a;\,a)$

$M\left(a;\,0;\,\frac{a}{2}\right);\,N\left(\frac{a}{2};\,a;\,0\right);\,P\left(0;\,\frac{a}{2};\,a\right)$

Suy ra $\overrightarrow{MP}=\left(-a;\,\frac{a}{2};\,\frac{a}{2}\right);\,\overrightarrow{NC'}=\left(\frac{a}{2};\,0;\,a\right)\Rightarrow \overrightarrow{MP}.\overrightarrow{NC'}=0$

$\Rightarrow (MP,NC')=90°$

Câu 27. Cho hình chóp $A.BCD$ có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc. ΔABC cân, cạnh bên bằng a, $AD=2a$. Cosin góc giữa hai đường thẳng BD và DC là:

A. $\frac{4}{5}$. B. $-\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{4}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A\equiv O(0;\,0;\,0)$

Suy ra $B(a;\,0;\,0);\,C(0;\,a;\,0);\,D(0;\,0;\,2a)$

Ta có $\overrightarrow{DB}(a;\,0;\,-2a);\,\overrightarrow{DC}(0;\,a;-2a)$

$$\cos(DB,\,DC)=\left|\cos(\overrightarrow{DB};\,\overrightarrow{DC})\right|=\frac{\left|\overrightarrow{DB}.\,\overrightarrow{DC}\right|}{\left|\overrightarrow{DB}\right|.\left|\overrightarrow{DC}\right|}=\frac{4}{5}.$$

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=2$, $AC=\sqrt{5}$. ΔSAC vuông cân tại A. K là trung điểm của cạnh SD. Hãy xác định cosin góc giữa đường thẳng CK và AB?

A. $\frac{4}{\sqrt{17}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{11}}$. C. $\frac{4}{\sqrt{22}}$. D. $\frac{2}{\sqrt{22}}$.

Hướng dẫn giải

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=1$

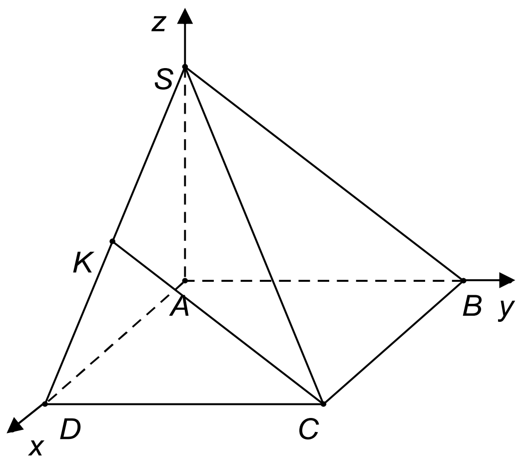
Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A\equiv O(0;\,0;\,0)$

Suy ra $B(0;\,2;\,0);\,C(1;\,2;\,0);\,D(1;\,0;\,0)$

$S\left(0;\,0;\,\sqrt{5}\right);\,K\left(\frac{1}{2};\,0;\,\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$

Suy ra $\overrightarrow{CK}\left(-\frac{1}{2};-2;\,\frac{\sqrt{5}}{2}\right);\,\overrightarrow{AB}\left(0;\,2;\,0\right)$

$$\cos\left(CK,\,AB\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{CK};\,\overrightarrow{AB}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{CK}.\,\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\overrightarrow{CK}\right|.\left|\overrightarrow{AB}\right|}=\frac{4}{\sqrt{22}}.$$



Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz,* cho bốn điểm điểm $A(-3;-4;5);\ B(2;7;7);$ $C(3;5;8);\ D(-2;6;1)$. Cặp đường thẳng nào tạo với nhau một góc $60°$?

A. *DB* và *AC*. **B**. *AC* và *CD*. **C**. *AB* và *CB*. **D**.*CB* và *CA*.

Hướng dẫn giải

Tính tọa độ các vectơ sau đó thay vào công thức: $\cos(d,d')=\left|\cos(\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}\right|$ để kiểm tra.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng nào dưới đây đi qua *A*(2; 1; – 1) tạo với trục *Oz* một góc $30°$?

A. $\sqrt{2}(x-2)+(y-1)-(z-2)-3=0.$ **B.** $(x-2)+\sqrt{2}(y-1)-(z+1)-2=0.$

C. $2(x-2)+(y-1)-(z-2)=0.$ **D.** $2(x-2)+(y-1)-(z-1)-2=0.$

Hướng dẫn giải

Gọi phương trình mặt phẳng (α) cần lập có dạng $A(x-2)+B(y-1)+C(z+1)=0;\ \vec{n}(A;B;C)$

Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}(0;0;1)$.

Áp dụng công thức $\sin((\alpha),Oz)=\dfrac{\left|\vec{n}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{k}\right|}=\sin 30°$

Sau khi tìm được các vectơ pháp tuyến thỏa mãn, thay giá trị của *A* vào để viết phương trình mặt phẳng.

Câu 31. Cho mặt phẳng $(P):3x+4y+5z+8=0$. Đường thẳng *d* là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x-2y+1=0;\ (\beta):x-2z-3=0$. Góc giữa *d* và (*P*) là:

A. $120°$. **B**. $60°$. **C**. $150°$. **D**. $30°$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\overrightarrow{n_P}(3;4;5)$

$\overrightarrow{n_d}=\left[\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta}\right]=(2;1;1)$

Áp dụng công thức $\sin((P),d)=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_d}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\overrightarrow{u_d}\right|}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $\cos\alpha=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$. **B**. $\cos\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

C. $\sin\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|,\left|\overrightarrow{CD}\right|}$. **D**. $\cos\alpha=\dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{DC}\right|}$

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức ở lý thuyết.

Câu 33. Cho ba mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0; (Q): x - y - z - 2 = 1; (R): x + 2y + 2z - 2 = 0$. Gọi $\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3$ lần lượt là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q), (Q) và (R), (R) và (P). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng.

A. $\alpha_1 > \alpha_3 > \alpha_2$. **B.** $\alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_1$. **C.** $\alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1$. **D.** $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức tính góc giữa hai mặt phẳng. Sử dụng máy tính bỏ túi để tính góc rồi so sánh các giá trị đó với nhau.

VẬN DỤNG

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y+2z+m=0$ vàđiểm $A(1;1;1)$. Khi đó m nhận giá trị nào sau đây để khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (α) bằng 1?

A. -2. **B.** -8. **C.** -2 hoặc -8 . **D.** 3.

Hướng dẫn giải: $d\left(A,(\alpha)\right) = \dfrac{|5+m|}{3} = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+5=3 \\ m+5=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=-8 \end{array}\right.$

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại 3 điểm $A(-2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;4)$. Khi đó khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) là

A. $\dfrac{\sqrt{61}}{12}$. **B.** 4. **C.** $\dfrac{12\sqrt{61}}{61}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Cách 1: $(\alpha): \dfrac{x}{-2} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 6x - 4y - 3z + 12 = 0$; $d\left(O,(ABC)\right) = \dfrac{12\sqrt{61}}{61}$

Cách 2: Tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc, khi đó

$$\frac{1}{d^2\left(O,(ABC)\right)} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{61}{144} \Rightarrow d\left(O,(ABC)\right) = \frac{12\sqrt{61}}{61}$$

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $\left[\begin{array}{l} y=0 \\ 2x-y-2z-2=0 \end{array}\right.$ $Oxyz$ cho điểm $M(1;0;0)$ và $N(0;0;-1)$, mặt phẳng (P) qua điểm M, N và tạo với mặt phẳng $(Q): x-y-4=0$ một góc bằng 45^{O}. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\left[\begin{array}{l} y=0 \\ 2x-y-2z-2=0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} y=0 \\ 2x-y-2z+2=0 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} 2x-y-2z+2=0 \\ 2x-y-2z-2=0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} 2x-2z+2=0 \\ 2x-2z-2=0 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Gọi vectơ pháp tuyến của mp(P) và (Q) lần lượt là $\overrightarrow{n_P}(a;b;c)\left(a^2+b^2+c^2\neq 0\right)$, $\overrightarrow{n_Q}$

(P) qua $M(1;0;0)\Rightarrow(P): a(x-1)+by+cz=0$

(P) qua $N(0;0;-1)\Rightarrow a+c=0$

(P) hợp với (Q) góc $45^O\Rightarrow\left|cos\left(\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right)\right|=cos45^O\Leftrightarrow\dfrac{|a-b|}{\sqrt{2a^2+b^2}\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=-2b\end{array}\right.$

Với $a=0\Rightarrow c=0$ chọn $b=1$ phương trình $(P): y=0$

Với $a=-2b$ chọn $b=-1\Rightarrow a=2$ phương trình mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-2=0$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;\,0;\,1)$, đường thẳng d qua điểm A và tạo với trục Oy góc 45^O. Phương trình đường thẳng d là

A. $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt{5}}=\dfrac{z-1}{-1}\\\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-\sqrt{5}}=\dfrac{z-1}{-1}\end{array}\right.$.

B. $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt{5}}=\dfrac{z+1}{-1}\\\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-\sqrt{5}}=\dfrac{z+1}{-1}\end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt{5}}=\dfrac{z-1}{-1}\\\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt{5}}=\dfrac{z+1}{-1}\end{array}\right.$

D. $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-\sqrt{5}}=\dfrac{z-1}{-1}\\\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt{5}}=\dfrac{z+1}{-1}\end{array}\right.$

Hướng dẫn giải

Cách 1: Điểm $M(0;m;0)\in Oy$, $\vec{j}(0;1;0)$ là vectơ chỉ phương của trục $.Oy$, $\overrightarrow{AM}(2;-m;-1)$

$\left|\cos\left(\overrightarrow{AM},\vec{j}\right)\right|=\cos 45^O\Leftrightarrow\dfrac{|m|}{\sqrt{m^2+5}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{5}$ nên có 2 đường thẳng:

$$\frac{x+2}{2}=\frac{y}{\sqrt{5}}=\frac{z-1}{-1};\frac{x+2}{2}=\frac{y}{-\sqrt{5}}=\frac{z-1}{-1}$$

Cách 2: $\overrightarrow{u_1}\left(2;\sqrt{5};-1\right)\Rightarrow\left|\cos\left(\overrightarrow{u_1},\vec{j}\right)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$; $\overrightarrow{u_2}\left(2;-\sqrt{5};-1\right)\Rightarrow\left|\cos\left(\overrightarrow{u_2},\vec{j}\right)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2;0;1)$ nên chọn đáp án A.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và mặt phẳng $(Q): x-y+z-1=0$. Khi đó mặt phẳng (R) vuông góc với mặt phẳng (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ O đến mặt phẳng (R) bằng 2, có phương trình là

A. $2x-2z-2\sqrt{2}=0$.

B. $x-z-2\sqrt{2}=0$.

C. $x-z+2\sqrt{2}=0$.

D. $\left[\begin{array}{l}x-z+2\sqrt{2}=0\\x-z-2\sqrt{2}=0\end{array}\right.$.

Hướng dẫn:

$\overrightarrow{n_P}(1;1;1),\overrightarrow{n_Q}(1;-1;1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(2;0;-2)$

Mặt phẳng $(R): 2x-2z+D=0 \Rightarrow d(O,(R)) = \dfrac{|D|}{\sqrt{8}} = 2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} D=4\sqrt{2} \\ D=-4\sqrt{2} \end{array}\right.$

Vậy phương trình mp $(R): x-z+2\sqrt{2}=0;\ x-z-2\sqrt{2}=0$

Câu 39. Tập hợp các điểm $M(x;y;z)$ trong không gian $Oxyz$ cách đều hai mặt phẳng $(P): x+y-2z-3=0$ và $(Q): x+y-2z+5=0$ thoả mãn:

A. $x+y-2z+1=0$.

B. $x+y-2z+4=0$.

C. $x+y-2z+2=0$.

D. $x+y-2z-4=0$.

Hướng dẫn: $M(x;y;z)$. Ta có $d(M,(P)) = d(M,(Q)) \Leftrightarrow \dfrac{|x+y-2z-3|}{\sqrt{6}} = \dfrac{|x+y-2z+5|}{\sqrt{6}}$

$\Leftrightarrow |x+y-2z-3| = |x+y-2z+5| \Leftrightarrow x+y-2z+1=0$

Câu 40. Tập hợp các điểm $M(x;y;z)$ trong không gian $Oxyz$ cách đều hai mặt phẳng $(P): x-2y-2z-7=0$ và mặt phẳng $(Q): 2x+y+2z+1=0$ thoả mãn:

A. $x+3y+4z+8=0$.

B. $\left[\begin{array}{l} x+3y+4z+8=0 \\ 3x-y-6=0 \end{array}\right.$.

C. $3x-y-6=0$.

D. $3x+3y+4z+8=0$.

Hướng dẫn giải

Cho điểm $M(x;y;z)$, $d(M,(P)) = d(M,(Q)) \Leftrightarrow \dfrac{|x-2y-2z-7|}{3} = \dfrac{|2x+y+2z+1|}{3}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+3y+4z+8=0 \\ 3x-y-6=0 \end{array}\right.$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm M thuộc trục Ox cách đều hai mặt phẳng $(P): x+y-2z-3=0$ và (Oyz). Khi tọa độ điểm M là

A. $\left(\dfrac{3}{1+\sqrt{6}};0;0\right)$ và $\left(\dfrac{3}{\sqrt{6}-1};0;0\right)$.

B. $\left(\dfrac{3}{1+\sqrt{6}};0;0\right)$ và $\left(\dfrac{3}{1-\sqrt{6}};0;0\right)$.

C. $\left(\dfrac{\sqrt{6}-1}{3};0;0\right)$ và $\left(\dfrac{\sqrt{6}+1}{3};0;0\right)$.

D. $\left(\dfrac{1+\sqrt{6}}{3};0;0\right)$ và $\left(\dfrac{1-\sqrt{6}}{3};0;0\right)$.

Hướng dẫn giải: Điểm $M(m;0;0) \in Ox$; $d(M,(P)) = d(M,(P)) \Leftrightarrow \dfrac{|m-3|}{\sqrt{6}} = |m|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-3=m\sqrt{6} \\ m-3=-m\sqrt{6} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{3}{1+\sqrt{6}} \\ m=\dfrac{3}{1-\sqrt{6}} \end{array}\right.$