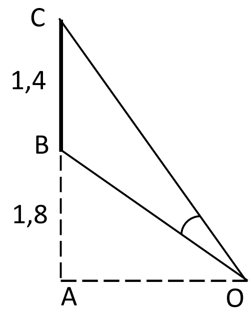
# MỘT SỐ BÀI TOÁN ỨNG DỤNG THỰC TIỄN

## *1. Chủ đề đạo hàm*

Đây là công cụ hữu hiệu trong việc tìm cực trị; tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số. Thông qua việc dạy học kiến thức này, ta có thể cho học sinh giải những bài toán thực tiễn khá hấp dẫn và mang nhiều ý nghĩa.

*Ví dụ 1*: **Một màn ảnh chữ nhật cao 1,4m được đặt ở độ cao 1,8m so với tầm mắt (tính đầu mép dưới của màn ảnh). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó?**

**Lời giải :**




Với bài toán này ta cần xác định OA để góc $\widehat{BOC}$ lớn nhất, điều này xảy ra khi và chỉ khi $tg\widehat{BOC}$ lớn nhất.

Đặt OA = x (m) với x > 0, ta có $tg\widehat{BOC} = tg(\widehat{AOC} - \widehat{AOB})$

$$= \frac{tg\widehat{AOC} - tg\widehat{AOB}}{1 + tg\widehat{AOC}.tg\widehat{AOB}} = \frac{\frac{AC}{OA} - \frac{AB}{OA}}{1 + \frac{AC.AB}{OA^2}} = \frac{\frac{1,4}{x}}{1 + \frac{3,2.1,8}{x^2}} = \frac{1,4x}{x^2 + 5,76}.$$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{1,4x}{x^2 + 5,76}$

Bài toán trở thành tìm x > 0 để f(x) đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $f'(x) = \dfrac{-1,4x^2 + 1,4.5,76}{(x^2 + 5,76)^2}$, $\quad f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 2,4$

Ta có bảng biến thiên

| x | 0 | | 2,4 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | | + | 0 | − | |
| f(x) | 0 | ↗ | $\frac{84}{193}$ | ↘ | 0 |

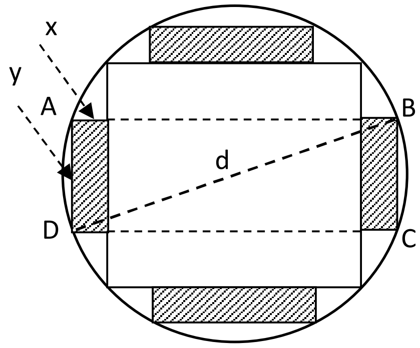
**Vậy vị trí đứng cho góc nhìn lớn nhất là cách màn ảnh 2,4m.**

***Ví dụ 2***: **Từ một khúc gỗ tròn hình trụ, cần xẻ thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và 4 miếng phụ như hình vẽ. Hãy xác định kích thước của các miếng phụ để diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất?**

Ta có lời giải bài toán như sau:

Gọi x, y là chiều rộng, chiều dài của miếng phụ như Hình vẽ. Gọi d là đường kính của khúc gỗ, khi đó ta có tiết diện ngang của thanh xà có cạnh là $\frac{d}{\sqrt{2}}$

và $0 < x < \frac{d(2-\sqrt{2})}{4}$, $0 < y < \frac{d}{\sqrt{2}}$.




Theo bài ra ta được hình chữ nhật ABCD

như hình vẽ, theo Định lý Pitago ta có

$$\left(2x+\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2 + y^2 = d^2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{d^2-8x^2-4\sqrt{2}x}$$

Suy ra $S = S(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} x \sqrt{d^2 - 4\sqrt{2}dx - 8x^2}$ với $0 < x < \frac{d(2-\sqrt{2})}{4}$, S là diện tích một miếng phụ. Ứng dụng Đạo hàm ta có S lớn nhất khi và chỉ khi $x = \frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{16}$.

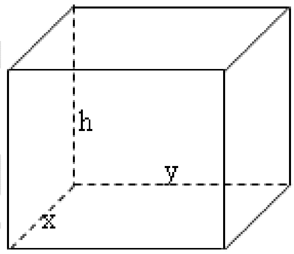
***Ví dụ 3.*** **Chi phí về nhiên liệu của một tàu được chia làm hai phần. Trong đó phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 ngàn đồng/giờ. Phần thứ hai tỷ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi v = 10km/h thì phần thứ hai bằng 30 ngàn đồng/giờ. Hãy xác định vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường là nhỏ nhất?**

**Lời giải:** Gọi x (km/h) là vận tốc của tàu. Thời gian tàu chạy quảng đường 1km là $\frac{1}{x}$(giờ). Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là $\frac{1}{x}.480 = \frac{480}{x}$ (ngàn Đồng). Tại v = 10 km/h chi phí cho quảng đường 1km ở phần thứ hai là $\frac{1}{10}.30 = 3$ (ngàn đồng). Xét tại vận tốc x(km/h): gọi y (ngàn Đồng) là chi phí cho quảng đường 1km tại vận tốc x, ta có $y = kx^3$, $3 = k10^3$ (k là hệ số tỉ lệ giữa chi phí 1km đường của phần thứ hai và lập phương của vận tốc), suy ra $\frac{y}{3} = \left(\frac{x}{10}\right)^3 \Leftrightarrow y = 0{,}003x^3$. Vậy tổng chi phí tiền nhiên liệu cho 1km đường là $p = p(x) = \frac{480}{x} + 0{,}003x^3$. Áp dụng Đạo hàm ta có chi phí p nhỏ nhất khi tàu chạy với vận tốc x = 20 (km/h).

***Ví dụ 4*: Cần phải xây dựng một hố ga, dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $V(m^3)$, hệ số k cho trước (k- tỉ số giữa chiều cao của hố và chiều rộng của đáy). Hãy xác định các kích thước của đáy để khi xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?**

***Lời giải*** : Gọi x, y, h (x, y, h > 0) lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hố ga.

Ta có: $k = \frac{h}{x} \Leftrightarrow h = kx$



*Hình 2.18*

và $V = xyh \Leftrightarrow y = \frac{V}{xh} = \frac{V}{kx^2}$

Nên diện tích toàn phần của hố ga là:

$$S = xy + 2yh + 2xh = \frac{(2k+1)V}{kx} + 2kx^2.$$

Áp dụng Đạo hàm ta có S nhỏ nhất khi $x = \sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}$. Khi đó

$y = 2\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}}$, $h = \sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

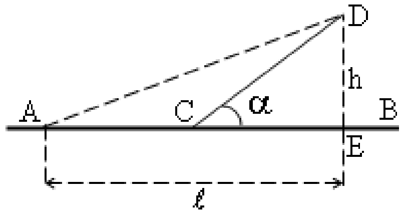
***Ví dụ 5*: Từ cảng A dọc theo đường sắt AB cần phải xác định một trạm trung chuyển hàng hóa C và xây dựng một con đường từ C đến D. Biết rằng vận tốc trên đường sắt là $v_1$ và trên đường bộ là $v_2$ ($v_1 < v_2$). Hãy xác định phương án chọn địa điểm C để thời gian vận chuyển hàng từ cảng A đến cảng D là ngắn nhất?**

***Lời giải* :** Gọi t là thời gian vận chuyển hàng hóa từ cảng A đến cảng D.

Ta có:

$$t = \frac{AC}{v_1} + \frac{CD}{v_2} = \frac{AE - CE}{v_1} + \frac{CD}{v_2} =$$

$$= \frac{\ell - \dfrac{h}{\tan\alpha}}{v_1} + \frac{\dfrac{h}{\sin\alpha}}{v_2} = \frac{\ell - h.\cot\alpha}{v_1} - \frac{h}{v_2\sin\alpha}$$



*Hình 2.20*

Xét hàm số:

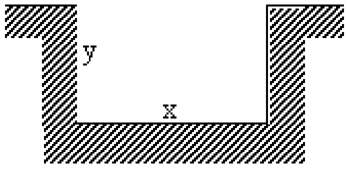
$$t(\alpha) = \frac{\ell - h.\cot\alpha}{v_1} - \frac{h}{v_2\sin\alpha}.$$

Ứng dụng Đạo hàm ta được $t(\alpha)$ nhỏ nhất khi $\cos\alpha = \frac{v_2}{v_1}$. Vậy để t nhỏ nhất ta chọn C sao cho $\cos\alpha = \frac{v_2}{v_1}$.

***Ví dụ 6*****: Trong lĩnh vực thuỷ lợi, cần phải xây dựng nhiều mương dẫn nước dạng "Thuỷ động học" (Ký hiệu diện tích tiết diện ngang của mương là S, $\ell$ là độ dài đường biên giới hạn của tiết diện này, $\ell$ - đặc trưng cho khả năng thấm nước của mương; mương được gọi là có dạng thuỷ động học nếu với S xác định, $\ell$ là nhỏ nhất). Cần xác định các kích thước của mương dẫn nước như thế nào để có dạng thuỷ động học? (nếu mương dẫn nước có tiết diện ngang là hình chữ nhật)**

***Lời giải*** **:** Gọi x, y lần lượt là chiều rộng, chiều cao của mương. Theo bài ra ta có:

$$S = xy;\ \ell = 2y + x = \frac{2S}{x} + x.$$



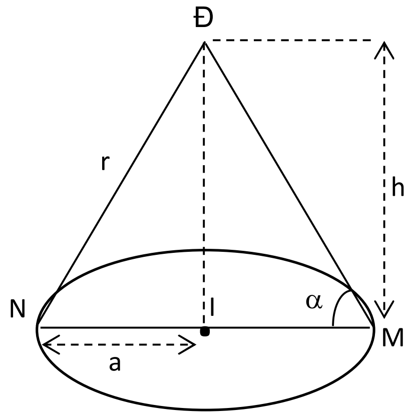
Xét hàm số $\ell(x) = \dfrac{2S}{x} + x$.

Ta có $\ell'(x) = \dfrac{-2S}{x^2} + 1 = \dfrac{x^2 - 2S}{x^2}$.

$\ell'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2S = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2S}$, khi đó $y = \dfrac{S}{x} = \sqrt{\dfrac{S}{2}}$.

Dễ thấy với x, y như trên thì mương có dạng thuỷ động học, vậy các kích thước của mương là $x = \sqrt{2S}$, $y = \sqrt{\dfrac{S}{2}}$ thì mương có dạng thuỷ động học.

***Ví dụ 7*: Cần phải đặt một ngọn điện ở phía trên và chính giữa một cái bàn hình tròn có bán kính a. Hỏi phải treo ở độ cao bao nhiêu để mép bàn được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng C được biểu thị bởi công thức $C = k\dfrac{\sin\alpha}{r^2}$ ($\alpha$ là góc nghiêng giữa tia sáng và mép bàn, k - hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng).**




*Hình 2.22*

***Lời giải***: Gọi h là độ cao của đèn so với mặt bàn (h > 0). Các ký hiệu r, M, N, Đ, I như *Hình 2.22*.

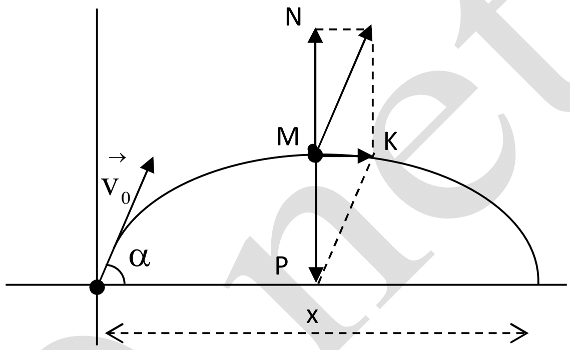
Ta có $\sin\alpha = \dfrac{h}{r}$ và $h^2 = r^2 - a^2$, suy ra cường độ sáng là:

$$C = C(r) = k\frac{\sqrt{r^2 - a^2}}{r^3} \quad (r > a).$$

Ứng dụng Đạo hàm ta có C lớn nhất khi và chỉ khi $r = a.\sqrt{\frac{3}{2}}$, khi đó $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

***Ví dụ 8*: Một vật được ném lên trời xuyên góc $\alpha$ so với phương nằm ngang, vận tốc ban đầu $v_0 = 9$ m/s.**

**a) Tính độ cao nhất của vật trên quỹ đạo và xác định thời điểm mà nó đạt được độ cao đó ($g = 10m/s^2$)**



*Hình 2.23*

**b) Xác định góc $\alpha$ để tầm ném cực đại.**

***Lời giải*:**

a) Véc tơ $\vec{v_0}$ được phân tích thành tổng của hai véc tơ theo hai phương vuông góc với nhau (phương ngang và phương thẳng đứng) (*Hình 2.23*). Vật cao nhất khi $\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{MP}$, trong đó $|\overrightarrow{MP}| = gt$ (1), $MN^2 = v_0^2 - MK^2$.

Suy ra $MN^2 = v_0^2 - v_0^2\cos^2\alpha$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow g^2t^2 = v_0^2(1-\cos^2\alpha) \Leftrightarrow t = \frac{v_0\sin\alpha}{g}$.

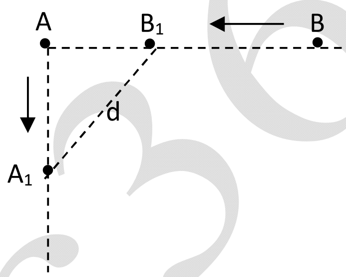
Vậy h lớn nhất khi và chỉ khi $t = \frac{v_0\sin\alpha}{g}$ và khi đó:

$$\max h = v_0\sin\alpha\frac{v_0\sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2.\sin^2\alpha}{g}.$$

b) Vì quỹ đạo của vật ném xiên là Parabol nên tầm ném của vật được tính x = MK.2t $= v_0\cos\alpha\, 2\dfrac{v_0\sin\alpha}{g} = \dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$.

Ứng dụng Đạo hàm đối với hàm $f(\alpha) = \dfrac{v_0^2.\sin 2\alpha}{g}$, cho ta tầm ném cực đại khi $\alpha = 45^0$.

***Ví dụ 9*: Hai con tàu đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lý. Đồng thời cả hai tàu cùng khởi hành, một chạy về hướng Nam với 6 hải lý/giờ, còn tàu kia chạy về vị trí hiện tại của tàu thứ nhất với vận tốc 7 hải lý/ giờ. Hãy xác định mà thời điểm mà khoảng cách của hai tàu là lớn nhất?**

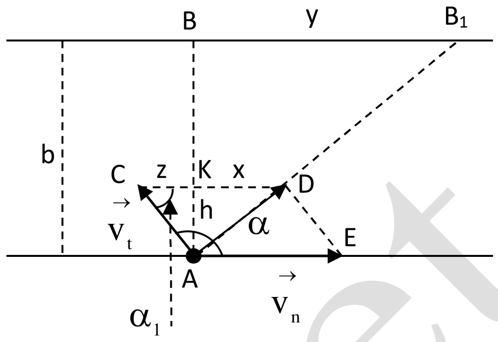



***Lời giải* :** Tại thời điểm t sau khi xuất phát, khoảng cách giữa hai tàu là d.

Ta có $d^2 = AB_1^2 + AA_1^2 = (5 - BB_1)^2 + AA_1^2 = (5 - 7.t)^2 + (6t)^2$

Suy ra d = d(t) $= \sqrt{85t^2 - 70t + 25}$. Áp dụng Đạo hàm ta được d nhỏ nhất khi t $= \dfrac{7}{17}$(giờ), khi đó ta có $d \approx 3{,}25$ (hải lý).

***Ví dụ 10*: Cần phải dùng thuyền để vượt sang bờ đối diện của một dòng sông chảy xiết mà vận tốc của dòng chảy là $v_c$ lớn hơn vận tốc $v_t$ của thuyền. Hướng đi của thuyền phải như thế nào để độ dời theo dòng chảy gây nên là nhỏ nhất?**




*Lời giải bài toán như sau*: Giả sử hướng của thuyền, hướng của dòng nước chảy theo véctơ vận tốc là $\vec{v_t}$, $\vec{v_n}$ (*Hình 2.25*). Gọi góc giữa véctơ vận tốc của thuyền và của dòng nước là $\alpha$, y là độ dời của thuyền do dòng nước chảy, b là khoảng cách giữa hai bờ sông, các ký hiệu x, h, z, $\alpha_1$, A, B, C, D, E, $B_1$, K (*Hình 2.25*).

Ta có $h.v_n = v_t.v_n.\sin\alpha$ (vì cùng bằng diện tích của hình bình hành ACDE)

Nên $h = v_t.\sin\alpha$. Do $\alpha_1 + \alpha = 180^0$ (tổng của hai góc trong cùng phía),

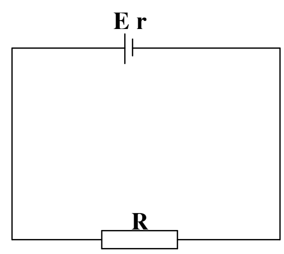
Suy ra $z = -v_t\cos\alpha \Rightarrow x = v_n - (-v_t\cos\alpha) \Rightarrow x = v_n + v_t\cos\alpha$ ($x = CD - z$).

Mặt khác ta có $\frac{x}{y} = \frac{h}{b}$ (Do KD // $BB_1$) $\Leftrightarrow y = \frac{bx}{h} = \frac{b(v_n + v_t\cos\alpha)}{v_t\sin\alpha}$

Xét hàm số $y(\alpha) = b(\cot g\alpha + \frac{v_n}{v_t\sin\alpha})$

Ứng dụng Đạo hàm ta có y nhỏ nhất khi $\cos\alpha = -\frac{v_t}{v_n}$.

***Ví dụ 11*: Một nguồn điện với suất điện động E và điện trở r được nối với một biến trở R. Với giá trị nào**



**của biến trở thì công suất tỏa nhiệt ở mạch ngoài sẽ đạt cực đại?**

***Lời giải*** **:**

Theo công thức: $P = RI^2$ với $I = \dfrac{E}{R+r}$

Suy ra $P = \dfrac{E^2R}{(R+r)^2}$, $(R > 0)$

Áp dụng Đạo hàm ta thu được P lớn nhất khi R = r.

***Ví dụ 12*****:** Viết phương trình phản ứng tạo thành nitơ (IV) ôxít từ nitơ (II) ôxít và ôxy. Hãy xác định nồng độ khí ôxy tham gia phản ứng để phản ứng xảy ra nhanh nhất?

***Lời giải*** :

Phương trình phản ứng: $2NO + O_2 = 2NO_2$

Vận tốc của phản ứng: $v = kx^2y = kx^2(100 - x) = -kx^3 + 100kx^2$ $(0 < x < 100)$

Trong đó x là nồng độ % của khí NO, y là nồng độ % của khí $O_2$, k là hằng số chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ mà không phụ thuộc vào các chất tham gia phản ứng.

Áp dụng Đạo hàm ta thu được v lớn nhất khi x = 66,67%. Lúc này, nồng độ % khí ôxy là y = 33,33%.

***Ví dụ 13*****: Trong một môi trường dinh dưỡng có 1000 vi khuẩn được cấy vào. Bằng thực nghiệm xác định được số lượng vi khuẩn tăng theo thời gian bởi qui luật:** $p(t) = 1000 + \dfrac{100t}{100+t^2}$ **(t là thời gian (đơn vị giờ)).**

Hãy xác định thời điểm sau khi thực hiện cấy vi khuẩn vào, số lượng vi khuẩn tăng lên là lớn nhất?

**Áp dụng Đạo hàm ta thu được P lớn nhất khi t = 10 (giờ).**

## *2. Chủ đề hàm số*

Từ tình huống thực tế cần giải quyết, tiến hành thực nghiệm, thu thập các số liệu từ đó lập ra hàm số sau đó khảo sát hàm số tm ra phương án tối ưu cho vấn đề cần giải quyết.

*Ví dụ 1*: **(đo chiều cao của cổng parabol ) (SGK BAN KHTN)**

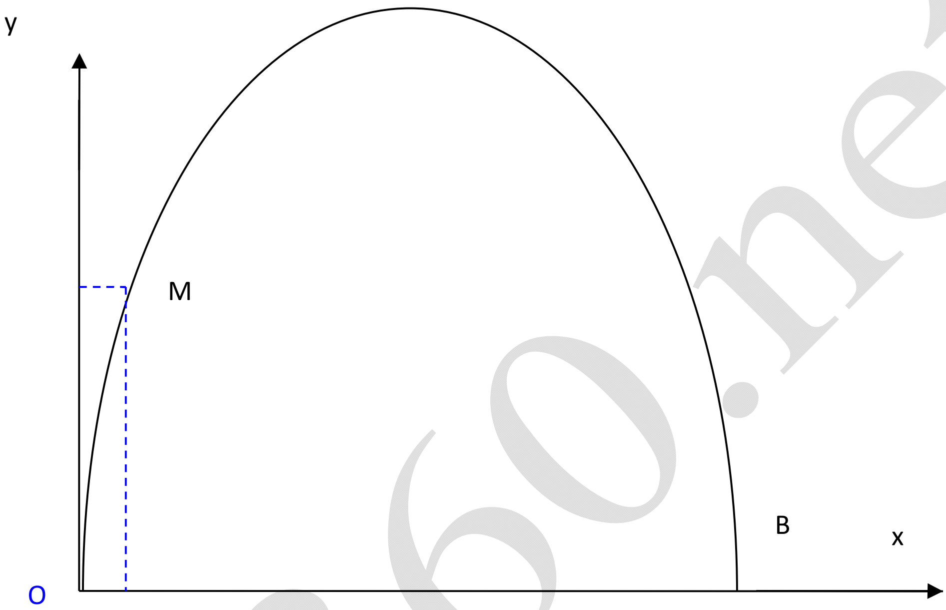
**Khi du lịch đến thành phố Lui (Mĩ) ta sẽ thấy một cái cổng lớn dạng Parabol bề lừm quay xuống dưới. Đó là cổng Acxơ ( hình vẽ ) .**

**Làm thế nào để tính chiều cao của cổng? (khoảng cách từ điểm cao nhất của cổng đến mặt đất)**

**Vấn đề đặt ra**:

Tính chiều cao của cổng khi ta không thể dùng dụng cụ đo đạc để đo trực tiếp. Cổng dạng Parabol có thể xem là đồ thị của hàm số bậc hai, chiều cao của cổng tương ứng với đỉnh của Parabol. Do đó vấn đề được giải quyết nếu ta biết hàm số bậc hai nhận cổng làm đồ thị

Đơn giản vấn đề : chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ O trùng một chân của cổng (như hỡnh vẽ)




Như vậy vấn đề được giải quyết nếu ta biết hàm số bậc hai nhận cổng Acxơ làm đồ thị .

**Phương án giải quyết :**

Ta biết hàm số bậc hai có dạng: $y = ax^2 + bx + c$. Do vậy muốn biết được đồ thị hàm số nhận cổng làm đồ thị thì ta cần biết ít nhất tọa độ của 3 điểm nằm trên đồ thị chẳng hạn O,B ,M

Rỏ ràng O(0,0); M(x,y); B(b,0). Ta phải tiến hành đo đạc để nắm số liệu cần thiết.

Đối với trường hợp này ta cần đo: khoảng cách giữa hai chân cổng, và một điểm M bất kỳ chẳng hạn b = 162, x = 10, y = 43

Ta viết được hàm số bậc hai lúc này là : $\mathbf{y} = \frac{-43}{1320}\mathbf{x}^2 + \frac{3483}{700}\mathbf{x}$

Đỉnh S(81m;185,6m)

**Vậy trong trường hợp này cổng cao 185,6m. Trên thực tế cổng Acxơ cao 18**

***Ví dụ 2*: ( Xây dựng cây cầu)**

**Một con sông rộng 500m, để tạo điều kiện cho người dân hai bờ sông đi lại giao lưu buôn bán, người ta cho cây cầu bắt qua sông: bề dày của cầu là 10cm, chiều rộng của cầu là 4m, chiều cao tối đa của cầu là 7m so với mặt sông. Hãy ước lượng thể tích bờ sông để xây dựng thân cầu.**

**Vấn đề đặt ra:**

Ước lượng thể tích bê tông để xây dựng thân cầu. Để ước lượng được thế nào thì ta phải xác định hình dạng, đặc điểm của cây cầu.

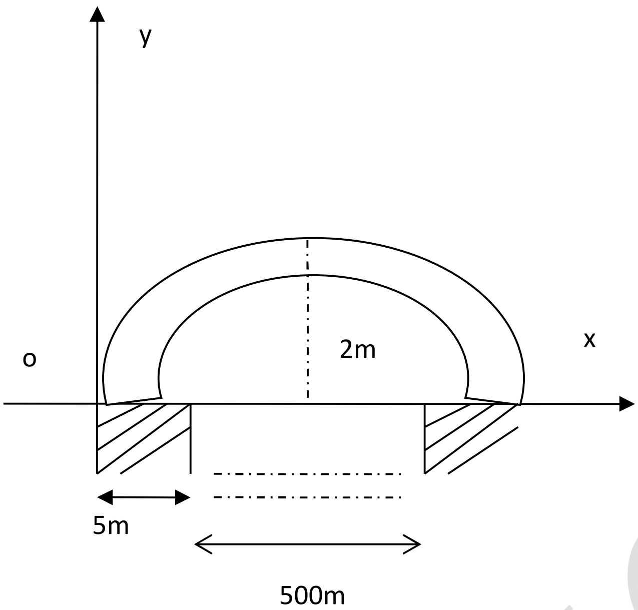
Thông thường người ta làm theo hai phương án.

Phương án 1: xây dựng cầu theo hình dạng parabol

Phương án 2: xây dựng cầu theo dạng đổ bê tông bằng phẳng hay có dạng hình chữ nhật.

Trong hai phương án đó ta chọn ra một phương án hợp lý nhất.

**a.Phương án 1**: **xây dựng cây cầu theo dạng hình parabol, điểm xuất phát cách bờ 5m, điểm cao nhất của cầu cách chân cầu 2m như bản vẽ sau.**




Đơn giản bài toán ta chọn hệ trục toạ độ sao cho gốc toạ độ trùng với chân cầu như hình vẽ O( 0,0), A(255,2), B( 510,0)

Khi đó hàm số

$$y_1 = ax^2 + bx + c$$
$$\Rightarrow y_1 = ax^2 + bx$$
$$\Rightarrow y_2 = ax^2 + bx - \frac{1}{10}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 255^2 a + 255b = 2 \\ 510^2 a + 510b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{255^2} \\ b = \frac{4}{255} \end{cases}$$
$$\Rightarrow y_1 = -\frac{2}{255^2}x^2 + \frac{4}{255}x$$
$$\Rightarrow y_2 = -\frac{2}{255^2}x^2 + \frac{4}{255}x - \frac{1}{10}$$

Diện tích chiều dày S của thân cầu là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y_1$, $y_2$ và trục Ox.

Vỡ lý do đối xứng nên ta chỉ tính diện tích $S_1$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y_1$, $y_2$ và trục Ox trong khoảng (0;255).

$$S = 2S_1 = 2\left(\int_0^{0,1}\left(\frac{-2}{255^2}x^2 + \frac{4}{255}x\right)dx + \int_{0,1}^{255}\frac{1}{10}dx\right)$$

$$= 2\left(\left(\frac{-2}{3.255^2}x^3 + \frac{4}{2.255}x^2\right)\Bigg|_0^{0,1} + \frac{1}{10}x\Bigg|_{0,1}^{255}\right)$$

$$= 50,89 \approx 51m^2$$

Với cây cầu có bề dày không đổi nên ta có thể xem thể tích của cây cầu là tích của diện tích chiều dày  thân cầu và độ rộng của cầu

Suy ra $V = 4S = 204m^3$ $V = 4S = 204m^3$

Vậy thể tích vữa cần dùng là 204 mét khối

**b.Phương án 2: xây dựng cầu theo dạng đổ bê tông bằng phẳng hay có dạng hình chữ nhật.**

Thể tích khối cầu lúc này là :

V = 4.0,1.510 = 204 $m^3$

Vậy thể tích bê tông cần dùng theo phương án  này vẫn là 204 mét khối.

Do vậy trong thực tế tùy theo yêu cầu mà người ta chọn một trong hai phương án trên. Nếu ta quan tâm đến tính thẩm mĩ nên chọn làm cầu dạng Parabol .

***Ví dụ 3*: ( bài toán máy bơm )**

**Một hộ gia đình có ý định mua một cái máy bơm để phục vụ cho việc tưới tiêu vào mùa hạ. Khi đến cửa hàng thỡ được ông chủ giới thiệu về hai loại máy bơm có lưu lượng nước trong một giờ và chất lượng máy là như nhau.**

**Máy thứ nhất giá 1.500.000đ và trong một giờ tiêu thụ hết 1,2kW.**

**Máy thứ hai giá 2.000.000đ và trong một giờ tiêu thụ hết 1kW**

**Theo bạn người nông dân nên chọn mua loại máy nào để đạt hiệu quả kinh tế cao.**

**Vấn đề đặt ra:** Chọn máy bơm trong hai loại để mua sao cho hiệu quả kinh tế là cao nhất. Như vậy ngoài giá cả ta phải quan tâm đến hao phí khi sử dụng máy nghĩa là chi phí cần chi trả khi sử dụng máy trong một khoảng thời gian nào đó.

**Phương án giải quyết:**

Giã sử giá tiền điện hiện nay là: 1000đ/1KW.

Vậy trong x giờ số tiền phải trả khi sử dụng máy thứ nhất là:

$$f(x)=1500 + 1,2x \text{ (ngàn đồng)}$$

Số tiền phải chi trả cho máy thứ 2 trong x giờ là:

$$g(x) = 2000 + x \text{ (ngàn đồng)}$$

Ta thấy rằng chi phí trả cho hai máy sử dụng là như nhau sau khoảng thời gian $x_0$ là nghiệm phương trình

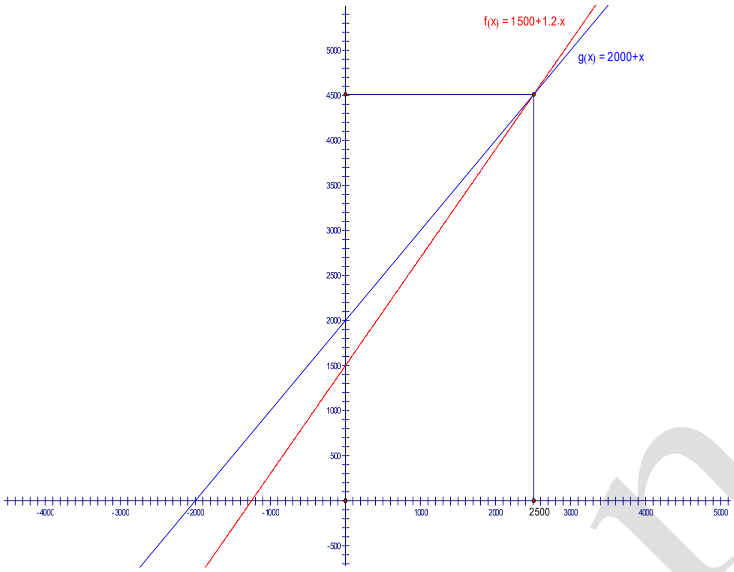
$$f(x) = g(x)$$

$$\Leftrightarrow 1500+1,2x = 2000+x$$

$$\Leftrightarrow 0,2x = 500$$

$$\Leftrightarrow x = 2500\text{(giờ)}$$

Ta có đồ thị của hai hàm f( x) và g(x) như sau:




Quan sát đồ thị ta thấy rằng: ngay sau khi sử dụng 2500 giờ tức là nếu mỗi ngày dùng 4 tiếng  tức là không quá 2 năm thì máy thứ 2 chi phí sẽ thấp hơn rấtnhiều nên chọn mua máy thứ hai thì hiệu quả kinh tế sẽ cao hơn.

Trường hợp 1: nếu thời gian sử dụng máy ít hơn 2 năm thì mua máy thứ nhất sẽ tiết kiệm hơn.

Trường hợp 2: nếu thời gian sử dụng nhiều hơn hoặc bằng hai năm thì mua máy thứ 2.

Nhưng trong thực tế một máy bơm có thể sử dụng được thời gian khá dài. Do vậy trong trường hợp này người nông dân nên mua máy thứ hai

***Ví dụ 3*: (thiết kế hộp đựng bột trẻ em)**

**Một nhà sản xuất bột trẻ em cần thiết kế bao bì mới cho một loại sản phẩm mới của nhà máy thể tích 1dm$^3$. Nếu bạn là nhân viên thiết kế bạn sẽ làm như thế nào để nhà máy chọn bản thiết kế của bạn.**