

START? π ; END? $\frac{3\pi}{2}$. STEP? $\frac{\pi}{10}$.

Của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ như hình bên. Ta thấy giá trị của hàm số tăng dần khi x chạy từ π đến $\frac{3\pi}{2}$. Nên

ta kết luận trên $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ tăng.

Tương tự với II và kết luận.

Ví dụ 8. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $y = |\tan x|$ đồng biến trong $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

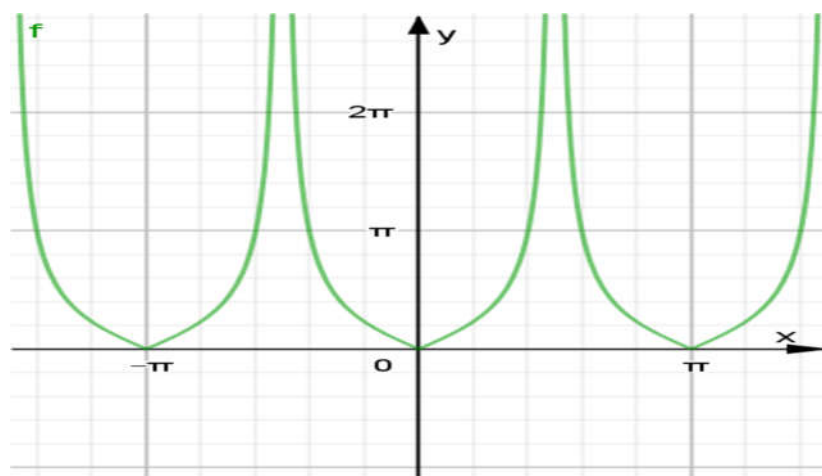
B. $y = |\tan x|$ là hàm số chẵn trên $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $y = |\tan x|$ có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

D. $y = |\tan x|$ luôn nghịch biến trong $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.



Ta được đồ thị như hình vẽ trên. Ta thấy hàm số $y = |\tan x|$ nghịch biến trên $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ và đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Nên ta loại A và D.

Với B ta có $f(-x) = |\tan(-x)| = |\tan x| = f(x) \Rightarrow$ hàm số $y = |\tan x|$ là hàm số chẵn.

Với C ta thấy đồ thị hàm số đã cho không đối xứng qua gốc tọa độ, từ đây ta chọn B.

STUDY TIP

Ta suy diễn đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ từ đó suy ra khoảng đơn điệu của hàm số $y = |f(x)|$.

- Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía trên trục Ox .
- Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ phía dưới trục Ox qua Ox .
- Hợp hai phần trên ta được đồ thị hàm số $y = |f(x)|$.

STUDY TIP

Với bài toán này ta có thể không suy diễn đồ thị mà làm theo hướng tư duy sau:

- Với A: $y = |\tan x|$ không xác định tại $x = \pm \frac{\pi}{2}$ nên không thể đồng biến trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
- Từ B suy ra C; D sai.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG

DẠNG : XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 1. Trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, hàm số $y = \sin x - \cos x$ là hàm số:

- A. Đồng biến.
- B. Nghịch biến.
- C. Không đổi.
- D. Vừa đồng biến vừa nghịch biến.

Câu 2. Hàm số $y = \sin 2x$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây ($k \in \mathbb{Z}$) ?

- A. $(k2\pi; \pi + k2\pi)$.
- B. $\left(\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{3\pi}{4} + k\pi\right)$.
- C. $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$.
- D. $\left(-\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi\right)$.

Câu 3. Hàm số $y = \cos 2x$ nghịch biến trên khoảng ($k \in \mathbb{Z}$) ?

- A. $\left(k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$.
- B. $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi; \pi + k\pi\right)$.
- C. $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$.
- D. $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$.

Câu 4. Xét các mệnh đề sau:

(I): $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$: Hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ giảm.

(II): $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$: Hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$ giảm.

Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên:

- A. Chỉ (I) đúng.
- B. Chỉ (II) đúng.
- C. Cả hai đúng.
- D. Cả hai sai.

Câu 5. Cho hàm số $y = 4 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin 2x$. Kết luận nào sau đây là đúng về sự biến thiên của hàm số đã cho?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và $\left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $(0; \pi)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{3\pi}{4}\right)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \pi\right)$.

Câu 6. Với $k \in \mathbb{Z}$, kết luận nào sau đây về hàm số $y = \tan 2x$ là sai?

A. Hàm số $y = \tan 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{2}$.

B. Hàm số $y = \tan 2x$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}\right)$.

C. Hàm số $y = \tan 2x$ nhận đường thẳng $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ là một đường tiệm cận.

D. Hàm số $y = \tan 2x$ là hàm số lẻ.

Câu 7. Để hàm số $y = \sin x + \cos x$ tăng, ta chọn x thuộc khoảng nào?

A. $\left(-\frac{3\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi\right)$.

B. $\left(-\frac{3\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi\right)$.

C. $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$.

D. $(\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi)$.

Câu 8. Xét hai mệnh đề sau:

(I): $\forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$: Hàm số $y = \tan^2 x$ tăng.

(II): $\forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$: Hàm số $y = \sin^2 x$ tăng.

Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên:

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Cả hai đúng.

D. Cả hai sai.

Câu 9. Hãy chọn câu sai: Trong khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$ thì:

A. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số nghịch biến.

B. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số nghịch biến.

C. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số đồng biến.

D. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số đồng biến.

Câu 10. Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) = \cos 2x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ là:

<p>A.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">π</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{3\pi}{2}$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> </tr> </table>	x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	y	-1	1	-1	1	-1	<p>B.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">π</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{3\pi}{2}$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> </table>	x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	y	1	-1	1	-1	1
x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$																				
y	-1	1	-1	1	-1																				
x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$																				
y	1	-1	1	-1	1																				
<p>C.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">π</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{3\pi}{2}$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> </tr> </table>	x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	y	-2	2	-2	2	-2	<p>D.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">π</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{3\pi}{2}$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> </table>	x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	y	2	-2	2	-2	2
x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$																				
y	-2	2	-2	2	-2																				
x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$																				
y	2	-2	2	-2	2																				

Câu 11. Cho hàm số $y = \cos \frac{x}{2}$. Bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[-\pi; \pi]$ là:

<p>A.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\pi$</td> <td style="padding: 5px;">$-\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">π</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> </tr> </table>	x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	y	-1	0	1	0	-1	<p>B.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\pi$</td> <td style="padding: 5px;">$-\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">π</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> </table>	x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	y	1	0	-1	0	1
x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π																				
y	-1	0	1	0	-1																				
x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π																				
y	1	0	-1	0	1																				
<p>C.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\pi$</td> <td style="padding: 5px;">$-\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">π</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> </table>	x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	y	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	<p>D.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\pi$</td> <td style="padding: 5px;">$-\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{\pi}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">π</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> </table>	x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	y	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π																				
y	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0																				
x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π																				
y	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1																				

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Dạng: Xét tính đơn điệu của hàm số lượng giác.

Câu 1. Đáp án A.

Cách 1 : Ta thấy trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ hàm $f(x) = \sin x$ đồng biến và hàm $g(x) = -\cos x$ đồng biến, suy ra trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ hàm số $y = \sin x - \cos x$ đồng biến.

Cách 2 : Sử dụng máy tính. Dùng TABLE ta xác định được hàm số $y = \sin x - \cos x$ tăng trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Câu 2. Đáp án C.

Ta thấy hàm số $y = \sin 2x$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$, suy ra hàm số

$$y = \sin 2x \text{ nghịch biến khi } \frac{\pi}{2} + k2\pi < 2x < \frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{\pi}{4} + k\pi < x < \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy hàm số $y = \sin 2x$ nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{3\pi}{4} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$

Câu 3. Đáp án A.

Hàm số $y = \cos 2x$ nghịch biến khi $k2\pi < 2x < \pi + k2\pi \Leftrightarrow k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 4. Đáp án B.

$\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$: Hàm $y = \sin x$ giảm và $\sin x < 0$, $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ suy ra $y = \frac{1}{\sin x}$ tăng:

Câu (I) sai, $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$: Hàm $y = \cos x$ tăng và $\cos x < 0$, $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$, suy ra hàm

$y = \frac{1}{\cos x}$ giảm.

Câu (II) đúng.

Câu 5. Đáp án A.

Ta có $y = 4 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin 2x = 2\left(\sin 2x + \sin \frac{\pi}{3}\right) - \sin 2x = \sin 2x + \sqrt{3}$. Xét sự

biến thiên của hàm số $y = \sin 2x + \sqrt{3}$, ta sử dụng TABLE để xét các mệnh đề.

Ta thấy với A. Trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ thì giá trị của hàm số luôn tăng.

Tương tự trên $\left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$ thì giá trị của hàm số cũng luôn tăng.

Câu 6. Đáp án B.

Ta thấy hàm số $y = \tan x$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$, suy ra hàm số

$$y = \tan 2x \text{ luôn đồng biến trên mỗi khoảng } -\frac{\pi}{2} + k\pi < 2x < \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}.$$

Vậy B là sai.

Câu 7. Đáp án A.

Ta có $y = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. Để hàm số $y = \sin x + \cos x$ tăng thì

$$-\frac{\pi}{2} + k2\pi < x + \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}. \Leftrightarrow -\frac{3\pi}{4} + k2\pi < x < \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 8. Đáp án C.

Bài toán có hai hàm số mà cùng xét trên một khoảng nên ta sẽ sử dụng chức năng TABLE cho hai hàm Ấn MODE7: Nhập $f(x)$ là hàm $\tan^2 x$. nhập $g(x)$ là hàm $\sin^2 x$ thì ta có kết quả.

Ta thấy cả hai hàm số đều không là hàm tăng trên cả khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Vì khi x chạy từ $-\frac{\pi}{2}$ đến 0 thì giá trị của hai hàm số đều giảm. Khi x chạy từ 0 đến $\frac{\pi}{2}$ thì giá trị của hai hàm số đều tăng, vậy cả hai mệnh đề đều sai.

Câu 9. Đáp án D.

D sai, thật vậy với $\frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{4} \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, ta có: $\frac{2\pi}{3} < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \cot \frac{2\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3} > -1 = \cot \frac{3\pi}{4}$

Câu 10. Đáp án A.

Ta có thể loại phương án $B; C; D$ luôn do tại $f(0) = \cos 0 = 1$ và $f(\pi) = \cos 2\pi = 1$. Các bảng biến thiên $B; C; D$ đều không thỏa mãn.

Câu 11. Đáp án C.

Tương tự như câu 70 thì ta có thể loại A và B do $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. tiếp theo xét giá trị hàm số tại hai đầu mút thì ta loại được D.