

Ta có thể sử dụng máy tính để thử trường hợp riêng của đẳng thức trên, tôi xin phép không đưa cách làm cụ thể vì độc giả có thể dễ dàng giải được.

Tôi xin giới thiệu cách chứng minh cụ thể như sau:

Với A: Ta sẽ dùng đẳng thức $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$.

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} S_1 &= 1C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + (n-1)C_n^{n-1} + nC_n^n = \sum_{k=1}^n kC_n^k \\ &= \sum_{k=1}^n nC_{n-1}^{k-1} = n(C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + \dots + C_{n-1}^{n-2} + C_{n-1}^{n-1}) = n(1+1)^{n-1} = n \cdot 2^{n-1} \end{aligned}$$

Vậy A đúng.

Với B: Ta sẽ dùng đẳng thức $(k-1)kC_n^k = (n-1)nC_{n-1}^{k-1}$.

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} S_2 &= 1 \cdot 2C_n^1 + 2 \cdot 3C_n^2 + \dots + (n-1) \cdot nC_n^{n-1} = \sum_{k=2}^n (k-1)kC_n^k = \sum_{k=2}^n (n-1)nC_{n-1}^{k-2} \\ &= (n-1)n(C_{n-2}^0 + C_{n-2}^1 + \dots + C_{n-2}^{n-3} + C_{n-2}^{n-2}) = (n-1)n \cdot 2^{n-2} \end{aligned}$$

Vậy B đúng.

Với C: Ta có $k^2C_n^k = (n-1)nC_{n-2}^{k-2} + nC_{n-1}^{k-1}$.

Khi đó ta có: $S_3 = 1^2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + (n-1)^2C_n^{n-1} + n^2C_n^n$.

$$\begin{aligned} &= \sum_{k=1}^n k^2C_n^k = \sum_{k=1}^n [(n-1)nC_{n-2}^{k-2} + nC_{n-1}^{k-1}] \\ &= (n-1)n(C_{n-2}^0 + C_{n-2}^1 + C_{n-2}^2 + \dots + C_{n-2}^{n-3} + C_{n-2}^{n-2}) + n(C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2 + \dots + C_{n-1}^{n-2} + C_{n-1}^{n-1}) \\ &= (n-1)n2^{n-2} + n2^{n-1} = n(n+1)2^{n-2} \end{aligned}$$

Vậy C đúng.

Từ đây ta chọn **D**.

Đọc thêm tính tổng S_4 : Các số hạng của S_4 có dạng $\frac{C_n^k}{k+1}$ nên ta sẽ dùng đẳng thức

$$\frac{C_n^k}{k+1} = \frac{C_{n+1}^{k+1}}{n+1}$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó ta có: } S_4 &= \frac{C_n^0}{1} + \frac{C_n^1}{2} + \frac{C_n^2}{3} + \dots + \frac{C_n^{n-1}}{n} + \frac{C_n^n}{n+1} = \sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{k+1} = \sum_{k=0}^n \frac{C_{n+1}^{k+1}}{n+1} \\ &= \frac{1}{n+1} (C_{n+1}^1 + C_{n+1}^2 + \dots + C_{n+1}^n + C_{n+1}^{n+1}) = \frac{1}{n+1} (2^{n+1} - C_{n+1}^0) = \frac{1}{n+1} (2^{n+1} - 1). \end{aligned}$$

STUDY TIP.

* Các số hạng của S_3 có dạng $k^2C_n^k$ nên ta dùng đẳng thức $k^2C_n^k = (n-1)nC_{n-2}^{k-2} + nC_{n-1}^{k-1}$.

* Các số hạng của S_k có dạng $\frac{C_n^k}{k+1}$ nên ta sẽ dùng đẳng thức $\frac{C_n^k}{k+1} = \frac{C_{n+1}^{k+1}}{n+1}$.

Ví dụ 5. Một học sinh giải bài toán “Rút gọn biểu thức $S_k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + \dots + (-1)^k C_n^k$ với $k \leq n; n > 1$.” Như sau:

Bước 1: Ta áp dụng công thức $C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k+1} = C_n^{k+1}$.

$$\begin{aligned} S_k &= C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots + (-1)^k C_n^k \\ &= C_n^0 - (C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1) + (C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2) - (C_{n-1}^2 + C_{n-1}^3) + \dots + (-1)^k (C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k). \end{aligned}$$

Bước 2: Mở dấu ngoặc ta có:

$$S_k = C_n^0 - C_{n-1}^0 - C_{n-1}^1 + C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2 - C_{n-1}^2 - C_{n-1}^3 + \dots + (-1)^k C_{n-1}^{k-1} + (-1)^k C_{n-1}^k.$$

Bước 3: Vậy với mọi k thì $S_k = (-1)^k C_{n-1}^k$.

Kết luận nào sau đây là đúng:

- A.** Lời giải trên sai từ bước 1. **B.** Lời giải trên sai từ bước 2.
C. Lời giải trên sai ở bước 3. **D.** Lời giải trên đúng.

Đáp án A.

Lời giải.

Ta thấy lời giải trên sai khi đã không xét hai trường hợp $k < n$; hoặc $k = n$.

Vì nếu $k = n$ thì không tồn tại C_{n-1}^k .

Rất nhiều học sinh mắc sai lầm khi giải như trên, hoặc sai lầm khi giải như sau:

$$S_k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots + (-1)^k C_n^k = (1-1)^n = 0.$$

Ta có lời giải đúng như sau:

TH1: Với $k < n$, ta áp dụng công thức $C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k+1} = C_n^{k+1}$, ta có:

$$\begin{aligned} S_k &= C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots + (-1)^k C_n^k = (1-1)^n = 0. \\ &= C_n^0 - (C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1) + (C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2) - (C_{n-1}^2 + C_{n-1}^3) + \dots + (-1)^k (C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k). \\ &= C_n^0 - C_{n-1}^0 - C_{n-1}^1 + C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2 - C_{n-1}^2 - C_{n-1}^3 + \dots + (-1)^k C_{n-1}^{k-1} + (-1)^k C_{n-1}^k. \end{aligned}$$

Vậy $S_k = (-1)^k C_{n-1}^k$ khi $k < n$.

TH2: Với $k = n$, thì $S_k = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots + (-1)^k C_n^k = (1-1)^n = 0$.

STUDY TIP.

Trong các bài toán mà các số k, n tổng quát ta cần lưu ý phân rõ trường hợp $k < n$ và $k = n$.

Ví dụ 6. Tính tổng $S = 1.C_{2018}^1 + 2.C_{2018}^2 + 3.C_{2018}^3 + \dots + 2018.C_{2018}^{2018}$

- A.** 2018.2^{2017} . **B.** 2017.2^{2018} . **C.** 2018.2^{2018} . **D.** 2017.2^{2017} .

Đáp án A.

Lời giải.

Cách 1: Xét số hạng tổng quát.

$$k.C_{2018}^k = k \cdot \frac{2018!}{k!(2018-k)!} = k \cdot \frac{2018 \cdot 2017!}{k \cdot (k-1)! (2018-k)!} = 2018 \cdot C_{2017}^{k-1}.$$

Cho k chạy từ 1 đến 2018 ta được:

$$S = 2108 \cdot C_{2017}^0 + C_{2017}^1 + \dots + C_{2017}^{2017} = 2018 \cdot 2^{2017}.$$

STUDY TIP.

Với các bài toán tính tổng thường sử dụng công thức $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$.

Cách 2: Khi các em học đạo hàm ở cuối chương trình lớp 11 ta sẽ nghiên cứu ở chương đạo hàm. Khi đó ta xét hàm số:

$$f(x) = (1+x)^{2018} = C_{2018}^0 + C_{2018}^1 x + \dots + C_{2018}^{2018} x^{2018}.$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2018 \cdot (1+x)^{2017} = C_{2018}^1 + 2C_{2018}^2 x + \dots + 2018 \cdot C_{2018}^{2018} x^{2017}.$$

$$\Rightarrow f'(1) = 2018 \cdot 2^{2017} = C_{2018}^1 + 2C_{2018}^2 + \dots + 2018 \cdot C_{2018}^{2018}.$$

$$\Rightarrow 2018 \cdot 2^{2017} = S \Rightarrow \text{ta chọn A.}$$

Ví dụ 7. Tính tổng $S = C_{2017}^0 + \frac{1}{2} C_{2017}^1 + \frac{1}{3} C_{2017}^2 + \dots + \frac{1}{2018} C_{2017}^{2017}$

A. $\frac{2^{2017} - 1}{2017}$.

B. $\frac{2^{2018} - 1}{2018}$.

C. $\frac{2^{2018} - 1}{2017}$.

D. $\frac{2^{2017} - 1}{2018}$.

Đáp án B.

Lời giải.

Cách 1: Xét số hạng tổng quát $\frac{1}{k+1} C_{2017}^k$, ta có:

$$\frac{1}{k+1} C_{2017}^k = \frac{1}{1+k} \frac{2017!}{k!(2017-k)!} = \frac{1}{2018} \frac{2018!}{(k+1)!(2017-k)!} = \frac{1}{2018} C_{2018}^{k+1}.$$

Vậy $\frac{1}{k+1} C_{2017}^k = \frac{1}{2018} C_{2018}^{k+1}$, cho k chạy từ 0 đến 2017 thì ta được:

$$S = \frac{1}{2018} [C_{2018}^0 + C_{2018}^1 + C_{2018}^2 + \dots + C_{2018}^{2018}] - \frac{C_{2018}^0}{2018} = \frac{1}{2018} 2^{2018} - \frac{1}{2018} = \frac{2^{2018} - 1}{2018}.$$

Cách 2: Sử dụng tích phân (các em sẽ học ở chương trình lớp 12).

Xét $f(x) = (1+x)^{2017} = C_{2017}^0 + C_{2017}^1 x + C_{2017}^2 x^2 + \dots + C_{2017}^{2017} x^{2017}$.

$$\Rightarrow \int_0^1 (1+x)^{2017} dx = \int_0^1 [C_{2017}^0 + C_{2017}^1 x + C_{2017}^2 x^2 + \dots + C_{2017}^{2017} x^{2017}] dx.$$

$$\Leftrightarrow \left. \frac{(1+x)^{2018}}{2018} \right|_0^1 = \left[C_{2017}^0 x + \frac{1}{2} C_{2017}^1 x^2 + \frac{1}{3} C_{2017}^2 x^3 + \dots + \frac{1}{2018} C_{2017}^{2017} x^{2018} \right]_0^1.$$

$$\Leftrightarrow \frac{2^{2018} - 1}{2018} = S. \text{ Chọn B.}$$

Ví dụ 8. *(đọc thêm): Cho hai đẳng thức sau với $n > 1; n \in \mathbb{N}$.

$$S_1 = C_n^0 - 2C_n^1 + 3C_n^2 - \dots + (-1)^n (n+1)C_n^n = 0, \quad (1)$$

$$S_2 = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n = \frac{2^{n+1}-1}{n+1}, \quad (2)$$

Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng.

- A.** (1) đúng, (2) sai. **B.** (1) sai, (2) đúng.
C. Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

Đáp án D.

Lời giải.

Ta có thể sử dụng máy tính để thử trường hợp riêng của các đẳng thức trên, tôi xin phép không đưa ra cách làm cụ thể vì độc giả có thể dễ dàng thử được.

Dưới đây tôi xin giới thiệu hai phương pháp tính tổng sử dụng đạo hàm và tích phân ta học cuối chương trình 11 và đầu chương trình 12.

STUDY TIP.

Có thể tính tổng.

$$S_1 = C_n^0 + 2aC_n^1 + \dots + (n+1)a^n C_n^n$$

$$S_2 = C_{2n}^0 + 3a^2 C_{2n}^2 + \dots + (2n+1)a^{2n} C_{2n}^{2n}$$

$$S_3 = 2aC_{2n}^1 + 4a^3 C_{2n}^3 + 6a^4 C_{2n}^4 + \dots + 2na^{2n-1} C_{2n}^{2n-1}$$

khi xét đa thức $P(x) = x(1+x)^n$ và chứng tỏ rằng $S_1 = P'(a)$.

Xét đa thức $Q(x) = x(1+x)^{2n}$ và chứng tỏ rằng.

$$2S_2 = Q'(a) + Q'(-a);$$

$$2S_3 = Q'(a) - Q'(-a).$$

Ta có thể giải thích cụ thể như sau:

*** Với S_1 :**

Ta khai triển đa thức $P(x) = x(1+x)^n$.

$$P(x) = C_n^0 x + C_n^1 x^2 + C_n^2 x^3 + \dots + C_n^n x^{n+1}, \text{ nên}$$

$$P'(x) = C_n^0 + 2C_n^1 x + 3C_n^2 x^2 + \dots + (n+1)C_n^n x^n;$$

$$P'(-1) = C_n^0 - 2C_n^1 + 3C_n^2 - \dots + (-1)^n (n+1)C_n^n = S_1.$$

Mặt khác $P'(x) = (1+x)^n + nx(1+x)^{n-1} \Rightarrow P'(-1) = 0$.

Vậy $S_1 = 0$.

*** Với S_2 :**

Xét đa thức $P(x) = (1+x)^n$, ta có: $P(x) = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n$.

Suy ra $\int_0^1 P(x) dx = C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{3} C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1} C_n^n = S_2$.

Do đó $S_2 = \int_0^1 (1+x)^n dx = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$.

STUDY TIP.

Có thể tính tổng: $S = (b-a)C_n^0 + \frac{b^2-a^2}{2} C_n^1 + \frac{b^3-a^3}{3} C_n^2 + \dots + \frac{b^{n+1}-a^{n+1}}{n+1} C_n^n$ khi xét đa thức:

$P(x) = (1+x)^n$ và chứng tỏ rằng $S = \int_a^b P(x) dx$.

Ta thường gặp bài toán với một trong 2 cận của tích phân là 0 và 1, hoặc -1. Trong một số trường hợp ta phải xét đa thức $P(x) = x^k (1+x)^n$ với $k = 1, 2, \dots$

Dạng 3. Phương trình, bất phương trình chứa công thức tổ hợp.

Ví dụ 1. Cho phương trình $A_x^3 + 2C_{x+1}^{x-1} - 3C_{x-1}^{x-3} = 3x^2 + P_6 + 159$. Giả sử $x = x_0$ là nghiệm của phương trình trên, lúc này ta có

- A.** $x_0 \in (10; 13)$. **B.** $x_0 \in (12; 14)$. **C.** $x_0 \in (10; 12)$. **D.** $x_0 \in (14; 16)$.

Đáp án A.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq 3, x \in \mathbb{N}$. Phương trình đã cho có dạng:

$$\frac{x!}{(x-3)!} + \frac{2(x+1)!}{2!(x-1)!} - \frac{3(x-1)!}{2!(x-3)!} = 3x^2 + 6! + 159.$$

$$\Leftrightarrow x(x-1)(x-2) + x(x+1) - \frac{3}{2}(x-1)(x-2) = 3x^2 + 879.$$

$$\Leftrightarrow x = 12 \text{ (sử dụng lệnh SHIFT SOLVE trên máy tính).}$$

STUDY TIP.

Khi sử dụng lệnh SHIFT SOLVE ta nên rút gọn phương trình về đa thức, không nên để dạng phân thức vì máy tính ưu tiên xử lý các dạng phương trình không chứa phân thức trước.

Ví dụ 2. Bất phương trình $\frac{1}{2} A_{2x}^2 - A_x^2 \leq \frac{6}{x} C_x^3 + 10$ có tập nghiệm là:

- A.** $S = [3; 5]$. **B.** $S = [3; 4]$. **C.** $S = \{3; 4; 5\}$. **D.** $S = \{3; 4\}$.

Đáp án D.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq 3, x \in \mathbb{N}$.

Ta có bất phương trình $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \frac{2x!}{(2x-2)!} - \frac{x!}{(x-2)!} \leq \frac{6}{x} \frac{x!}{3!(x-3)!} + 10$.

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x - x^2 + x \leq x^2 - 3x + 2 + 10.$$

$$\Leftrightarrow 3x \leq 12 \Leftrightarrow x \leq 4.$$

Kết hợp với điều kiện xác định ta có $3 \leq x \leq 4$. Vậy $S = \{3; 4\}$ là tập nghiệm của bất phương trình.

Ví dụ 3. Tổng của ba số hạng liên tiếp lập thành cấp số cộng trong dãy số sau $C_{23}^0; C_{23}^1; \dots; C_{23}^{13}$ có giá trị là
A. 2451570. **B.** 3848222. **C.** 836418. **D.** 1307527.

Đáp án A.

Lời giải.

Giả sử 3 số $C_{23}^n; C_{23}^{n+1}; C_{23}^{n+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi

$$2C_{23}^{n+1} = C_{23}^n + C_{23}^{n+2}.$$

$$\Leftrightarrow 4C_{23}^{n+1} = C_{23}^n + C_{23}^{n+2}$$

$$\Leftrightarrow 4C_{23}^{n+1} = C_{25}^{n+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4 \cdot 23!}{(n+1)!(22-n)!} = \frac{25!}{(n+2)!(23-n)!}$$

$$\Rightarrow (n+2)(23-n) = 150 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 8 \text{ (tm)} \\ n = 13 \text{ (l)} \end{cases}$$

Vậy $C_{23}^8 + C_{23}^9 + C_{23}^{10} = 2451570$.

STUDY TIP.

Một số tình huống thường gặp thì lập phương trình tổ hợp là:

* Ba số a, b, c lập thành cấp số cộng (hoặc cấp số nhân) khi và chỉ khi $2b = a + c$ (hoặc $b^2 = ac$).

* Cho tập hợp A có n phần tử, số tập con của A gồm x phần tử bằng k lần số tập con của A gồm y phần tử, tương ứng với phương trình $C_n^x = kC_n^y$.

C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG

Câu 1. Trong khai triển nhị thức Newton $\left(\sqrt[3]{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{3a}}\right)^{21}$, số hạng có số mũ a và b bằng nhau là

- A.** C_{21}^{12} . **B.** $C_{21}^{12} a^{\frac{5}{2}} b^{\frac{5}{2}}$. **C.** $C_{21}^9 a^{\frac{5}{2}} b^{\frac{5}{2}}$. **D.** C_{21}^9 .

Câu 2. Khi khai triển nhị thức Newton $G(x) = (ax+1)^n$ thì ta thấy trong đó xuất hiện hai số hạng $24x$ và $252x^2$. Lúc này giá trị của a và n là

- A.** $a = 3; n = 8$. **B.** $a = 4; n = 6$.
C. $a = 2; n = 12$. **D.** $a = 3; n = 7$.

Câu 3. Hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(x+1)^{10}$ là

- A.** $C_{10}^5 x^5$. **B.** $C_{10}^6 x^5$. **C.** 252. **D.** 210.

- Câu 4.** Hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển $\left(\frac{4}{x} - 3x^3\right)^{15}$ là
A. $3^6 C_{15}^9 x^9$. **B.** $3^6 2^{18} C_{15}^9 x^9$.
C. $3^6 C_{15}^9$. **D.** $3^6 2^{18} C_{15}^9$.
- Câu 5.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{20}$ là
A. $2^6 C_{20}^6$. **B.** 2^8 . **C.** $2^8 C_{20}^8$. **D.** 2^6 .
- Câu 6.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x} - 1\right)^{10}$ là
A. 1951. **B.** 1950. **C.** 3150. **D.** -360.
- Câu 7.** Số hạng chứa x^8 trong khai triển $(x^3 - x^2 - 1)^8$ là
A. $168x^8$. **B.** 168. **C.** $238x^8$. **D.** 238.
- Câu 8.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^3 = 13n$.
A. C_{10}^6 . **B.** C_{10}^5 . **C.** C_{10}^{10} . **D.** C_{10}^3 .
- Câu 9.** Giả sử có khai triển $(1 - 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 71$.
A. $672x^5$. **B.** -672. **C.** $-672x^5$. **D.** 672.
- Câu 10.** Hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển nhị thức $(x+2)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn $3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$.
A. $22x^{10}$. **B.** $123x^{10}$. **C.** 123. **D.** 22.
- Câu 11.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(1 + x + \frac{1}{x}\right)^n$ biết $n \geq 2$ là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 - C_{n+1}^{n-2} = 14 - 14n$.
A. 73789. **B.** 73788. **C.** 72864. **D.** 56232.
- Câu 12.** Cho khai triển: $(1 + x + x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$, $n \geq 2$ với $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{2n}$ là các hệ số.
 Tính tổng $S = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2n}$ biết $\frac{a_3}{14} = \frac{a_4}{41}$.
A. $S = 3^{10}$. **B.** $S = 3^{12}$. **C.** $S = 2^{10}$. **D.** $S = 2^{12}$.
- Câu 13.** Số lớn nhất trong các số $C_{16}^0; C_{16}^1; C_{16}^2; \dots; C_{16}^{15}; C_{16}^{16}$ là
A. C_{16}^7 . **B.** C_{16}^6 . **C.** C_{16}^9 . **D.** C_{16}^8 .
- Câu 14.** Hệ số lớn nhất trong khai triển $(x+2)^{10}$ là
A. C_{10}^5 . **B.** 128. **C.** 15360. **D.** C_{10}^3 .
- Câu 15.** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 - 3C_n^{n-1} = 11n$.

Xét khai triển $P(x) = (x+2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Hệ số lớn nhất của $P(x)$ là

- A. $C_{15}^5 \cdot 2^{11}$. B. $C_{15}^5 \cdot 2^{10}$. C. 252. D. 129024.

Câu 16. Giả sử $P(x) = (2x+1)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ thỏa mãn $a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 2^{12}$. Hệ số lớn nhất trong các hệ số $\{a_0, a_1, a_2, \dots, a_n\}$ là

- A. 126720. B. 495. C. 256. D. 591360.

Câu 17. Cho khai triển $(x+2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm tất cả các giá trị của n để $\max\{a_0, a_1, a_2, \dots, a_n\} = a_{10}$.

- A. $\{29; 30; 31; 32\}$. B. 12.

- C. $\{12; 13; 14; 15\}$. D. 16.

Câu 18. Cho n là số nguyên dương. Gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $(x^2+1)^n(x+2)^n$. Tìm n sao cho $a_{3n-3} = 26n$.

- A. $n = 10$. B. $n = 3$. C. $n = 4$. D. $n = 5$.

Câu 19. Khi khai triển nhị thức Newton $G(x) = (ax+1)^n$ thì ta thấy trong đó xuất hiện hai số hạng $24x$ và $252x^2$. Tìm a và n .

- A. $a = 3; n = 8$. B. $a = 2; n = 7$.
C. $a = 4; n = 9$. D. $a = 5; n = 10$.

Câu 20. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $\frac{C_n^1}{2} - \frac{2C_n^2}{2^2} + \frac{3C_n^3}{2^3} - \dots + (-1)^{n-2} \frac{(n-1)C_n^{n-1}}{2^{n-1}} + (-1)^{n-1} \frac{nC_n^n}{2^n} = \frac{1}{32}$

- A. $n = 10$. B. $n = 9$. C. $n = 8$. D. $n = 7$.

Câu 21. Cho $S = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots + n(n+1)(n+2)$. Kết quả biểu diễn S theo n là

- A. $S = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$. B. $S = \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3}$.

- C. $S = \frac{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}{4}$. D. $S = n(n+1)(n+2)(n+3)$.

Câu 22. Tính tổng $S = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$ theo n ta được

- A. $S = 2^{n-1} - 1$. B. $S = 2^n - 1$. C. $S = 2^{n-1}$. D. $S = 2^n$.

Câu 23. Giá trị của n thỏa mãn $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^2C_n^n = 243$. là

- A. $n = 7$. B. $n = 3$. C. $n = 5$. D. $n = 4$.

Câu 24. Tính tổng $S = \frac{1}{2!2017!} + \frac{1}{4!2015!} + \frac{1}{6!2013!} + \dots + \frac{1}{2016!3!} + \frac{1}{2018!}$ theo n ta được

- A. $S = \frac{2^{2018} - 1}{2017!}$. B. $S = \frac{2^{2018} - 1}{2017}$.

- C. $S = \frac{2^{2018}}{2017!}$. D. $S = \frac{2^{2018}}{2017}$.

- Câu 25.** Cho số nguyên $n \geq 3$. Giả sử ta có khai triển $(x-1)^{2n} + x(x+1)^{2n-1} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$.
 Biết $T = a_0 + a_2 + \dots + a_{2n} = 768$. Tính a_5 .
A. $126x^5$. **B.** $-126x^5$. **C.** 126 . **D.** -126 .
- Câu 26.** Tìm n sao cho $C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1} = 2048$. là
A. $n = 8$. **B.** $n = 6$. **C.** $n = 7$. **D.** $n = 9$.
- Câu 27.** Cho khai triển $(1+2x)^{2014} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2014}x^{2014}$. Khi đó tổng
 $S = a_1 + 3^2a_3 + \dots + 3^{2010}a_{2011} + 3^{2012}a_{2013}$ có giá trị bằng
A. $\frac{7^{2014} - 5^{2014}}{6}$. **B.** $\frac{7^{2014} - 5^{2014}}{2}$.
C. $\frac{7^{2014}}{6}$. **D.** $\frac{5^{2014}}{2}$.
- Câu 28.** Tính tổng $S = C_{100}^0 - 5C_{100}^1 + 5^2C_{100}^2 - \dots + 5^{100}C_{100}^{100}$
A. 6^{100} . **B.** 4^{100} . **C.** 2^{300} . **D.** 3^{200} .
- Câu 29.** Đẳng thức nào sau đây **sai**?
A. $2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$.
B. $0 = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n$.
C. $1 = C_n^0 - 2C_n^1 + 4C_n^2 - \dots + (-2)^n C_n^n$.
D. $3^n = C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n$.
- Câu 30.** Khai triển $(2x+y)^5$ ta được kết quả là
A. $32x^5 + 16x^4y + 8x^3y^2 + 4x^2y^3 + 2xy^4 + y^5$.
B. $32x^5 + 80x^4y + 80x^3y^2 + 40x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.
C. $2x^5 + 10x^4y + 20x^3y^2 + 20x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.
D. $32x^5 + 10000x^4y + 8000x^3y^2 + 400x^2y^3 + 10xy^4 + y^5$.

D. HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Đáp án B.

$$\left(\sqrt[3]{\frac{a}{b}} + \sqrt[3]{\frac{b}{a}} \right)^{21} = \left(a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}a^{-\frac{1}{6}} \right)^{21} = \sum_{k=0}^{21} C_{21}^k \left(a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{6}} \right)^k \left(b^{\frac{1}{6}}a^{-\frac{1}{6}} \right)^{21-k} = \sum_{k=0}^{21} C_{21}^k a^{\frac{k}{3} - \frac{21-k}{6}} b^{-\frac{k}{6} + \frac{21-k}{2}}$$

Hệ số của số hạng có số mũ a và b bằng nhau ứng với: $\frac{k}{3} - \frac{21-k}{6} = -\frac{k}{6} + \frac{21-k}{2} \Leftrightarrow k = 12$

Vậy số hạng cần tìm là $C_{21}^{12} a^{\frac{5}{2}} b^{\frac{5}{2}}$.

Câu 2. Đáp án A.

Ta có $G(x) = (ax+1)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (ax)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k x^k$