Hướng dẫn giải:

$$z^3+1=0 \Leftrightarrow (z+1)(z^2-z+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-1 \\ z^2-z+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-1 \\ z=\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2} \end{array}\right.$$

Ta chọn đáp án A

Câu 19. Trong $\mathbb{C}$, phương trình $z^4-1=0$ có nghiệm là:

A $\pm1;\pm2i$ **B.** $\pm2;\pm2i$ **C.** $\pm3;\pm4i$ **D.** $\pm1;\pm i$

Hướng dẫn giải:

$$z^4-1=0 \Leftrightarrow (z-1)(z+1)(z^2+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ z=-1 \\ z^2+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ z=-1 \\ z=\pm i \end{array}\right.$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 20. Trong $\mathbb{C}$, căn bậc hai của -121 là:

A. $-11i$ **B.** $11i$ **C.** -11 **D.** $11i$ và $-11i$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $z=-121 \Leftrightarrow z=(11i)^2$. Do đó z có hai căn bậc hai là $z=11i; z=-11i$

Ta chọn đáp án A.

Câu 21. Phương trình $8z^2-4z+1=0$ có nghiệm là:

A $z_1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i;\ z_2=\frac{5}{4}-\frac{1}{4}i$ **B.** $z_1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i;\ z_2=\frac{1}{4}-\frac{3}{4}i$

C. $z_1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i;\ z_2=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$ **D.** $z_1=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}i;\ z_2=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$

Hướng dẫn giải:

$$\Delta'=b'^2-ac=4-8=-4<0 \Rightarrow z_{1,2}=\frac{2\pm2i}{8}=\frac{1}{4}\pm\frac{i}{4}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 22. Biết $z_1;\ z_2$ là hai nghiệm của phương trình $2z^2+\sqrt{3}z+3=0$. Khi đó giá trị của $z_1^2+z_2^2$ là:

A. $\frac{9}{4}$ **B.** 9 **C.** 4 **D.** $-\frac{9}{4}$

Hướng dẫn giải:

Theo Viet, ta có: $\begin{cases} S=z_1+z_2=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ P=z_1.z_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{3}{2} \end{cases}$

$$z_1^2+z_2^2=S^2-2P=\frac{3}{4}-3=-\frac{9}{4}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 23. Phương trình $z^2+az+b=0$ có một nghiệm phức là $z=1+2i$. Tổng 2 số a và b bằng:

A. 0 **B.** -3 **C.** 3 **D.** -4

Hướng dẫn giải:

Vì $z=1+2i$ là một nghiệm của phương trình $z^2+az+b=0$ nên ta có:

$(1+2i)^2+a(1+2i)+b=0 \Leftrightarrow a+b+2ai=3-4i \Leftrightarrow a+b=3$

Ta chọn đáp án A.

Câu 24. Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+5=0$. Khi đó phần thực của $z_1^2+z_2^2$ là:

A. 5 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 7

Hướng dẫn giải:

Theo Viet, ta có: $\begin{cases} S=z_1+z_2=-\dfrac{b}{a}=4 \\ P=z_1.z_2=\dfrac{c}{a}=5 \end{cases}$

$z_1^2+z_2^2=S^2-2P=16-2.5=6$

Ta chọn đáp án A.

Câu 25. Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+4=0$. Khi đó $A=|z_1|^2+|z_2|^2$ có giá trị là

A. -7 **B.** -8 **C.** -4 **D.** 8

Hướng dẫn giải:

$z^2+2z+4=0 \Leftrightarrow (z+1)^2+3=0 \Leftrightarrow z=-1\pm\sqrt{3}i$

$\Rightarrow A=|z_1|^2+|z_2|^2=8$

Ta chọn đáp án A.

Câu 26. Phương trình $z^3=8$ có bao nhiêu nghiệm phức với phần ảo âm?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Hướng dẫn giải:

$z^3=8 \Leftrightarrow (z-2)(z^2+2z+4)=0 \Leftrightarrow (z-2)\left[(z+1)^2+3\right]=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} z=2 \\ z=-1\pm\sqrt{3}i \end{cases}$

Do đó phương trình chỉ có một nghiệm phức có phần ảo âm.

Ta chọn đáp án A.

Câu 27. Biết z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2+\sqrt{3}z+3=0$. Khi đó giá trị của $z_1^2+z_2^2$ là:

A. 4 **B.** $\dfrac{9}{4}$ **C.** 9 **D.** $-\dfrac{9}{4}$

Hướng dẫn giải:

Áp dụng định lý Viet, ta có: $\begin{cases} S=z_1+z_2=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ P=z_1z_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{3}{2} \end{cases}$

$z_1^2+z_2^2=S^2-2P=\dfrac{3}{4}-3=-\dfrac{9}{4}$

Ta chọn đáp án A.

Câu 28. Phương trình sau có mấy nghiệm thực: $z^2+2z+2=0$

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số nghiệm.

Hướng dẫn giải:

$\Delta' = b'^2 - ac = 1 - 2 = -1 < 0$ nên phương trình vô nghiệm trên tập số thực.
Ta chọn đáp án A.

Câu 29. Tìm các căn bậc hai của -9.

A. $\pm 3i$ **B.** 3 **C.** $3i$ **D.** -3

Hướng dẫn giải:

Ta có $-9 = 9.i^2$ nên -9 có các căn bậc hai là $3i$ và $-3i$.
Ta chọn đáp án A.

Câu 30. Trong $\mathbb{C}$, phương trình $z^4 + 4 = 0$ có nghiệm là:

A. $\pm(1-4i); \pm(1+4i)$ **B.** $\pm(1-2i)$; $\pm(1+2i)$

C. $\pm(1-3i); \pm(1+3i)$ **D.** $\pm(1-i)$; $\pm(1+i)$

Hướng dẫn giải:

$$z^4 + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2 = 2i \\ z^2 = -2i \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \pm(1+i) \\ z = \pm(1-i) \end{array}\right.$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 31. Giải phương trình $z^2 - 2z + 7 = 0$ trên tập số phức ta được nghiệm là:

A. $z = 1 \pm 2\sqrt{2}i$ **B.** $z = 1 \pm \sqrt{6}i$ **C.** $z = 1 \pm \sqrt{2}i$ **D.** $z = 1 \pm \sqrt{7}i$

Hướng dẫn giải:

$$z^2 - 2z + 7 = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 + 6 = 0 \Leftrightarrow z = 1 \pm \sqrt{6}i$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 32. Căn bậc hai của số phức $4 + 6\sqrt{5}i$ là:

A. $-\left(3 + \sqrt{5}i\right)$ **B.** $\left(3 + \sqrt{5}i\right)$ **C.** $\pm\left(3 + \sqrt{5}i\right)$ **D.** 2

Hướng dẫn giải:

Giả sử w là một căn bậc hai của $4 + 6\sqrt{5}i$. Ta có:

$$w^2 = 4 + 6\sqrt{5}i \Leftrightarrow w^2 = \left(3 + \sqrt{5}i\right)^2 \Leftrightarrow w = \pm\left(3 + \sqrt{5}\right)i.$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 33. Gọi z là căn bậc hai có phần ảo âm của $33 - 56i$. Phần thực của z là:

A. 6 **B.** 7 **C.** 4 **D.** -4

Hướng dẫn giải:

Ta có: $33 - 56i = (7 - 4i)^2 \Rightarrow z = 7 - 4i$

Do đó phần thực của z là 7.
Ta chọn đáp án A.

Câu 34. Tập nghiệm trong $\mathbb{C}$ của phương trình $z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ là:

A. $\{-i; i; 1; -1\}$ **B.** $\{-i; i; 1\}$ **C.** $\{-i; -1\}$ **D.** $\{-i; i; -1\}$

Hướng dẫn giải:

$$z^3 + z^2 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow (z+1)\left(z^2+1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -1 \\ z = \pm i \end{array}\right.$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 35. Trên tập số phức, phương trình bậc hai có hai nghiệm $\alpha = 4 + 3i; \beta = -2 + i$ là:

A. $z^2 + (2+4i)z - (11+2i) = 0$ **B.** $z^2 - (2+4i)z - (11+2i) = 0$

C. $z^2 - (2+4i)z + (11+2i) = 0$ **D.** $z^2 + (2+4i)z + (11+2i) = 0$

Hướng dẫn giải:

Áp dụng định lý Viet, ta có: $\begin{cases} S=\alpha+\beta=2+4i \\ P=\alpha.\beta=-11-2i \end{cases}$.

Do đó α,β là hai nghiệm của phương trình: $z^2-Sz+P=0 \Leftrightarrow z^2-(2+4i)z-(11+2i)=0$

Ta chọn đáp án A.

Câu 36. Có bao nhiêu số phức thỏa mãn điều kiện $z^2=|z|^2+\bar{z}$?

A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Hướng dẫn giải:

Gọi $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn điều kiện trên. Ta có:

$$z^2=|z|^2+\bar{z} \Leftrightarrow (a+bi)^2=a^2+b^2+a-bi \Leftrightarrow a+2b^2-bi-2abi=0 \Leftrightarrow (a+2b^2)+(-b-2ab)i=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+2b^2=0 \\ b+2ab=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b^2=0 \\ \left[\begin{array}{l} b=0 \\ a=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b=0 \\ \begin{cases} a=-\dfrac{1}{2} \\ b=\pm\dfrac{1}{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy có 3 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta chọn đáp án A.

Câu 37. Phương trình $(2+i)z^2+az+b=0\,(a,b\in\mathbb{C})$ có hai nghiệm là $3+i$ và $1-2i$. Khi đó $a=$?

A. $-9-2i$ **B.** $15+5i$ **C.** $9+2i$ **D.** $15-5i$

Hướng dẫn giải:

Theo Viet, ta có:

$$S=z_1+z_2=-\frac{a}{2+i}=4-i \Leftrightarrow a=(i-4)(i+2) \Leftrightarrow a=-9-2i$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $z^2-6z+13=0$. Tính $\left|z+\dfrac{6}{z+i}\right|$

A. $\sqrt{17}$ và 4 **B.** $\sqrt{17}$ và 5 **C.** $\sqrt{17}$ và 3 **D.** $\sqrt{17}$ và 2

Hướng dẫn giải:

$z^2-6z+13=0 \Leftrightarrow (z-3)^2+4=0 \Leftrightarrow z=3\pm 2i$

+) Nếu $z=3+2i$:

$$z+\frac{6}{z+i}=3+2i+\frac{6}{3+3i}=\frac{9+15i}{3+3i}=\frac{-18+72i}{18}=-1+4i$$

$$\Rightarrow \left|z+\frac{6}{z+i}\right|=|-1+4i|=\sqrt{17}$$

+) Nếu $z=3-2i$:

$$z+\frac{6}{z+i}=3-2i+\frac{6}{3-i}=\frac{13-9i}{3-i}=\frac{30-40i}{10}=3-4i$$

$$\Rightarrow \left|z+\frac{6}{z+i}\right|=|3-4i|=5$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 39. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2+(1-3i)z-2(1+i)=0$. Khi đó $w=z_1^2+z_2^2-3z_1z_2$ là số phức có môđun là:

A. 2 **B.** $\sqrt{13}$ **C.** $2\sqrt{13}$ **D.** $\sqrt{20}$

Hướng dẫn giải:

Theo Viet, ta có: $\begin{cases} S=z_1+z_2=-\dfrac{b}{a}=-1+3i \\ P=z_1.z_2=\dfrac{c}{a}=-2(1+i) \end{cases}$

$w=z_1^2+z_2^2-3z_1z_2=S^2-5P=(-1+3i)^2+10(1+i)=2+4i$

$\Rightarrow |w|=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$

Ta chọn đáp án A.

Câu 40. Số nghiệm của phương trình với ẩn số phức z: $4z^2+8|z|^2-3=0$ là:

A. 3 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 1

Hướng dẫn giải:

Gọi $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$ là nghiệm của phương trình. Ta có:

$4(a+bi)^2+8(a^2+b^2)-3=0 \Leftrightarrow 4(a^2-b^2+2abi)+8(a^2+b^2)-3=0$

$\Leftrightarrow 12a^2+4b^2+8abi-3=0$

$\Rightarrow \begin{cases} 12a^2+4b^2=3 \\ ab=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a^2+b^2=1 \\ ab=0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 4a^2+4ab+b^2=1 \\ ab=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2a+b)^2=1 \\ \left[\begin{array}{l} a=0 \\ b=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a=0 \\ b=\pm 1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} a=\pm\dfrac{1}{4} \\ b=0 \end{array}\right. \end{cases}$

Vậy phương trình có 4 nghiệm phức

Ta chọn đáp án A.

Câu 41. Tìm số phức z để $z-\bar{z}=z^2$.

A $z=0; z=1-i$ **B.** $z=0; z=1+i$

C. $z=0; z=1+i; z=1-i$ **D.** $z=1+i; z=1-i$

Hướng dẫn giải:

Gọi $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn đẳng thức trên. Ta có:

$z-\bar{z}=z^2 \Leftrightarrow a+bi-a+bi=(a+bi)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-b^2=0 \\ 2ab=2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-b^2=0 \\ \left[\begin{array}{l} a=1 \\ b=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=1 \\ b=\pm 1 \end{cases} \\ \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases} \end{array}\right.$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} z=0 \\ z=1+i \\ z=1-i \end{array}\right.$