

A. $y = \sin x + \tan x$.

B. $y = \tan x + \frac{1}{\sin x}$.

C. $y = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

D. $y = \cos^4 x - \sin^4 x$.

Câu 9. Hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

A. $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

B. $y = \frac{1}{\sin^{2013} x}$.

C. $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

D. $y = \sqrt{1 - \sin 2012x}$.

Câu 10. Hàm số nào có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng?

A. $y = \sin 2017x$.

B. $y = \frac{1}{\sin x}$.

C. $y = \sqrt{\cos x}$.

D. $y = \sqrt{\sin 2x}$.

Câu 11. Hãy chỉ ra hàm nào là hàm số chẵn:

A. $y = \sin^{2016} x \cdot \cos x$.

B. $y = \frac{\cot x}{\tan^2 x + 1}$.

C. $y = \sin x \cdot \cos 6x$.

D. $y = \cos x \cdot \sin^3 x$.

Câu 12. Xét hai mệnh đề:

(I) Hàm số $y = f(x) = \tan x + \cot x$ là hàm số lẻ

(II) Hàm số $y = f(x) = \tan x - \cot x$ là hàm số lẻ

Trong các câu trên, câu nào đúng?

A. Chỉ (I) đúng .

B. Chỉ (II) đúng .

C. Cả hai đúng.

D. Cả hai sai.

Câu 13. Xét hai mệnh đề:

(I) Hàm số $y = f(x) = \tan x + \cos x$ là hàm số lẻ

(II) Hàm số $y = f(x) = \tan x + \sin x$ là hàm số lẻ

Trong các câu trên, câu nào đúng?

A. Chỉ (I) đúng .

B. Chỉ (II) đúng .

C. Cả hai đúng.

D. Cả hai sai.

Câu 14. Hàm số $y = 1 - \sin^2 x$ là:

A. Hàm số chẵn.

B. Hàm số lẻ.

C. Hàm không chẵn không lẻ.

D. Hàm số không tuần hoàn.

Câu 15. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = \sin 2x$.

B. $y = x \cdot \cos x$.

C. $y = \cos x \cdot \cot x$.

D. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

Câu 16. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = \sin|x|$.

B. $y = x^2 \cdot \sin x$.

C. $y = \frac{x}{\cos x}$.

D. $y = x + \sin x$.

Câu 17. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $y = \frac{1}{2} \sin x \cdot \cos 2x$.

B. $y = 2 \cos 2x$.

C. $y = \frac{x}{\sin x}$.

D. $y = 1 + \tan x$.

Câu 18. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $y = |\sin x|$ có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

B. $y = \cos x$ có đồ thị đối xứng qua trục Oy .

C. $y = |\tan x|$ có đồ thị đối xứng qua trục Oy .

D. $y = \cot x$ có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

Câu 19. Cho hàm số $y = \sqrt{\cos x}$ xét trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm không chẵn không lẻ.

B. Hàm lẻ.

C. Hàm chẵn.

D. Có đồ thị đối xứng qua trục hoành.

Câu 20. Tìm kết luận sai:

A. Hàm số $y = x \cdot \sin^3 x$ là hàm chẵn.

B. Hàm số $y = \frac{\sin x \cdot \cos x}{\tan x + \cot x}$ là hàm lẻ.

C. Hàm số $y = \frac{\sin x - \tan x}{\sin x + \cot x}$ là hàm chẵn.

D. Hàm số $y = \cos^3 x + \sin^3 x$ là hàm số không chẵn không lẻ.

Câu 21. Nhận xét nào sau đây là sai?

A. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sin x - \tan x}{2 \sin x + 3 \cot x}$ nhận trục Oy làm trục đối xứng.

B. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{\sin x + \tan x}$ nhận góc tọa độ làm tâm đối xứng.

C. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sin^{2008n} x + 2009}{\cos x}$, ($n \in \mathbb{Z}$) nhận trục Oy làm trục đối xứng.

D. Đồ thị hàm số $y = \sin^{2009} x + \cos nx$, ($n \in \mathbb{Z}$) nhận góc tọa độ làm tâm đối xứng.

Câu 22. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có trục đối xứng.

A. $y = \frac{\cos^{2008n} x + 2003}{2012 \sin x}$.

B. $y = \tan x + \cot x$.

C. $y = \frac{\cos x}{6x^6 + 4x^4 + 2x^2 + 15}$.

D. $y = \frac{1}{2 \sin x - 1}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{\cos x + 2} + \cot^2 x}{\sin 4x}$. Hàm số trên là hàm số.

A. Hàm lẻ.

B. Hàm không tuần hoàn.

C. Hàm chẵn.

D. Hàm không chẵn không lẻ.

Câu 24. Hàm số $y = \cos 2x \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ là

A. Hàm lẻ.

B. Hàm không tuần hoàn.

C. Hàm chẵn.

D. Hàm không chẵn không lẻ.

Câu 25. Xác định tính chẵn lẻ của hàm số: $y = 1 + 2x^2 - \cos 3x$

A. Hàm lẻ.

B. Hàm không tuần hoàn.

C. Hàm chẵn.

D. Hàm không chẵn không lẻ.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Dạng: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số lượng giác.

Câu 1. Đáp án A.

Với A: TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có với $x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R} \Rightarrow -2\cos(-x) = -2\cos x$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 2. Đáp án B.

Với A: Ta có $-2\cos(-x) = -2\cos x$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Với B: Ta có:

$-2\sin(-x) = -2 \cdot (-\sin x) = 2\sin x = -f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ. Vậy ta chọn B.

Câu 3. Đáp án B.

Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Vậy với $x \in D \Rightarrow -x \in D$. Ta có $f(-x) = \sin(-x)\cos^2(-x) + \tan(-x)$
 $= -\sin x \cdot \cos^2 x - \tan x = -f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ. Đáp án B.

Câu 4. Đáp án A.

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập đối xứng.

Ta có $f(-x) = \frac{1 + \sin^2(-2x)}{1 + \cos(-3x)} = \frac{1 + (\sin(-2x))^2}{1 + \cos(-3x)} = \frac{1 + \sin^2 2x}{1 + \cos 3x} \rightarrow$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 5. Đáp án C.

Ta loại I và II do khi $\sin x > 0$ thì $\sin(-x) = -\sin x < 0$, do đó $\sqrt{-\sin x}$ không tồn tại.

Với III: Hàm số xác định khi $\cos x \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} + k2\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Tập xác định của hàm số là tập đối xứng.

Do vậy, ta xét $f(-x) = \sin(-x) \cdot \sqrt{\cos(-x)} = -\sin x \cdot \sqrt{\cos x} = -f(x)$.

Vậy III đúng.

Câu 6. Đáp án C.

Với A: Tương tự như câu 26, thì ta loại A.

Với B: Tập xác định $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng.

Ta có $f(-x) = \sin^2(-x) = (-\sin x)^2 = \sin^2 x$. Vậy hàm số ở phương án C là hàm số lẻ.

Câu 7. Đáp án A.

Ta loại D vì để hàm số đã cho xác định thì $\begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases}$ nên tập xác định của hàm số đã cho không thể là hàm số chẵn.

$$\text{Do } f(-x) = \frac{\tan(-2x)}{\sin^3(-x)} = \frac{-\tan 2x}{-\sin^3 x} = f(x).$$

Câu 8. Đáp án B.

Ta thấy các hàm số ở phương án A,C là các hàm số lẻ, còn ở phương án D là hàm số chẵn. Do vậy, ta chọn B. Thật vậy $\sqrt{2} \sin\left(-x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 9. Đáp án C.

Hàm số lẻ có đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng, do đó ta đi tìm hàm số lẻ trong bốn hàm số đã cho. Với bài toán này ta đi tìm hàm số là hàm số lẻ. Với các bạn tinh ý thì ta có thể chọn luôn C.

Lý giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ là tập đối xứng.

$$f(-x) = \frac{1}{\sin^{2013}(-x)} = \frac{-1}{\sin^{2013} x} = -f(x). \text{ Vậy hàm số ở phương án C là hàm số lẻ có đồ thị đối}$$

xứng qua gốc tọa độ.

Câu 10. Đáp án B.

Hàm số chẵn có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng do đó ta đi tìm hàm số chẵn trong bốn hàm số đã cho.

Hàm số ở D loại vì lí do tương tự câu 26.

Hàm số A và C là hàm số lẻ. Do vậy ta chọn B.

Câu 11. Đáp án A.

Với A: TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f(-x) = (\sin(-x))^{2016} \cdot \cos(-x) = \sin^{2016} x \cdot \cos x.$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Các hàm số ở B, C, D đều là hàm số lẻ.

Câu 12. Đáp án D.

(I) Tập xác định của hàm số đã cho là tập đối xứng.

$$\text{Ta có } f(-x) = \tan(-x) + \cot(-x) = -\tan x - \cot x = -f(x).$$

Vậy (I) đúng.

(II) Tập xác định của hàm số đã cho là tập đối xứng.

Ta có

$$f(-x) = \tan(-x) - \cot(-x) = -\tan x + \cot x = -f(x).$$

Vậy (II) đúng.

Câu 13. Đáp án A.

$$\text{- Với (I) ta có } f(-x) = \tan(-x) + \cos(-x) = -\tan x + \cos x \neq f(x) \neq f(x).$$

Vậy hàm số ở (I) không phải hàm số chẵn cũng không phải hàm số lẻ.

$$\text{- Với (II) ta có } f(-x) = \tan(-x) + \sin(-x) = -\tan x - \sin x = -f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 14. Đáp án C.

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f(-x) = 1 - \sin^2(-x) = 1 - (-\sin x)^2 = 1 - \sin^2 x = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 15. Đáp án D.

Để thấy hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số lẻ.

$$\text{Với B ta có } f(-x) = (-x) \cdot \cos(-x) = -x \cdot \cos x = -f(x).$$

Vậy hàm số ở B là hàm số lẻ.

Với C ta có TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ là tập đối xứng.

$$f(-x) = \cos(-x) \cdot \cot(-x) = \cos x \cdot (-\cot x) = -f(x).$$

Vậy hàm số ở C là hàm số lẻ. Vậy ta chọn D.

Câu 16. Đáp án A.

Ta chọn luôn A vì ở phần ví dụ ta có đưa ra hàm số $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn trên D.

Câu 17. Đáp án A.

Với A: Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f(-x) = \frac{1}{2} \sin(-x) \cdot \cos(-2x) = -\frac{1}{2} \sin x \cdot \cos 2x = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

Câu 18. Đáp án A.

Ta thấy hàm số ở phương án A là hàm số chẵn thì ta có đồ thị đối xứng qua trục tung, chứ không phải đối xứng qua gốc tọa độ.

Câu 19. Đáp án C.

Tập $D = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là tập đối xứng.

Ta có $f(-x) = \sqrt{\cos(-x)} = \sqrt{\cos x} = f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn

Câu 20. Đáp án B.

Với A: Ta có $f(-x) = (-x) \sin^3(-x) = x \sin^3 x = f(x)$. vậy A đúng.

Với B: Tập xác định D là tập đối xứng.

$$\text{Ta có } f(-x) = \frac{\sin(-x) \cos(-x)}{\tan(-x) + \cot(-x)} = \frac{-\sin x \cos x}{-(\tan x + \cot x)} = \frac{\sin x \cos x}{\tan x + \cot x} = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn. Vậy B sai.

Câu 21. Đáp án D.

Với A: Tập xác định của hàm số đã cho là tập đối xứng. Ta có $f(-x) = \frac{\sin(-x) - \tan(-x)}{2 \sin(-x) + 3 \cot(-x)} =$

$\frac{-\sin x + \tan x}{-2 \sin x - 3 \cot x} = \frac{\sin x - \tan x}{2 \sin x + 3 \cot x} = f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn có đồ thị nhận trục oy làm trục đối xứng. Vậy A đúng.

Với B: Ta có $f(-x) = \frac{(-x)^2}{\sin(-x) + \tan(-x)} = \frac{x^2}{-\sin x - \tan x} = -f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số

lẻ có đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng. vậy B đúng.

Với C: Ta có $f(-x) = \frac{\sin^{2008n}(-x) + 2009}{\cos(-x)} = \frac{\sin^{2008n} x + 2009}{\cos x} = f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm

số chẵn có đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng. Vậy C đúng.

Từ đây ta chọn D.

Câu 22. Đáp án C.

Bài toán trở thành tìm hàm số chẵn trong bốn hàm số đã cho phần phương án.

Với A: Ta có $f(-x) = \frac{\cos^{2008n}(-x) + 2003}{2012 \sin(-x)} = \frac{\cos^{2008n} x + 2003}{-2012 \sin x} = -f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm

số lẻ, (loại).

Với B: Ta có $f(-x) = \tan(-x) + \cot(-x) = -\tan x - \cot x = -f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ (loại).

Với C: Ta có $f(-x) = \frac{\cos(-x)}{6(-x)^6 + 4(-x)^4 + 2(-x)^2 + 15} = \frac{\cos x}{6x^6 + 4x^4 + 2x^2 + 15} = f(x)$. vậy ta chọn

C

Câu 23. Đáp án A.

Vì $\cos x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó điều kiện là $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \sin 4x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{k\pi}{4} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. vậy tập

xác định của D là tập đối xứng.

Ta có $f(-x) = \frac{\sqrt{\cos x + 2} + \cot^2(-x)}{\sin(-4x)} = -\frac{\sqrt{\cos x + 2} + \cot^2(-x)}{\sin 4x} = -f(x)$. Vậy hàm số đã cho là

hàm số lẻ.

Câu 24. Đáp án D.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \cos(-2x) \cdot \sin(-x - \frac{\pi}{4}) = \cos 2x \cdot \sin(-x - \frac{\pi}{4}) = -\cos 2x \cdot \sin(x + \frac{\pi}{4})$

Ta thấy $\begin{cases} f(-x) \neq f(x) \\ f(-x) \neq -f(x) \end{cases}$. Vậy hàm số đã cho không chẵn không lẻ.

Câu 25. Đáp án C.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng.

$f(-x) = 1 + 2(-x)^2 - \cos 3(-x) = 1 + 2x^2 - \cos 3x = f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.