

Đáp án

1-B	2-B	3-B	4-D	5-D	6-C	7-A	8-A	9-D	10-A
11-B	12-C	13-D	14-C	15-A	16-B	17-D	18-D	19-B	20-A
21-D	22-C	23-A	24-C	25-B	26-C	27-D	28-D	29-A	30-A
31-B	32-D	33-D	34-A	35-B	36-C	37-A	38-C	39-D	40-A
41-B	42-A	43-A	44-B	45-C	46-C	47-B	48-B	49-C	50-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B

Ta có: $z^2 = (a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi$

Phần thực là: $a^2 - b^2$

Câu 2: Đáp án C

$z = i \Rightarrow z^{2017} = i^{2017} = i \cdot (i^2)^{1008} = i \cdot (-1)^{1008} = i$

$\Rightarrow |z^{2017}| = 1$

Câu 3: Đáp án B

Giả sử: $z = a + bi \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 2$

Ta có: $2z = 2a + 2bi \Rightarrow M(2a; 2b) \Rightarrow OM = \sqrt{4a^2 + 4b^2} = 2\sqrt{a^2 + b^2} = 4$

Câu 4: Đáp án D

$2\vec{u} = (-2; 6; -4), -3\vec{v} = (-6; -15; 3)$

$\Rightarrow \vec{a} = (-8; -9; -1)$

Câu 5: Đáp án D

Ta có: $I = \frac{1}{2} \int_1^6 \frac{d(2x+1)}{2x+1} = \ln \sqrt{|2x+1|} \Big|_1^6 = \ln \sqrt{13} - \ln \sqrt{3} = \ln \sqrt{\frac{13}{3}}$

Vậy $M = \sqrt{\frac{13}{3}}$

Câu 6: Đáp án C

Dễ thấy vecto chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (2; -5; -6)$

Câu 7: Đáp án A

Trung điểm của AB là: E(2; -1; 0)

Câu 8: Đáp án A

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$

$\Rightarrow I = xe^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big|_0^1 = 1$

Câu 9: Đáp án D

Ta có: $\vec{OA} = (2; -3; 7) \Rightarrow A(2; -3; 7)$

Câu 10: Đáp án A

Ta có: $z = -2 - 3i \Rightarrow \bar{z} = -2 + 3i$

Câu 11: Đáp án B

H là hình chiếu của M lên Δ nên tọa độ của H có dạng: $H(1-t; -2+3t; -2t)$ và

$\overrightarrow{MH} \perp \overrightarrow{u_\Delta}$, (với $\overrightarrow{u_\Delta} = (-1; 3; -2)$ là vecto chỉ phương của Δ)

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow 14t - 11 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{11}{14} \Rightarrow H\left(\frac{3}{14}; \frac{5}{14}; \frac{-22}{14}\right)$$

$$\Rightarrow a + b + c = -1$$

Câu 12: Đáp án C

A. $z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 = |z|^2 \Rightarrow$ đúng

B. $z_1 \cdot z_2 = (a_1 + b_1i)(a_2 + b_2i) = a_1a_2 - b_1b_2 + (a_1b_2 + a_2b_1)i$

$$\Rightarrow |z_1 \cdot z_2| = \sqrt{(a_1a_2 - b_1b_2)^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)^2} = \sqrt{(a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2)} = |z_1||z_2| \Rightarrow$$
 đúng

C. $|z_1 + z_2| = \sqrt{(a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} \neq \sqrt{a_1^2 + b_1^2} + \sqrt{a_2^2 + b_2^2} = |z_1| + |z_2| \Rightarrow$ sai

D. $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2} = |z|$

Câu 13: Đáp án D

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

Câu 14: Đáp án C

$$z_1 + z_2 = 3 + 5i \Rightarrow |z_1 + z_2| = \sqrt{34}$$

Câu 15: Đáp án A

Vì $a > 0$ nên

$$I = -\int_{-1}^0 x dx + \int_0^a x dx = \frac{1}{2} + \frac{a^2}{2} = \frac{a^2 + 1}{2}$$

Câu 16: Đáp án B

Bán kính của (S) chính là khoảng cách từ I đến (P)

$$\Rightarrow R = d(I, (P)) = 4$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 16$

Câu 17: Đáp án D

H là hình chiếu của A lên (P) nên $AH \perp (P)$

\Rightarrow AH có vecto chỉ phương là: $(1; 2; -1)$

$$\Rightarrow \text{phương trình tham số của AH: } \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -5 + 2t \\ z = 7 - t \end{cases}$$

$$H = AH \cap (P) \text{ nên: } t - 2 + 2(2t - 5) - (7 - t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 3$$

$$\Rightarrow x_H = 1$$

Câu 18: Đáp án D

$$I = \int_1^e \ln x d(\ln x) = \frac{\ln^2 x}{2} \Big|_1^e = \frac{1}{2}$$

Câu 19: Đáp án B

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$$

Câu 20: Đáp án A

$$z_1 \cdot z_2 = (3 - 4i)(-1 + mi) = 4m - 3 + (3m + 4)i$$

$$\Rightarrow z_1 z_2 \text{ có phần ảo bằng 7 khi } 3m + 4 = 7 \Leftrightarrow m = 1$$

Câu 21: Đáp án D

$$z^2 = -9 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3i \\ z = -3i \end{cases}$$

Câu 22: Đáp án C

$$|z| = \sqrt{a^2 + 25}$$

Câu 23: Đáp án A

$$I = \int_2^3 [5f(x) - 4] dx = 5 \int_2^3 f(x) dx - 4 \int_2^3 dx = 5 \cdot 10 - 4 = 46$$

Câu 24: Đáp án C

$$\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - mx + C$$

Câu 25: Đáp án B

$$\int f(x) dx = \frac{2}{9} (3x - 2) \sqrt{3x - 2} + C$$

Câu 26: Đáp án C

$$\int f(x) dx = \frac{1}{3} \sin 3x + C$$

Câu 27: Đáp án D

$$\vec{AB} = (3; 2; 0), \vec{AC} = (3; 0; 4)$$

\Rightarrow vecto pháp tuyến của (Q) là:

$$[\vec{AB}, \vec{AC}] = (8; -12; -6)$$

\Rightarrow phương trình của (Q) là: $8x - 12y - 6z = -24 \Leftrightarrow \frac{-x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1$

Câu 28: Đáp án D

$$F(x) = \int f(x) dx = \ln|x+1| + C$$

$$\text{Mà } F(1) = \ln 2 + C = 2 \Rightarrow C = 2 - \ln 2$$

$$\Rightarrow F(2) = \ln 3 + 2 - \ln 2 = \ln \frac{3}{2} + 2$$

Câu 29: Đáp án A

$$[\vec{u}, \vec{v}] = (9; 3; 4)$$

Câu 30: Đáp án A

$$\text{Phương trình mặt cầu (S): } (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 11$$

\Rightarrow tâm của mặt cầu là: $I(1; 0; -2)$

Câu 31: Đáp án B

$$\int f(x) dx = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2 + 4x + 5)}{x^2 + 4x + 5} = \frac{1}{2} \ln|x^2 + 4x + 5| + C = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 4x + 5) + C$$

(vì $x^2 + 4x + 5 = (x+2)^2 + 1 > 0, \forall x$)

Vậy B sai

Câu 32: Đáp án D

Vecto pháp tuyến của (P): $(3; -4; -1)$

(P) cũng nhận $\vec{n} = (6; -8; -2)$ làm vecto pháp tuyến

Câu 33: Đáp án D

$$I = \int_0^2 f'(x)dx = f(x)|_0^2 = f(2) - f(0) = 6$$

Câu 34: Đáp án A

Tọa độ của trọng tâm tam giác ABC là: $G(2;1;3)$

Câu 35: Đáp án B

$$z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y = x+2 \\ x-y = y-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Câu 36: Đáp án C

$$I = \int_0^{\pi} \sin^3 x d(\sin x) = \frac{1}{4} \sin^4 x \Big|_0^{\pi} = 0$$

Câu 37: Đáp án A

$(P) \perp \Delta$ nên nhận vectơ chỉ phương của Δ làm vectơ pháp tuyến

\Rightarrow phương trình của (P) là: $x - 2y + 2z + 6 = 0$

Câu 38: Đáp án C

$$z = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i \Rightarrow \text{tọa độ biểu diễn cho } z \text{ là: } M\left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$$

Câu 39: Đáp án D

$$I = \frac{1}{3} \int_0^2 (1+x^3)^{\frac{1}{2}} d(1+x^3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} (1+x^3)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^2 = \frac{52}{9}$$

Câu 40: Đáp án A

Phần thực: -2

Phần ảo: 3

Câu 41: Đáp án B

Δ nằm trong (P) và vuông góc với d nên có vectơ chỉ phương là: $[\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d] = (4; -5; -7)$

Δ cắt d nên gọi $A = d \cap \Delta$ thì $A = d \cap (P) \Rightarrow A(1; 0; -3)$

$$\text{Vậy phương trình tham số của } \Delta : \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -5t \\ z = -3 - 7t \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 5 - 5t \\ z = 4 - 7t \end{cases}$$

Câu 42: Đáp án A

Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$

$$\text{Ta có: } \int_0^3 f(x)dx = 15 \Leftrightarrow F(x)|_0^3 = 15 \Leftrightarrow F(3) - F(0) = 15$$

Mặt khác: $\int f(3x)dx = \frac{1}{3} \int f(3x)d(3x) = \frac{1}{3} F(x)$, (vì nguyên hàm không phụ thuộc vào biến)

$$\Rightarrow I = \frac{1}{3} F(3x)|_0^1 = \frac{1}{3} [F(3) - F(0)] = 5$$

Câu 43: Đáp án A

$$\int_0^1 \frac{x^2 - 2}{x + 1} dx = \int_0^1 (x - 1) dx - \int_0^1 \frac{dx}{x + 1} = \frac{(x - 1)^2}{2} \Big|_0^1 - \ln |x + 1| \Big|_0^1 = \frac{-1}{2} - \ln 2$$

$$\Rightarrow m = 2, n = -1 \Rightarrow m + n = 1$$

Câu 44: Đáp án B

Vecto chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (3; 1; -4)$, vecto pháp tuyến của (P) và mặt phẳng (Q) song song với (P) là \vec{n}

Mặt cầu (S) có tâm I(3; -3; 1) và bán kính R=3

Vi (P) qua Δ nên $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$ và (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I, (P)) = R = 3$

Ta chỉ xét những phương trình có $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$

A. (P) có phương trình: $3x - y + 2z - 4 = 0$

$$d(I, (P)) = \frac{5\sqrt{14}}{7} \Rightarrow \text{không thỏa mãn}$$

B. (P) có phương trình: $-2x + 2y - z + 4 = 0$

$$d(I, (P)) = 3 = R \Rightarrow \text{thỏa mãn}$$

C. (P) có phương trình: $x + y + z = 0$ trùng (Q) \Rightarrow loại

D. không xét vì $\vec{u} \cdot \vec{n} \neq 0$

Câu 45: Đáp án C

Hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình:

$$x^3 - x^2 = x^2 + 5x - 6 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

\Rightarrow diện tích hình phẳng là:

$$S = \int_{-2}^1 |x^3 - 2x^2 - 5x + 6| dx + \int_1^3 |x^3 - 2x^2 - 5x + 6| dx$$

$$= \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x \right) \right|_{-2}^1 + \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x \right) \right|_1^3$$

$$= \frac{63}{4} + \frac{16}{3} = \frac{253}{12}$$

Câu 46: Đáp án C

Giao điểm của đồ thị hai hàm số là nghiệm của phương trình:

$$x^3 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

\Rightarrow thể tích của khối tròn xoay là:

$$V = \pi \int_0^1 (x^3)^2 dx + \pi \int_1^2 (-x + 2)^2 dx = \pi \frac{x^6}{6} \Big|_0^1 + \pi \frac{(x - 2)^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{10}{21} \pi$$

Câu 47: Đáp án B

M(12; -5)

$$z' = \frac{17}{2} + \frac{7}{2}i \Rightarrow M' \left(\frac{17}{2}; \frac{7}{2} \right) \Rightarrow \overline{OM'} = \left(\frac{17}{2}; \frac{7}{2} \right), \overline{MM'} = \left(\frac{-7}{2}; \frac{17}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \overline{OM'} \cdot \overline{MM'} = 0$$

$\Rightarrow \triangle OMM'$ vuông tại M'

$$\Rightarrow S_{\triangle OMM'} = \frac{1}{2} MM' \cdot OM' = \frac{169}{4}$$

Câu 48: Đáp án B

$$w = (2 - 3i)z - i \Rightarrow z = \frac{w + i}{2 - 3i} \Rightarrow |w + i| = |z| \cdot |2 - 3i| = 7\sqrt{13}$$

Vậy bán kính của hình tròn là: $r = 7\sqrt{13}$

Câu 49: Đáp án C

$$\text{Thể tích khối tròn xoay là: } V = \pi \int_0^1 (x^2)^2 dx = \pi \frac{x^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{1}{5} \pi$$

Câu 50: Đáp án A

Kể từ lúc đạp phanh ô tô di chuyển được thêm 3s

Quãng đường ô tô đi được là tích phân của vận tốc v

$$\Rightarrow S = \int_0^3 v(t) dt = \int_0^3 (-5t + 15) dt = \left(\frac{-5t^2}{2} + 15t \right) \Big|_0^3 = 22,5 \text{ (m)}$$