

CHUYÊN ĐỀ

TÍCH CỦA HAI VECTO VỚI MỘT SỐ

§3 TÍCH CỦA MỘT VECTO VỚI MỘT SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa: Tích của vector \vec{a} với số thực $k \neq 0$ là một vector, kí hiệu là $k\vec{a}$, cùng hướng với cùng hướng với \vec{a} nếu $k > 0$, ngược hướng với \vec{a} nếu $k < 0$ và có độ dài bằng $|k||\vec{a}|$

Quy ước: $0\vec{a} = \vec{0}$ và $k\vec{0} = \vec{0}$

2. Tính chất :

- i) $(k + m)\vec{a} = k\vec{a} + m\vec{a}$ ii) $k(\vec{a} \pm \vec{b}) = k\vec{a} \pm k\vec{b}$
iii) $k(m\vec{a}) = (km)\vec{a}$ iv) $k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \\ \vec{a} = \vec{0} \end{cases}$
v) $1\vec{a} = \vec{a}, (-1)\vec{a} = -\vec{a}$

3. Điều kiện để hai vector cùng phương

- \vec{b} cùng phương \vec{a} ($\vec{a} \neq \vec{0}$) khi và chỉ khi có số k thỏa $\vec{b} = k\vec{a}$
- Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là có số k sao cho $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$

4. Phân tích một vector theo hai vector không cùng phương.

Cho \vec{a} không cùng phương \vec{b} . Với mọi vector \vec{x} luôn được biểu diễn $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b}$ với m, n là các số thực duy nhất.

Câu 1: Chọn phát biểu *sai*?

- A. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}, k \neq 0$.
B. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{BC}, k \neq 0$.
C. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}, k \neq 0$.
D. Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\exists k \in \mathbb{R}, k \neq 0$ sao cho $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và trọng tâm G . Khi đó $\overrightarrow{GA} =$

- A. $2\overrightarrow{GM}$. B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{GM}$. C. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

Lời giải

Chọn C.

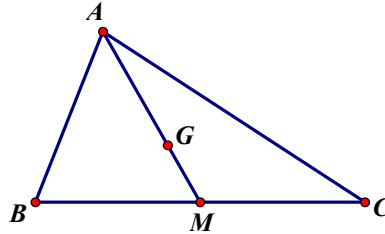
D. Đúng do $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) = 2\overrightarrow{BC} + \vec{0} = 2\overrightarrow{BC}$.

Câu 9: Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Đẳng thức vector nào sau đây đúng?

- A. $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG}$. B. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AG}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{GM}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $AM = \frac{3}{2}AG$

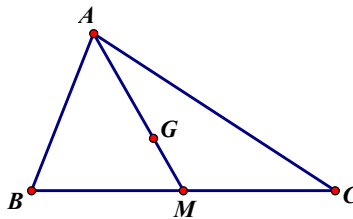
Mặt khác \overrightarrow{AM} và \overrightarrow{AG} cùng hướng $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG}$ hay $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG}$.

Câu 10: Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Câu nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$. B. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GA}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AG}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AM}$.

Lời giải

Chọn A.



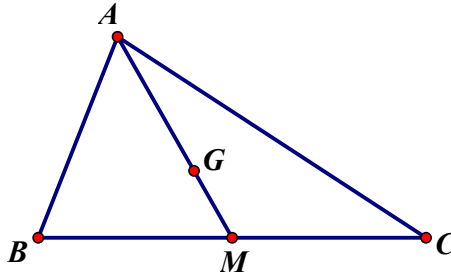
Do M là trung điểm của BC nên ta có: $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$.

Câu 11: Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì đẳng thức nào sau đây đúng.

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}$.
 C. $\overrightarrow{AG} = \frac{3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{2}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm của BC nên ta có

$$\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AM}$$

$$\text{Mà } \overline{AM} = \frac{3}{2}\overline{AG} \Rightarrow \overline{AB} + \overline{AC} = 2 \cdot \frac{3}{2}\overline{AG} = 3\overline{AG} \Rightarrow \overline{AG} = \frac{\overline{AB} + \overline{AC}}{3}.$$

Câu 12: Điều kiện nào dưới đây là điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB .

A. $OA = OB$.

B. $\overline{OA} = \overline{OB}$.

C. $\overline{AO} = \overline{BO}$.

D. $\overline{OA} + \overline{OB} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D.

Điểm O là trung điểm của đoạn AB khi và chỉ khi $OA = OB$; \overline{OA} và ngược hướng.

Vậy $\overline{OA} + \overline{OB} = \vec{0}$.

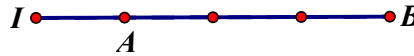
Câu 13: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ bên:

A. $3\overline{AI} + \overline{AB} = \vec{0}$.

B. $3\overline{IA} + \overline{IB} = \vec{0}$.

C. $\overline{BI} + 3\overline{BA} = \vec{0}$.

D. $\overline{AI} + 3\overline{AB} = \vec{0}$.



Lời giải

Chọn A.

Ta có $AB = 3AI$; \overline{AI} và \overline{AB} ngược hướng nên $\overline{AB} = -3\overline{AI} \Leftrightarrow 3\overline{AI} + \overline{AB} = \vec{0}$

Vậy $3\overline{AI} + \overline{AB} = \vec{0}$.

Câu 14: Cho tam giác ABC có trung tuyến BM và trọng tâm G . Khi đó $\overline{BG} =$

A. $\overline{BA} + \overline{BC}$.

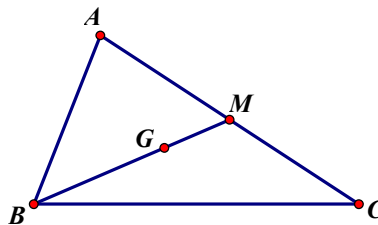
B. $\frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{BC})$.

C. $\frac{1}{3}\overline{BA} + \overline{BC}$.

D. $\frac{1}{3}(\overline{BA} + \overline{BC})$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có

$$\overline{BG} = \frac{2}{3}\overline{BM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{BC}) = \frac{1}{3}(\overline{BA} + \overline{BC}).$$

Câu 15: Gọi CM là trung tuyến của tam giác ABC và D là trung điểm của CM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

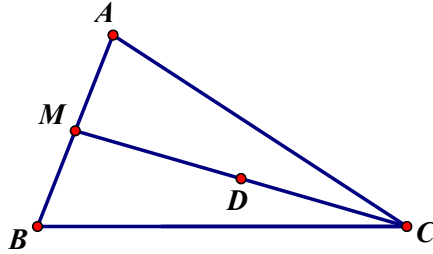
A. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

Lời giải



Chọn A.

Ta có

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DM} + 2\overrightarrow{DC} = 2(\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{DC}) = 2\vec{0} = \vec{0}.$$

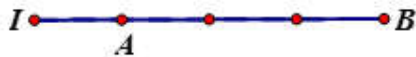
Câu 16: Cho đoạn thẳng AB và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IA} = \vec{0}$. Hình nào sau đây mô tả đúng giả thiết này?



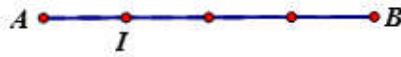
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IB} = -3\overrightarrow{IA}$.

Do đó $IB = 3.IA$; \overrightarrow{IA} và \overrightarrow{IB} ngược hướng. Chọn Hình 4.

Câu 17: Cho tam giác ABC có D, M lần lượt là trung điểm của AB, CD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

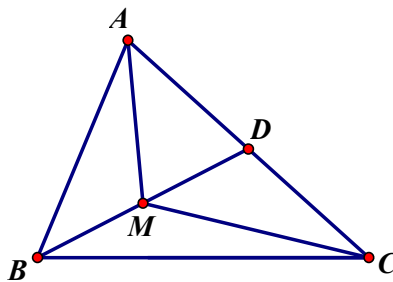
B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có

$$\overline{MA} + \overline{MC} + 2\overline{MB} = 2\overline{MD} + 2\overline{MB} = 2(\overline{MD} + \overline{MB}) = 2\vec{0} = \vec{0}.$$

Câu 18: Cho vector $\vec{b} \neq \vec{0}$, $\vec{a} = -2\vec{b}$, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hai vector \vec{b} và \vec{c} bằng nhau. B. Hai vector \vec{b} và \vec{c} ngược hướng.
 C. Hai vector \vec{b} và \vec{c} cùng phương. D. Hai vector \vec{b} và \vec{c} đối nhau.

Lời giải

Chọn A.

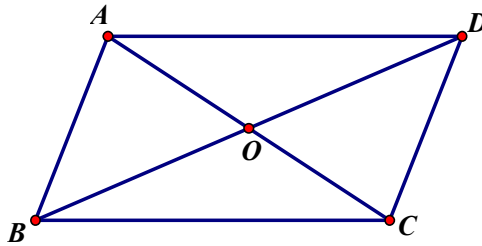
Ta có $\vec{a} = -2\vec{b} \Rightarrow \vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = -2\vec{b} + \vec{b} = -\vec{b}$.

Vậy hai vector \vec{b} và \vec{c} đối nhau.

Câu 19: Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức **sai**?

- A. $\overline{OB} - \overline{OD} = 2\overline{OB}$. B. $\overline{AC} = 2\overline{AO}$. C. $\overline{CB} + \overline{CD} = \overline{CA}$. D. $\overline{DB} = 2\overline{BO}$.

Lời giải



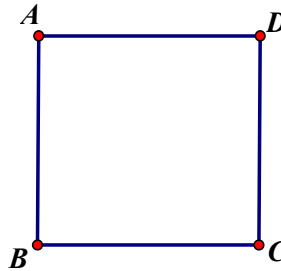
Chọn D.

Ta có $\overline{DB} = 2\overline{OB}$. **Chọn D.**

Câu 20: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $a\sqrt{2}$. Tính $S = |2\overline{AD} + \overline{DB}|$?

- A. $A = 2a$. B. $A = a$. C. $A = a\sqrt{3}$. D. $A = a\sqrt{2}$.

Lời giải



Chọn A.

Ta có

$$S = |2\overline{AD} + \overline{DB}| = |\overline{AD} + \overline{AD} + \overline{DB}| = |\overline{AD} + \overline{AB}| = |\overline{AC}| = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2a.$$

Câu 21: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ bên:

- A. $2\overline{AI} + 3\overline{AB} = \vec{0}$. B. $3\overline{BI} + 2\overline{BA} = \vec{0}$. C. $2\overline{IA} + 3\overline{IB} = \vec{0}$. D. $2\overline{BI} + 3\overline{BA} = \vec{0}$.



Lời giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{BA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$; \overrightarrow{BI} và \overrightarrow{BA} ngược hướng nên $\overrightarrow{BA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$

$$\overrightarrow{BA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BI} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$$

Vậy $2\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

Câu 22: Cho tam giác ABC và I thỏa $\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{IB}$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?

- A.** $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})$. **C.** $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{CB})$. **D.** $\overrightarrow{CI} = 3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CI} = 3(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CI}) \Leftrightarrow 2\overrightarrow{CI} = 3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA})$.

Câu 23: Phát biểu nào là sai?

- A.** Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ thì $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì A, B, C, D thẳng hàng.
C. Nếu $3\overrightarrow{AB} + 7\overrightarrow{AC} = \vec{0}$ thì A, B, C thẳng hàng. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn B.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì $\begin{cases} AB // CD \\ AB \equiv CD \end{cases}$. Nên Đáp án B SAI.

Câu 24: Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ lần lượt có trọng tâm là G và G' . Đẳng thức nào sau đây là sai?

- A.** $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$. **B.** $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'}$.
C. $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'}$. **D.** $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C}$.

Lời giải

Chọn D.

Do G và G' lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và $A'B'C'$ nên

$$\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0} \text{ và } \overrightarrow{A'G'} + \overrightarrow{B'G'} + \overrightarrow{C'G'} = \vec{0}$$

- A.** $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{GG'}$.
B. $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'} = (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{GG'}$.
C. $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'} = (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{GG'}$.
D. $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = (\overrightarrow{A'G'} + \overrightarrow{B'G'} + \overrightarrow{C'G'}) + (\overrightarrow{G'A} + \overrightarrow{G'B} + \overrightarrow{G'C}) = \vec{0} + 3\overrightarrow{G'G}$ (**SAI**).

Câu 25: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

- A.** $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 6\vec{b}$. **B.** $-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $2\vec{a} + \vec{b}$.
C. $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$. **D.** $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b} = -\left(-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}\right)$ nên chọn Đáp án C.

Câu 26: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây là cùng phương?

A. $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$.

B. $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$.

C. $\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - 9\vec{b}$.

D. $\vec{u} = 2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ và $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} = -\frac{1}{6}\left(2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}\right) = -\frac{1}{6}\vec{u}$.

Hai vectơ \vec{u} và \vec{v} là cùng phương.

Câu 27: Biết rằng hai vectơ \vec{a} và \vec{b} không cùng phương nhưng hai vectơ $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương nên có tỉ lệ: $\frac{1}{2} = \frac{x-1}{-3} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$.

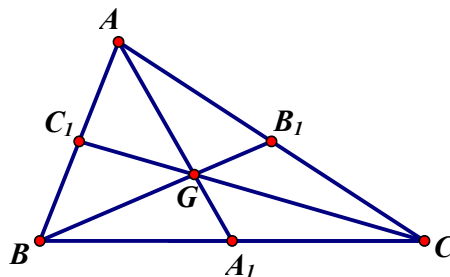
Câu 28: Cho tam giác ABC , có trọng tâm G . Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chọn khẳng định sai?

A. $\vec{GA}_1 + \vec{GB}_1 + \vec{GC}_1 = \vec{0}$.

B. $\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG} = \vec{0}$.

C. $\vec{AA}_1 + \vec{BB}_1 + \vec{CC}_1 = \vec{0}$.

D. $\vec{GC} = 2\vec{GC}_1$.



Lời giải

Chọn D.

Ta có $\vec{GC} = -2\vec{GC}_1$ nên $\vec{GC} = 2\vec{GC}_1$ sai.

Chọn D.

Câu 29: Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\vec{AG} = \frac{3(\vec{AB} + \vec{AC})}{2}$.

B. $\vec{AG} = \frac{\vec{AB} + \vec{AC}}{3}$.

C. $\vec{AG} = \frac{2(\vec{AB} + \vec{AC})}{3}$.

D. $\vec{AG} = \frac{\vec{AB} + \vec{AC}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{3}.$$

Câu 30: Cho \vec{a}, \vec{b} không cùng phương, $\vec{x} = -2\vec{a} + \vec{b}$. Vectơ cùng hướng với \vec{x} là:

- A.** $2\vec{a} - \vec{b}$. **B.** $-\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$. **C.** $4\vec{a} + 2\vec{b}$. **D.** $-\vec{a} + \vec{b}$.

Lời giải

Chọn B.

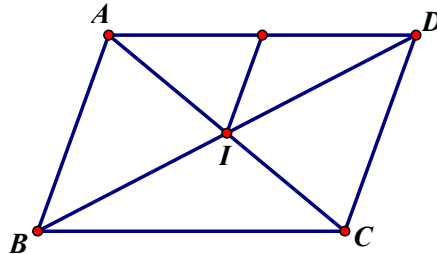
$$\text{Ta có } -\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} = \frac{1}{2}(-2\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2}\vec{x}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 31: Cho hình bình hành $ABCD$, điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$. Khi đó M là trung điểm của:

- A.** AB . **B.** BC . **C.** AD . **D.** CD .

Lời giải

Chọn C.



$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{AB}.$$

Vậy M là trung điểm của AD .

Câu 32: Cho tam giác ABC , tập hợp các điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 6$ là:

- A.** một đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC .
B. đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác ABC và bán kính bằng 6.
C. đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác ABC và bán kính bằng 2.
D. đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác ABC và bán kính bằng 18.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Gọi } G \text{ là trọng tâm của tam giác } ABC, \text{ ta có } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}.$$

Thay vào ta được: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 6 \Leftrightarrow |3\overrightarrow{MG}| = 6 \Leftrightarrow MG = 2$, hay tập hợp các điểm M là đường tròn có tâm là trọng tâm của tam giác ABC và bán kính bằng 2.

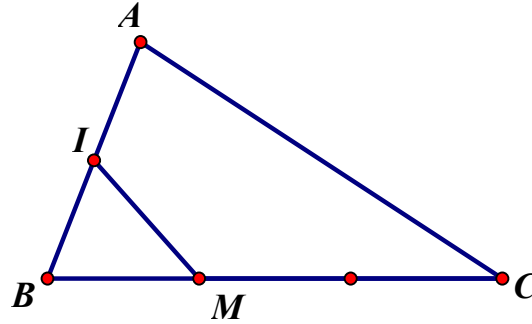
Câu 33: Cho tam giác ABC , điểm I thỏa mãn: $5\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$. Nếu $\overrightarrow{IA} = m\overrightarrow{IM} + n\overrightarrow{IB}$ thì cặp số $(m; n)$ bằng:

- A.** $(\frac{3}{5}; \frac{2}{5})$. **B.** $(\frac{2}{5}; \frac{3}{5})$. **C.** $(-\frac{3}{5}; \frac{2}{5})$. **D.** $(\frac{3}{5}; -\frac{2}{5})$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có



Ta có

$$\overline{IM} = \overline{IB} + \overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{3}(\overline{AC} - \overline{AB}) = \frac{1}{6}\overline{AB} - \frac{1}{3}\overline{AC}.$$

Câu 37: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

A. $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$.

B. $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$.

D. $\frac{1}{2}\vec{a} + \sqrt{2}\vec{b}$ và $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

D. $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 100\vec{b}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} = -\frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b})$ nên chọn **A**.

Câu 38: Cho tam giác ABC có N thuộc cạnh BC sao cho $BN = 2NC$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overline{AN} = \frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$.

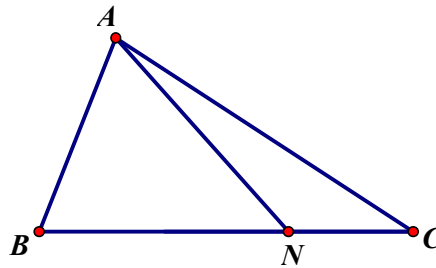
B. $\overline{AN} = -\frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$.

C. $\overline{AN} = \frac{1}{3}\overline{AB} - \frac{2}{3}\overline{AC}$.

D. $\overline{AN} = \frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có

$$\overline{AN} = \overline{AB} + \overline{BN} = \overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{BC} = \overline{AB} + \frac{2}{3}(\overline{BA} + \overline{AC}) = \overline{AB} - \frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC} = \frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}.$$

Câu 39: Cho hai điểm cố định A, B ; gọi I là trung điểm AB . Tập hợp các điểm M thoả:

$$|\overline{MA} + \overline{MB}| = |\overline{MA} - \overline{MB}| \text{ là:}$$

A. Đường tròn đường kính AB .

B. Trung trực của AB .

C. Đường tròn tâm I , bán kính AB .

D. Nửa đường tròn đường kính AB .

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } |\overline{MA} + \overline{MB}| = |\overline{MA} - \overline{MB}| \Leftrightarrow |2\overline{MI}| = |\overline{BA}| \Leftrightarrow 2MI = BA \Leftrightarrow MI = \frac{BA}{2}$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính AB .

Câu 40: Tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = 2$. Độ dài vectơ $4\overline{AB} - \overline{AC}$ bằng:

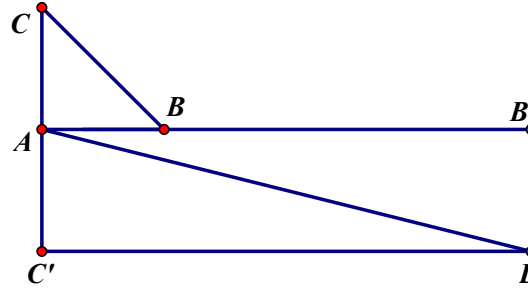
A. $\sqrt{17}$.

B. $2\sqrt{15}$.

C. 5.

D. $2\sqrt{17}$.

Lời giải



Chọn D.

Vẽ $\overline{AB'} = 4\overline{AB}$; $\overline{AC'} = -\overline{AC}$. Vẽ hình bình hành $AC'DB'$

$$\text{Ta có: } |4\overline{AB} - \overline{AC}| = |\overline{AB'} + \overline{AC'}| = |\overline{AD}| = AD$$

$$\text{Do đó } AD = \sqrt{AB'^2 + AC'^2} = \sqrt{8^2 + 2^2} = 2\sqrt{17}.$$

Câu 41: Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh AB sao cho $AM = 3MB$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

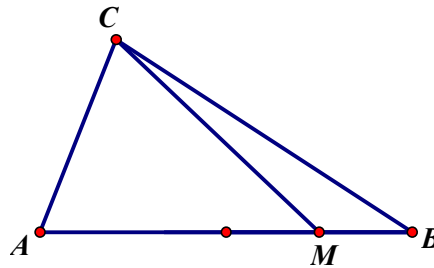
A. $\overline{CM} = \frac{1}{4}\overline{CA} + \frac{3}{4}\overline{CB}$.

B. $\overline{CM} = \frac{7}{4}\overline{CA} + \frac{3}{4}\overline{CB}$.

C. $\overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{CA} + \frac{3}{4}\overline{CB}$.

D. $\overline{CM} = \frac{1}{4}\overline{CA} - \frac{3}{4}\overline{CB}$.

Lời giải



Chọn A.

$$\text{Ta có } \overline{CM} = \overline{CA} + \overline{AM} = \overline{CA} + \frac{3}{4}\overline{AB} = \overline{CA} + \frac{3}{4}(\overline{AC} + \overline{CB}) = \frac{1}{4}\overline{CA} + \frac{3}{4}\overline{CB}.$$

Câu 42: Cho tam giác ABC có N thuộc cạnh BC sao cho $BN = 2NC$ và I là trung điểm của AB . Đẳng thức nào sau đây đúng?

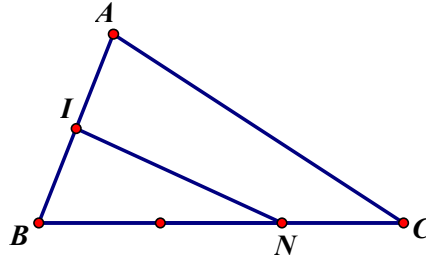
A. $\overline{NI} = -\frac{1}{6}\overline{AB} - \frac{2}{3}\overline{AC}$.

B. $\overline{NI} = \frac{1}{6}\overline{AB} - \frac{2}{3}\overline{AC}$.

C. $\vec{NI} = \frac{2}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$.

D. $\vec{NI} = -\frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$.

Lời giải



Chọn B.

Ta có $\vec{NI} = \vec{BI} - \vec{BN} = -\frac{1}{2}\vec{AB} - \frac{2}{3}\vec{BC} = -\frac{1}{2}\vec{AB} - \frac{2}{3}(\vec{AC} - \vec{AB}) = \frac{1}{6}\vec{AB} - \frac{2}{3}\vec{AC}$.

Câu 43: Cho tam giác ABC có I, D lần lượt là trung điểm AB, CI , điểm N thuộc cạnh BC sao cho $BN = 2NC$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\vec{AN} = \vec{DN}$. B. $\vec{AN} = 2\vec{DN}$. C. $\vec{AN} = 3\vec{DN}$. D. $\vec{AD} = 4\vec{DN}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi K là trung điểm BN .

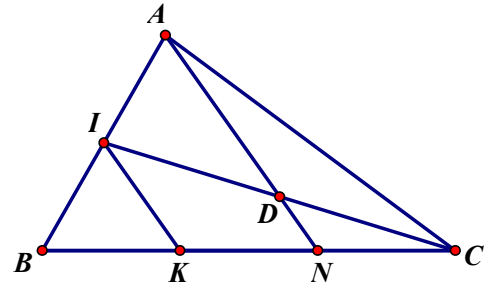
Xét $\triangle CKI$ ta có

$$\begin{cases} DN // IK \\ DN = \frac{1}{2}IK \end{cases} \Rightarrow \vec{DN} = \frac{1}{2}\vec{IK} \quad (1)$$

Xét $\triangle ABN$ ta có

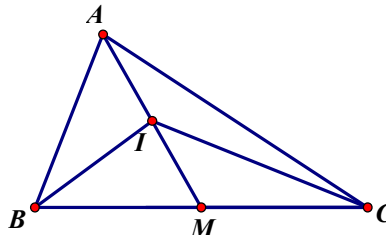
$$\begin{cases} AN // IK \\ AN = \frac{1}{2}IK \end{cases} \Rightarrow \vec{AN} = 2\vec{IK} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\vec{AN} = 2\vec{IK} = 2 \cdot 2\vec{DN} = 4\vec{DN}$.



Câu 44: Cho tam giác ABC có trung tuyến AM , gọi I là trung điểm AM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

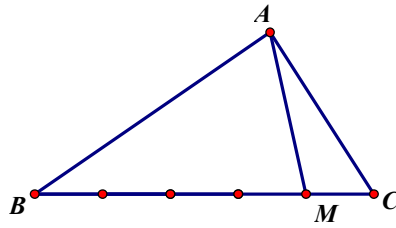
- A. $2\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$. B. $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$.
 C. $2\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = 4\vec{IA}$. D. $\vec{IB} + \vec{IC} = \vec{IA}$.



Lời giải

Chọn A.

Ta có $2\vec{IA} + (\vec{IB} + \vec{IC}) = 2\vec{IA} + 2\vec{IM} = 2(\vec{IA} + \vec{IM}) = 2\vec{0} = \vec{0}$.



Chọn D.

$$\overline{AM} = \overline{AB} + \overline{BM} = \overline{AB} + \frac{4}{5}\overline{BC} = \overline{AB} + \frac{4}{5}(\overline{BA} + \overline{AC}) = \frac{1}{5}\overline{AB} + \frac{4}{5}\overline{AC}.$$

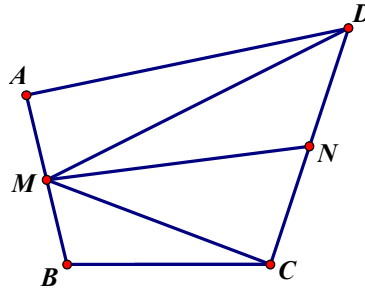
Câu 48: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD của tứ giác $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overline{AC} + \overline{BD} + \overline{BC} + \overline{AD} = 4\overline{MN}.$

B. $4\overline{MN} = \overline{BC} + \overline{AD}.$

C. $4\overline{MN} = \overline{AC} + \overline{BD}.$

D. $\overline{MN} = \overline{AC} + \overline{BD} + \overline{BC} + \overline{AD}.$



Lời giải

Chọn A.

Do M là trung điểm các cạnh AB nên $\overline{MB} + \overline{MA} = \vec{0}$

Do N lần lượt là trung điểm các cạnh DC nên $2\overline{MN} = \overline{MC} + \overline{MD}$

Ta có

$$2\overline{MN} = \overline{MC} + \overline{MD} = \overline{MB} + \overline{BC} + \overline{MA} + \overline{AD} = \overline{AD} + \overline{BC} + (\overline{MA} + \overline{MB}) = \overline{AD} + \overline{BC}.$$

Mặt khác $\overline{AC} + \overline{BD} = \overline{AC} + \overline{BC} + \overline{CD} = \overline{BC} + (\overline{AC} + \overline{CD}) = \overline{BC} + \overline{AD}$

Do đó $\overline{AC} + \overline{BD} + \overline{BC} + \overline{AD} = 4\overline{MN}.$

Câu 49: Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC của tứ giác $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây *sai*?

A. $\overline{AC} + \overline{DB} = 2\overline{MN}.$

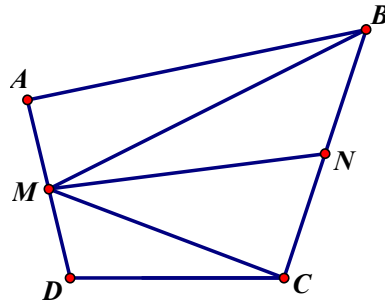
B. $\overline{AC} + \overline{BD} = 2\overline{MN}.$

C. $\overline{AB} + \overline{DC} = 2\overline{MN}.$

D. $\overline{MB} + \overline{MC} = 2\overline{MN}.$

Lời giải

Chọn B.



Do M là trung điểm các cạnh AD nên $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$

Do N lần lượt là trung điểm các cạnh BC nên $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}$. Nên D đúng.

Ta có

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + (\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}.$$

Vậy $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$. Nên C đúng

Mà $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{MN}$. Nên A đúng.

Vậy B sai.

Câu 50: Gọi AN , CM là các trung tuyến của tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.

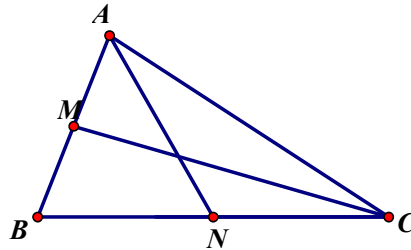
B. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{4}{3}\overrightarrow{CM}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} \Rightarrow \frac{1}{2}\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$$

Suy ra $\overrightarrow{AN} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$

Do đó $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.