

Câu 1: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \left(2 + \frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\right) \cdot \left(2 - \frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}\right)$

b) $B = \left(\frac{\sqrt{b}}{a - \sqrt{ab}} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab} - b}\right) \cdot (a\sqrt{b} - b\sqrt{a}) \quad (\text{với } a > 0, b > 0, a \neq b)$

Câu 2: a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - y = -1 & (1) \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2 & (2) \end{cases}$

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - x - 3 = 0$. Tính giá trị biểu thức: $P = x_1^2 + x_2^2$.

Câu 3: a) Biết đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M (2; \frac{1}{2})$ và song song với đường thẳng $2x + y = 3$. Tìm các hệ số a và b .

b) Tính các kích thước của một hình chữ nhật có diện tích bằng 40 cm^2 , biết rằng nếu tăng mỗi kích thước thêm 3 cm thì diện tích tăng thêm 48 cm^2 .

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông tại A, M là một điểm thuộc cạnh AC (M khác A và C). Đường tròn đường kính MC cắt BC tại N và cắt tia BM tại I. Chứng minh rằng:

a) ABNM và ABCI là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) NM là tia phân giác của góc \widehat{ANI} .

c) $BM \cdot BI + CM \cdot CA = AB^2 + AC^2$.

Câu 5: Cho biểu thức $A = 2x - 2\sqrt{xy} + y - 2\sqrt{x} + 3$. Hỏi A có giá trị nhỏ nhất hay không? Vì sao?