Câu 26. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CA}$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. M trùng A. **B.** M trùng B.

C. M trùng C. **D.** M là trọng tâm của tam giác ABC.

Câu 27. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Đặt $\overrightarrow{GA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{GB}=\vec{b}$. Hãy tìm m, n để có $\overrightarrow{BC}=m\vec{a}+n\vec{b}$.

A. $m=1,n=2$. **B.** $m=-1,n=-2$. **C.** $m=2,n=1$. **D.** $m=-2,n=-1$.

Câu 28. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng và điểm M thỏa mãn đẳng thức vectơ $\overrightarrow{MA}=x\overrightarrow{MB}+y\overrightarrow{MC}$.

Tính giá trị biểu thức $P=x+y$.

A. $P=0$. **B.** $P=2$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=3$.

Câu 29. Cho hình chữ nhật $ABCD$ và số thực $k>0$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=k$ là

A. một đoạn thẳng. **B.** một đường thẳng.

C. một đường tròn. **D.** một điểm.

Câu 30. Cho hình chữ nhật $ABCD$ và I là giao điểm của hai đường chéo. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|$ là

A. trung trực của đoạn thẳng AB. **B.** trung trực của đoạn thẳng AD.

C. đường tròn tâm I, bán kính $\frac{AC}{2}$. **D.** đường tròn tâm I, bán kính $\frac{AB+BC}{2}$.

Câu 31. Cho hai điểm A, B phân biệt và cố định, với I là trung điểm của AB. Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|$ là

A. đường tròn tâm I, đường kính $\frac{AB}{2}$.

B. đường tròn đường kính AB.

C. đường trung trực của đoạn thẳng AB.

D. đường trung trực đoạn thẳng IA.

Câu 32. Cho hai điểm A, B phân biệt và cố định, với I là trung điểm của AB. Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $\left|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right|$ là

A. đường trung trực của đoạn thẳng AB.

B. đường tròn đường kính AB.

C. đường trung trực đoạn thẳng IA.

D. đường tròn tâm A, bán kính AB.

Câu 33. Cho tam giác đều ABC cạnh a, trọng tâm G. Ttập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right|$ là

A. đường trung trực của đoạn BC. **B.** đường tròn đường kính BC.

C. đường tròn tâm G, bán kính $\frac{a}{3}$. **D.** đường trung trực đoạn thẳng AG.

Câu 34. Cho tam giác đều ABC cạnh a. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $\left|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right|$ là đường tròn cố định có bán kính R. Tính bán kính R theo a.

A. $R=\frac{a}{3}$. **B.** $R=\frac{a}{9}$. **C.** $R=\frac{a}{2}$. **D.** $R=\frac{a}{6}$.

Câu 35. Cho tam giác ABC. Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=3$?

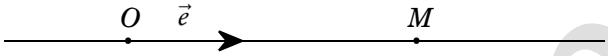
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

BÀI 4. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

1. Trục và độ dài đại số trên trục

a) Trục tọa độ (hay gọi tắt là trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm O gọi là điểm gốc và một vectơ đơn vị $\vec{e}$.

Ta kí hiệu trục đó là $(O;\vec{e})$.



b) Cho M là một điểm tùy ý trên trục $(O;\vec{e})$. Khi đó có duy nhất một số k sao cho $\overrightarrow{OM}=k\vec{e}$. Ta gọi số k đó là tọa độ của điểm M đối với trục đã cho.

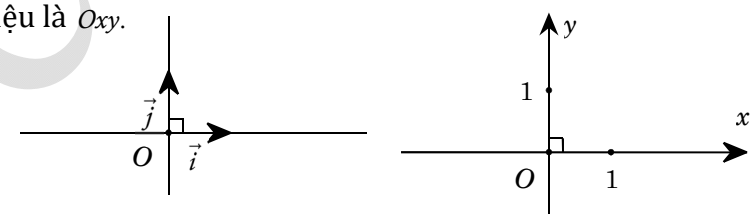
c) Cho hai điểm A và B trên trục $(O;\vec{e})$. Khi đó có duy nhất số a sao cho $\overrightarrow{AB}=a\vec{e}$. Ta gọi số a là độ dài đại số của vectơ $\overrightarrow{AB}$ đối với trục đã cho và kí hiệu $a=\overline{AB}$.

Nhận xét.

- Nếu $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với $\vec{e}$ thì $\overline{AB}=AB$, còn nếu $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng với $\vec{e}$ thì $\overline{AB}=-AB$.
- Nếu hai điểm A và B trên trục $(O;\vec{e})$ có tọa độ lần lượt là a và b thì $\overline{AB}=b-a$.

2. Hệ trục tọa độ

a) Định nghĩa. Hệ trục tọa độ $(O;\vec{i},\vec{j})$ gồm hai trục $(O;\vec{i})$ và $(O;\vec{j})$ vuông góc với nhau. Điểm gốc O chung của hai trục gọi là gốc tọa độ. Trục $(O;\vec{i})$ được gọi là trục hoành và kí hiệu là Ox, trục $(O;\vec{j})$ được gọi là trục tung và kí hiệu là Oy. Các vectơ $\vec{i}$ và $\vec{j}$ là các vectơ đơn vị trên Ox và Oy và $|\vec{i}|=|\vec{j}|=1$. Hệ trục tọa độ $(O;\vec{i},\vec{j})$ còn được kí hiệu là Oxy.



Mặt phẳng mà trên đó đã cho một hệ trục tọa độ Oxy còn được gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy hay gọi tắt là mặt phẳng Oxy.

b) Tọa độ của vectơ

Trong mặt phẳng Oxy cho một vectơ $\vec{u}$ tùy ý. Vẽ $\overrightarrow{OA}=\vec{u}$ và gọi A_1, A_2 lần lượt là hình chiếu của vuông góc của A lên Ox và Oy. Ta có $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OA_1}+\overrightarrow{OA_2}$ và cặp số duy nhất $(x;y)$ để $\overrightarrow{OA_1}=x\vec{i}$, $\overrightarrow{OA_2}=y\vec{j}$. Như vậy $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$.

Cặp số $(x;y)$ duy nhất đó được gọi là tọa độ của vectơ $\vec{u}$ đối với hệ tọa độ Oxy và viết $\vec{u}=(x;y)$ hoặc $\vec{u}(x;y)$. Số thứ nhất x gọi là hoành độ, số thứ hai y gọi là tung độ của vectơ $\vec{u}$.

Như vậy

$$\vec{u}=(x;y)\Leftrightarrow \vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$$

Nhận xét. Từ định nghĩa tọa độ của vectơ, ta thấy hai vectơ bằng nhau khi và chỉ khi chúng có hoành độ bằng nhau và tung độ bằng nhau.

Nếu $\vec{u}=(x;y)$ và $\vec{u'}=(x';y')$ thì $\vec{u}=\vec{u'}\Leftrightarrow \begin{cases} x=x' \\ y=y' \end{cases}.$

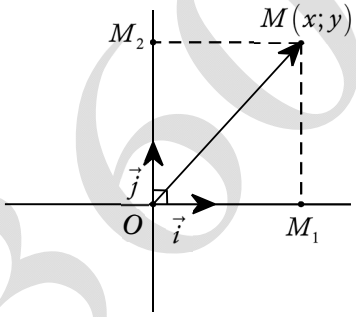
Như vậy, mỗi vectơ được hoàn toàn xác định khi biết tọa độ của nó.

c) Tọa độ của một điểm

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho một điểm M tùy ý. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$ đối với hệ trục Oxy được gọi là tọa độ của điểm M đối với hệ trục đó.

Như vậy, cặp số $(x;y)$ là tọa độ của điểm M khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM}=(x;y)$. Khi đó ta viết $M(x;y)$ hoặc $M=(x;y)$. Số x được gọi là hoành độ, còn số y được gọi là tung độ của điểm M. Hoành độ của điểm M còn được kí hiệu là x_M, tung độ của điểm M còn được kí hiệu là y_M.

$$M=(x;y)\Leftrightarrow \overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$$



Chú ý rằng, nếu $MM_1\perp Ox$, $MM_2\perp Oy$ thì $x=\overline{OM_1}$, $y=\overline{OM_2}$.

d) Liên hệ giữa tọa độ của điểm và tọa độ của vectơ trong mặt phẳng

Cho hai điểm $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$. Ta có

$$\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A).$$

3. Tọa độ của các vectơ $\vec{u}+\vec{v}$, $\vec{u}-\vec{v}$, $k\vec{u}$

Ta có các công thức sau:

Cho $\vec{u}=(u_1;u_2)$, $\vec{v}=(v_1;v_2)$

Khi đó:

- $\vec{u}+\vec{v}=(u_1+u_2;v_1+v_2)$;
- $\vec{u}-\vec{v}=(u_1-u_2;v_1-v_2)$;
- $k\vec{u}=(ku_1;ku_2)$, $k\in\mathbb{R}$.

Nhận xét. Hai vectơ $\vec{u}=(u_1;u_2)$, $\vec{v}=(v_1;v_2)$ với $\vec{v}\neq\vec{0}$ cùng phương khi và chỉ khi có một số k sao cho $u_1=kv_1$ và $u_2=kv_2$.

4. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng. Tọa độ trọng tâm của tam giác

a) Cho đoạn thẳng AB có $A(x_A;y_A), B(x_B;y_B)$. Ta dễ dàng chứng minh được tọa độ trung điểm $I(x_I;y_I)$ của đoạn thẳng AB là

$$\boxed{x_I=\frac{x_A+x_B}{2},\ y_I=\frac{y_A+y_B}{2}.}$$

b) Cho tam giác ABC có $A(x_A;y_A), B(x_B;y_B), C(x_C;y_C)$. Khi đó tọa độ của trọng tâm $G(x_G;y_G)$ của tam giác ABC được tính theo công thức

$$\boxed{x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3},\ y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}.}$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. TỌA ĐỘ VECTƠ

Câu 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{a}=(-5;0),\ \vec{b}=(-4;0)$ cùng hướng. **B.** $\vec{c}=(7;3)$ là vectơ đối của $\vec{d}=(-7;3)$.

C. $\vec{u}=(4;2),\ \vec{v}=(8;3)$ cùng phương. **D.** $\vec{a}=(6;3),\ \vec{b}=(2;1)$ ngược hướng.

Câu 2. Cho $\vec{a}=(2;-4),\ \vec{b}=(-5;3)$. Tìm tọa độ của $\vec{u}=2\vec{a}-\vec{b}$.

A. $\vec{u}=(7;-7)$. **B.** $\vec{u}=(9;-11)$. **C.** $\vec{u}=(9;-5)$. **D.** $\vec{u}=(-1;5)$.

Câu 3. Cho $\vec{a}=(3;-4),\ \vec{b}=(-1;2)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{a}+\vec{b}$.

A. $(-4;6)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(4;-6)$. **D.** $(-3;-8)$.

Câu 4. Cho $\vec{a}=(-1;2),\ \vec{b}=(5;-7)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{a}-\vec{b}$.

A. $(6;-9)$. **B.** $(4;-5)$. **C.** $(-6;9)$. **D.** $(-5;-14)$.

Câu 5. Trong hệ trục tọa độ $(O;\vec{i};\vec{j})$, tọa độ của vectơ $\vec{i}+\vec{j}$ là

A. $(0;1)$. **B.** $(1;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;1)$.

Câu 6. Cho $\vec{u}=(3;-2),\ \vec{v}=(1;6)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{u}+\vec{v}$ và $\vec{a}=(-4;4)$ ngược hướng. **B.** $\vec{u},\ \vec{v}$ cùng phương.

C. $\vec{u}-\vec{v}$ và $\vec{b}=(6;-24)$ cùng hướng. **D.** $2\vec{u}+\vec{v},\ \vec{v}$ cùng phương.

Câu 7. Cho $\vec{u}=2\vec{i}-\vec{j}$ và $\vec{v}=\vec{i}+x\vec{j}$. Xác định x sao cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

A. $x=-1$. **B.** $x=-\frac{1}{2}$. **C.** $x=\frac{1}{4}$. **D.** $x=2$.

Câu 8. Cho $\vec{a}=(-5;0),\ \vec{b}=(4;x)$. Tìm x để hai vectơ $\vec{a},\ \vec{b}$ cùng phương.

A. $x=-5$. **B.** $x=4$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-1$.

Câu 9. Cho $\vec{a}=(x;2),\ \vec{b}=(-5;1),\ \vec{c}=(x;7)$. Tìm x biết $\vec{c}=2\vec{a}+3\vec{b}$.

A. $x=-15$. **B.** $x=3$. **C.** $x=15$. **D.** $x=5$.

Câu 10. Cho ba vectơ $\vec{a}=(2;1),\ \vec{b}=(3;4),\ \vec{c}=(7;2)$. Giá trị của $k,\ h$ để $\vec{c}=k.\vec{a}+h.\vec{b}$ là

A. $k=2,5;\ h=-1,3$. **B.** $k=4,6;\ h=-5,1$.

C. $k=4,4;\ h=-0,6$. **D.** $k=3,4;\ h=-0,2$.

Vấn đề 2. TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM

Câu 11. Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(5;2)$, $B(10;8)$. Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A. $\overrightarrow{AB}=(15;10)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(2;4)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(5;6)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(50;16)$.

Câu 12. Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;3)$, $B(-1;2)$, $C(-2;1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

A. $(-5;-3)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 13. Trong hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;-3)$, $B(4;7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(6;4)$. **B.** $I(2;10)$. **C.** $I(3;2)$. **D.** $I(8;-21)$.

Câu 14. Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(3;5)$, $B(1;2)$, $C(5;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC?

A. $G(-3;-3)$. **B.** $G\left(\frac{9}{2};\frac{9}{2}\right)$. **C.** $G(9;9)$. **D.** $G(3;3)$.

Câu 15. Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(6;1)$, $B(-3;5)$ và trọng tâm $G(-1;1)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

A. $C(6;-3)$. **B.** $C(-6;3)$. **C.** $C(-6;-3)$. **D.** $C(-3;6)$.

Câu 16. Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-2;2)$, $B(3;5)$ và trọng tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

A. $C(-1;-7)$. **B.** $C(2;-2)$. **C.** $C(-3;-5)$. **D.** $C(1;7)$.

Câu 17. Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;-1)$, $N(5;-3)$ và C thuộc trục Oy, trọng tâm G của tam giác thuộc trục Ox. Tìm tọa độ điểm C.

A. $C(0;4.)$ **B.** $C(2;4.)$ **C.** $C(0;2.)$ **D.** $C(0;-4.)$

Câu 18. Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $C(-2;-4)$, trọng tâm $G(0;4)$ và trung điểm cạnh BC là $M(2;0)$. Tổng hoành độ của điểm A và B là

A. -2. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 19. Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(-1;1)$, $B(1;3)$, $C(-2;0)$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}$. **B.** A, B, C thẳng hàng.

C. $\overrightarrow{BA}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{CA}=\vec{0}$.

Câu 20. Trong hệ tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(3;-2)$, $B(7;1)$, $C(0;1)$, $D(-8;-5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ là hai vectơ đối nhau. **B.** $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

C. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng. **D.** A, B, C, D thẳng hàng.

Câu 21. Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(-1;5)$, $B(5;5)$, $C(-1;11)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. A, B, C thẳng hàng. **B.** $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.

C. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương. **D.** $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 22. Trong hệ tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(1;1)$, $B(2;-1)$, $C(4;3)$, $D(3;5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. **B.** $G(9;7)$ là trọng tâm tam giác BCD.

C. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ cùng phương.

Câu 23. Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;1)$, $B(-2;-2)$, $C(7;7)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $G(2;2)$ là trọng tâm tam giác ABC. **B.** B ở giữa hai điểm A và C.

C. A ở giữa hai điểm B và C. **D.** $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 24. Trong hệ tọa độ Oxy, cho điểm $M(3;-4)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox, Oy. Khẳng định nào đúng?

A. $\overline{OM_1}=-3$. **B.** $\overline{OM_2}=4$.

C. $\overrightarrow{OM_1}-\overrightarrow{OM_2}=(-3;-4)$. **D.** $\overrightarrow{OM_1}+\overrightarrow{OM_2}=(3;-4)$.

Câu 25. Trong hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $OABC$, điểm C thuộc trục hoành. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}$ có tung độ khác 0. **B.** Hai điểm A, B có tung độ khác nhau.

C. C có hoành độ bằng 0. **D.** $x_A+x_C-x_B=0$.

Câu 26. Trong hệ tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(-5;-2)$, $B(-5;3)$, $C(3;3)$, $D(3;-2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng. **B.** $ABCD$ là hình chữ nhật.

C. $I(-1;1)$ là trung điểm AC. **D.** $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}$.

Câu 27. Trong hệ tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(2;1)$, $B(2;-1)$, $C(-2;-3)$, $D(-2;-1)$. Xét hai mệnh đề:

(I). $ABCD$ là hình bình hành. (II). AC cắt BD tại $M(0;-1)$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng.

C. Cả (I) và (II) đều đúng. **D.** Cả (I) và (II) đều sai.

Câu 28. Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;1)$, $B(3;2)$, $C(6;5)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(4;3)$. **B.** $D(3;4)$. **C.** $D(4;4)$. **D.** $D(8;6)$.

Câu 29. Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(0;-3)$, $B(2;1)$, $D(5;5)$ Tìm tọa độ điểm C để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $C(3;1)$. **B.** $C(-3;-1)$. **C.** $C(7;9)$. **D.** $C(-7;-9)$.

Câu 30. Trong hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $A(0;3)$, $D(2;1)$ và $I(-1;0)$ là tâm của hình chữ nhật. Tìm tọa độ tung điểm của cạnh BC.

A. $(1;2)$. **B.** $(-2;-3)$. **C.** $(-3;-2)$. **D.** $(-4;-1)$.

Câu 31. Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $B(9;7)$, $C(11;-1)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$?

A. $\overrightarrow{MN}=(2;-8)$. **B.** $\overrightarrow{MN}=(1;-4)$. **C.** $\overrightarrow{MN}=(10;6)$. **D.** $\overrightarrow{MN}=(5;3)$.

Câu 32. Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $M(2;3)$, $N(0;-4)$, $P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm của

các cạnh BC, CA, AB. Tìm tọa độ đỉnh A?

A. $A(1;5)$. **B.** $A(-3;-1)$. **C.** $A(-2;-7)$. **D.** $A(1;-10)$.

Câu 33. Trong hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;2)$, $B(-2;3)$. Tìm tọa độ điểm I sao cho $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.

A. $I(1;2)$. **B.** $I\left(1;\frac{2}{5}\right)$. **C.** $I\left(-1;\frac{8}{3}\right)$. **D.** $I(2;-2)$.

Câu 34. Trong hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;-3)$, $B(3;4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

A. $M(1;0)$. **B.** $M(4;0)$. **C.** $M\left(-\frac{5}{3};-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $M\left(\frac{17}{7};0\right)$.

Câu 35. Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-5)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho biểu thức $P=\left|2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(4;0)$. **B.** $M(-4;0)$. **C.** $M(16;0)$. **D.** $M(-16;0)$.

C 7 TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ VÀ ỨNG DỤNG

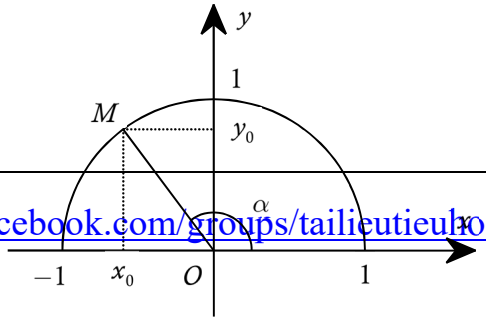
BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT KỲ TỪ 0^0 ĐẾN 180^0

1. Định nghĩa

Với mỗi góc α $\left(0^0\le\alpha\le180^0\right)$ ta xác định một điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $\widehat{xOM}=\alpha$ và giả sử điểm M có tọa độ $M(x_0;y_0)$.

Khi đó ta có định nghĩa:

- sin của góc α là y_0, kí hiệu $\sin\alpha=y_0$;



- cosin của góc α là x_0, kí hiệu $\cos\alpha = x_0$;
- tang của góc α là $\frac{y_0}{x_0}(x_0 \neq 0)$,

  kí hiệu $\tan\alpha = \frac{y_0}{x_0}$;
- cotang của góc α là $\frac{x_0}{y_0}(y_0 \neq 0)$, kí hiệu $\cot\alpha = \frac{x_0}{y_0}$.

ĐÁP ÁN:

Câu 1. Chọn D.

Câu 2. Chọn B. Đó là các vectơ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AC}$.

Câu 3. Xét các vectơ có điểm A là điểm đầu thì có các vectơ thỏa mãn bài toán là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ có 3 vectơ.

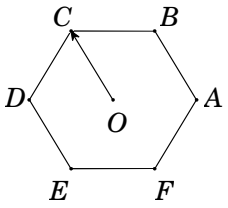
Tương tự cho các điểm còn lại B, C, D. **Chọn D.**

Câu 4. Chọn A. Vì vectơ - không cùng phương với mọi vectơ.

Câu 5. Chọn A.

Câu 6. Chọn B.

Câu 7. Chọn B. Đó là các vectơ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{FC}, \overrightarrow{CF}$.



Câu 8. Chọn D.

Câu 9. Chọn C. Vì có thể xảy ra trường hợp $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 0 \Leftrightarrow A \equiv B.$

Câu 10. Chọn D.

Câu 11. Chọn B.

Câu 12. Ta có:

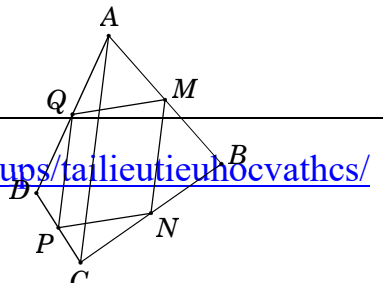
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC$ là hình bình hành.
- Mặt khác, $ABDC$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Do đó, điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là $ABDC$ là hình bình hành. **Chọn B.**

Câu 13. Chọn D. Phải suy ra $ABDC$ là hình bình hành (nếu A, B, C, D không thẳng hàng) hoặc bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

Câu 14. Chọn C.

Câu 15. Chọn D.



hoc360.net

Ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$ (do cùng song song và bằng $\frac{1}{2}AC$).

Do đó $MNPQ$ là hình bình hành.

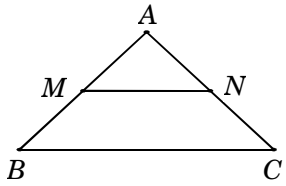
Câu 16. Chọn C.

Vì $AB = BC \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{BC}\right|$.

Câu 17. Chọn D.

Câu 18.

Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC.

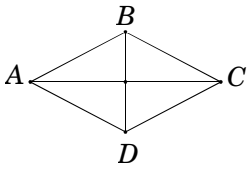


Do đó $BC = 2MN \longrightarrow \left|\overrightarrow{BC}\right| = 2\left|\overrightarrow{MN}\right|$.

Chọn D.

Câu 19. Chọn D.

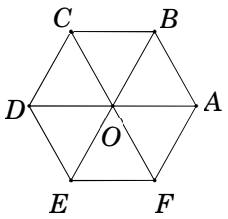
Câu 20.



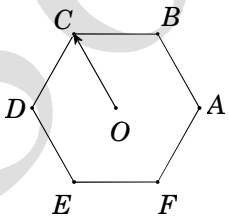
Từ giả thiết suy ra tam giác ABD đều cạnh a nên $BD = a \longrightarrow \left|\overrightarrow{BD}\right| = a.$

Chọn B.

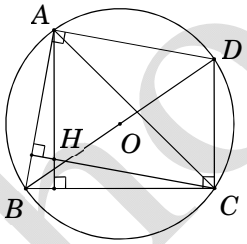
Câu 21. Chọn D.



Câu 22. Chọn A. Đó là các vectơ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}$.



Câu 23.



Ta có $AH \perp BC$ và $DC \perp BC$ (do góc $\widehat{DCB}$ chắn nửa đường tròn).

Suy ra $AH \parallel DC$.

Tương tự ta cũng có $CH \parallel AD.$

Suy ra tứ giác $ADCH$ là hình bình hành. Do đó $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$. **Chọn B.**

Câu 24. Ta có $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{CD}\right| \Leftrightarrow AB = CD$. Suy ra tập hợp các điểm D thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường tròn tâm C, bán kính AB. **Chọn D.**

Câu 25. Chọn A.

BÀI 2. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ

Câu 1. Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}\neq\overrightarrow{BC}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy A sai.
- Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{NM}+\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{NP}$. Vậy B đúng. **Chọn B.**
- Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BA}=-\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}\right)=-\overrightarrow{AD}\neq\overrightarrow{CB}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy C sai.
- Đáp án D. Ta có $\overrightarrow{AA}+\overrightarrow{BB}=\vec{0}+\vec{0}=\vec{0}\neq\overrightarrow{AB}$. Vậy D sai.

Câu 2. Chọn D.

Ta có $\vec{a}=-\vec{b}$. Do đó, $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương, cùng độ dài và ngược hướng nhau.

Câu 3. Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}=-\overrightarrow{BC}$. Vậy A sai.
- Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}\neq\overrightarrow{BC}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Vậy B sai.
- Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}$. Vậy C đúng. **Chọn C.**

Câu 4. Ta có $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DC}$. Do đó:

- $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ ngược hướng.
- $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng độ dài.
- $ABCD$ là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ không cùng giá.
- $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$.

Chọn B.

Câu 5. Ta có $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{RN}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{QR}=\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{QR}+\overrightarrow{RN}=\overrightarrow{MN}$.

Chọn B.

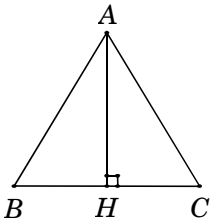
Câu 6. Chọn C.

Câu 7. Điều kiện cần và đủ để I là trung điểm của đoạn thẳng AB là $\overrightarrow{IA}=-\overrightarrow{IB}\Leftrightarrow\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$. **Chọn B.**

Câu 8. Tam giác ABC cân ở A, đường cao AH. Do đó, H là trung điểm BC.

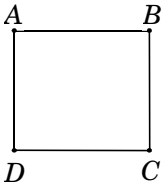
Ta có:

- $AB=AC\longrightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|$
- H là trung điểm $BC\longrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{HC}=-\overrightarrow{HB}\\ \overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{HC}\end{cases}$.



Chọn A.

Câu 9.

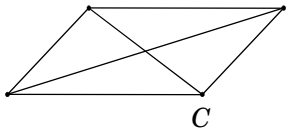


$ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{CB}\longrightarrow\left|\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{CB}\right|$. **Chọn D.**

Câu 10. Chọn D. Với ba điểm phân biệt A, B, C nằm trên một đường thẳng, đẳng thức $\left|\overrightarrow{AB}\right|+\left|\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right| \longleftrightarrow AB+BC=AC$ xảy ra khi B nằm giữa A và C.

Câu 11. Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$. Vậy A đúng.
- Đáp án B. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CB}=-\overrightarrow{AD}\\ \overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AD}\end{cases}$. Vậy B sai.
- Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}.$ Vậy C đúng.
- Đáp án D. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AC}\\ \overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AC}\end{cases}$. Vậy D đúng.



Chọn B.

Câu 12. Chọn A. Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}.$

Suy ra $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}.$

Câu 13. Ta có $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DA}$. **Chọn B.**

Câu 14. Độ dài các cạnh của tam giác là a thì độ dài các vectơ $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{CA}\right|=a$.

Chọn C.

Câu 15. Xét các đáp án:

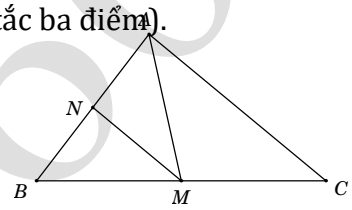
- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$ **(**theo quy tắc ba điểm).

Chọn A.

- Đáp án B, C. Ta có

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AC}$

(với điểm N là trung điểm của AB).

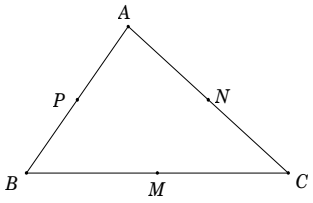


- Đáp án D. Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}$.

Câu 16. Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}.$
- Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

$=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{AA}=\vec{0}.$



- Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{MM}=\vec{0}.$
- Đáp án D. Ta có $\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{MC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{PM}=-\overrightarrow{MP}.$

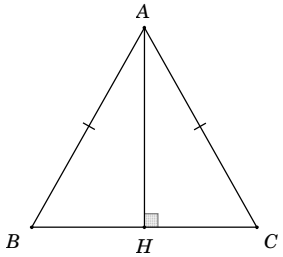
Chọn D.

Câu 17. Đáp án A chỉ đúng khi ba điểm A, B, C thẳng hàng và B nằm giữa A, C.

Đáp án B đúng theo quy tắc ba điểm. **Chọn B.**

Câu 18. Do ΔABC cân tại A,

AH là đường cao nên H là trung điểm BC.



Xét các đáp án:

- Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AH}.$
- Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\overrightarrow{HA}+\vec{0}=\overrightarrow{HA}\neq\vec{0}.$

• Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$ (do H là trung điểm BC).

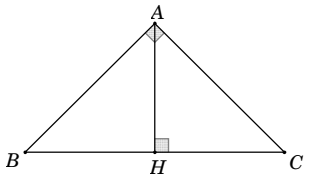
• Đáp án D. Do $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương nên $\overrightarrow{AB}\neq\overrightarrow{AC}$. **Chọn C.**

Câu 19. Do ΔABC cân tại A, AH là đường cao nên H là trung điểm BC.

Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\begin{cases}\left|\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HB}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right|=a\\ \left|\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HC}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|=a\end{cases}$

$\Rightarrow\left|\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HB}\right|=\left|\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HC}\right|$.



• Đáp án B. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AH}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BH}\\ \overrightarrow{AH}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CH}=-\overrightarrow{BH}\end{cases}$. Do đó B sai. **Chọn B.**

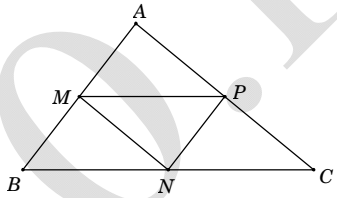
• Đáp án C. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AC}\\ \overrightarrow{HC}-\overrightarrow{HA}=\overrightarrow{AC}\end{cases}\longrightarrow\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{HC}-\overrightarrow{HA}.$

• Đáp án D. Ta có $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AH}\right|=\left|\overrightarrow{HB}\right|=\left|\overrightarrow{AH}\right|$ (do ΔABC vuông cân tại A).

Câu 20.

Ta có $\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{BM}\longrightarrow\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BP}.$

Chọn B.



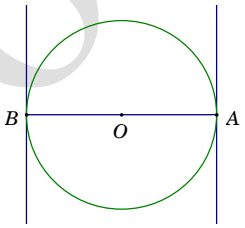
Câu 21.

Do hai tiếp tuyến song song và A, B là hai tiếp điểm nên AB là đường kính.

Do đó O là trung điểm của AB.

Suy ra $\overrightarrow{OA}=-\overrightarrow{OB}$.

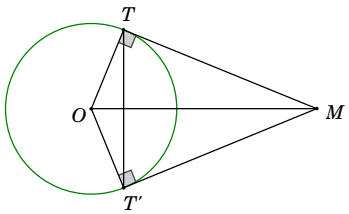
Chọn A.



Câu 22.

Do MT, MT' là hai tiếp tuyến (T và T' là hai tiếp điểm) nên $MT=MT'$.

Chọn C.

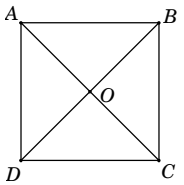


Câu 23. Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}\right)+\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BD}\right)=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BD}\right)=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}.$

Chọn A.

Câu 24. Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{CA}.$

• Đáp án B. Ta có $-\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{CA}.$

• Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DA}=-\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}\right)=-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CA}.$