

## PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

### I. LÝ THUYẾT

Các phương trình có dạng  $\sin x = m$ ;  $\cos x = m$ ;  $\tan x = m$ ;  $\cot x = m$  được gọi là các **phương trình lượng giác cơ bản**

#### 1. Phương trình $\sin x = m$ (1)

- Trường hợp  $|m| > 1$  thì phương trình (1) vô nghiệm.
- Trường hợp  $|m| \leq 1$  thì phương trình (1) có nghiệm.
- Nếu  $\alpha$  là một nghiệm của phương trình (1) thì nghiệm của phương trình (1) là:

$$\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

**Chú ý:** Với  $|m| \leq 1$  thì PT (1) luôn có duy nhất một nghiệm thuộc đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Nghiệm này kí hiệu là  $\arcsin m$ . Do đó nghiệm của PT (1) là:

$$\begin{cases} x = \arcsin m + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin m + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

- Nếu  $\sin x = \sin \alpha$  thì nghiệm của (1) là  $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$ .

Tổng quát:  $\sin f(x) = \sin g(x)$  thì nghiệm của (1) là  $\begin{cases} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = \pi - g(x) + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$ .

- Nếu  $\sin x = \sin \beta^\circ$  thì nghiệm của (1) là  $\begin{cases} x = \beta^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ - \beta^\circ + k360^\circ \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$ .

#### Đặc biệt

-  $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

-  $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

$$- \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

## 2. Phương trình $\cos x = m$ (2)

- Trường hợp  $|m| > 1$  thì phương trình (2) vô nghiệm.

- Trường hợp  $|m| \leq 1$  thì phương trình (2) có nghiệm.

- Nếu  $\alpha$  là một nghiệm của phương trình (2) thì nghiệm của phương trình (2) là:

$$\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}, \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Chú ý:** Với  $|m| \leq 1$  thì PT (2) luôn có duy nhất một nghiệm thuộc đoạn  $[0; \pi]$ .

Nghiệm này kí hiệu là  $\arccos m$ . Do đó nghiệm của PT (2) là:

$$\begin{cases} x = \arccos m + k2\pi \\ x = -\arccos m + k2\pi \end{cases}, \quad (k \in \mathbb{Z})$$

- Nếu  $\cos x = \cos \alpha$  thì nghiệm của (2) là  $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}, \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Tổng quát:  $\cos f(x) = \cos g(x)$  thì nghiệm của (2) là  $\begin{cases} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = -g(x) + k2\pi \end{cases}, \quad (k \in \mathbb{Z}).$

- Nếu  $\cos x = \cos \beta^\circ$  thì nghiệm của (2) là  $\begin{cases} x = \beta^\circ + k360^\circ \\ x = -\beta^\circ + k360^\circ \end{cases}, \quad (k \in \mathbb{Z}).$

### Đặc biệt

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

## 3. Phương trình $\tan x = m$ (3)

-  $\forall m$  phương trình (3) luôn có nghiệm thỏa điều kiện  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad (k \in \mathbb{Z}).$

- Nếu  $\alpha$  là một nghiệm của phương trình (3) thì nghiệm của phương trình (3) là:  
 $x = \alpha + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

**Chú ý:** Với  $\forall m$  thì PT (3) luôn có duy nhất một nghiệm thuộc đoạn  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

Nghiệm này kí hiệu là  $\arctan m$ . Do đó nghiệm của PT (3) là:

$$x = \arctan m + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

- Nếu  $\tan x = \tan \alpha$  thì nghiệm của (3) là  $x = \alpha + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

Tổng quát:  $\tan f(x) = \tan g(x)$  thì nghiệm của (3) là  $f(x) = g(x) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

- Nếu  $\tan x = \tan \beta^\circ$  thì nghiệm của (3) là  $x = \beta^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Đặc biệt**

$$\tan x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

**4. Phương trình  $\cot x = m$  (4)**

-  $\forall m$  phương trình (4) luôn có nghiệm thỏa điều kiện  $x \neq k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

- Nếu  $\alpha$  là một nghiệm của phương trình (4) thì nghiệm của phương trình (4) là:  
 $x = \alpha + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

**Chú ý:** Với  $\forall m$  thì PT (4) luôn có duy nhất một nghiệm thuộc đoạn  $(0; \pi)$ . Nghiệm này kí hiệu là  $\operatorname{arccot} m$ . Do đó nghiệm của PT (4) là:  $x = \operatorname{arccot} m + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

- Nếu  $\cot x = \cot \alpha$  thì nghiệm của (4) là  $x = \alpha + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

Tổng quát:  $\cot f(x) = \cot g(x)$  thì nghiệm của (4) là  $f(x) = g(x) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

- Nếu  $\cot x = \cot \beta^\circ$  thì nghiệm của (4) là  $x = \beta^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$ .

**Đặc biệt**

$$\cot x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}). \quad \cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\tan f(x) = \cot g(x) \Leftrightarrow \tan f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - g(x)\right)$$

$$\tan f(x) = -\tan g(x) \Leftrightarrow \tan f(x) = \tan(-g(x))$$

hoc360.net

## II. BÀI TẬP MẪU

### TÓM TẮT CÔNG THỨC

$$\begin{aligned} \circ \sin u = \sin v &\Leftrightarrow \begin{cases} u = v + k2\pi \\ u = \pi - v + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}) & \circ \cos u = \cos v &\Leftrightarrow \begin{cases} u = v + k2\pi \\ u = -v + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}) \\ \circ \tan u = \tan v &\Leftrightarrow u = v + k\pi, (k \in \mathbb{Z}) & \circ \cot u = \cot v &\Leftrightarrow u = v + k\pi, (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

### CÁC TRƯỜNG HỢP ĐẶC BIỆT:

$$\begin{aligned} \circ \cos u = 0 &\Leftrightarrow u = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}) & \circ \sin u = 0 &\Leftrightarrow u = k\pi, (k \in \mathbb{Z}) \\ \circ \cos u = 1 &\Leftrightarrow u = k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) & \circ \sin u = 1 &\Leftrightarrow u = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \\ \circ \cos u = -1 &\Leftrightarrow u = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) & \circ \sin u = -1 &\Leftrightarrow u = \frac{-\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

Bài 1: Giải các phương trình sau:

a).  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$       b).  $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3} = 0.$

c).  $3\sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) - 4 = 0$       d).  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

e).  $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$       f).  $\cos\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0$

g).  $2\cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) + 5 = 0$       h).  $2\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$

i).  $2\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{3} = 0$       k).  $\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos x = 0$

l).  $\cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) - \sin 2x = 0$

LỜI GIẢI

a).  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{13\pi}{24} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = \frac{5\pi}{24} + k\pi, x = \frac{13\pi}{24} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

b).  $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{\pi}{4} + \pi + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{19\pi}{24} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = -\frac{\pi}{24} + k2\pi, x = \frac{19\pi}{24} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

c).  $3\sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) - 4 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{4}{3}$

Vì  $-1 \leq \sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Rightarrow$  phương trình vô nghiệm.

d).  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{2} = x + \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{2} = \pi - \left(x + \frac{\pi}{4}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

e).  $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

f).  $\cos\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \cos\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow 5x + \frac{\pi}{3} = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = \frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

g).  $2 \cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) + 5 = 0$

$$\Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) = -\frac{5}{2}. \text{ Vì } -1 \leq \cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) \leq 1 \Rightarrow \text{phương trình vô nghiệm.}$$

h).  $2 \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{2\pi}{3}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{4} = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = -\frac{5\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = \frac{11\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3}, x = -\frac{5\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

i).  $2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{5\pi}{6}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{6} = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

k).  $\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos x \Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos(x + \pi)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{3} = x + \pi + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{3} = -(x + \pi) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

$$l). \cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) - \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) = \sin 2x \Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{2} - 2x + k2\pi \\ 4x + \frac{\pi}{5} = -\frac{\pi}{2} + 2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{3} \\ x = -\frac{7\pi}{20} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = \frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{3}, x = -\frac{7\pi}{20} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

**Bài 2: Giải các phương trình sau:**

a)  $\sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{9\pi}{4}\right)$

b)  $\sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{7\pi}{5}\right) = 0$

c)  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos x = 0$

d)  $\sin^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

e)  $\sin^2\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin^2\left(\frac{7\pi}{5} - x\right)$

f)  $\sin^2\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) - \cos^2\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

g)  $\sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{5} - 3x\right) = \sqrt{3}$

h)  $\sin\left(\frac{4\pi}{9} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{18} - x\right) = \sqrt{3}$

**LỜI GIẢI**

a).  $\sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{9\pi}{4}\right)$

$$\Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(x - 2\pi - \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left[\frac{\pi}{2} - \left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right] \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{2\pi}{3} = \frac{3\pi}{4} - x + k2\pi \\ 3x + \frac{2\pi}{3} = \pi - \left(\frac{3\pi}{4} - x\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{5\pi}{24} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận:  $x = \frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{2}, x = -\frac{5\pi}{24} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .



$$\text{b). } \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{7\pi}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \pi - \frac{2\pi}{5}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(x - \frac{2\pi}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(x - \frac{2\pi}{5}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{2\pi}{3} = x - \frac{2\pi}{5} + k2\pi \\ 3x + \frac{2\pi}{3} = \pi - \left(x - \frac{2\pi}{5}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{8\pi}{15} + k\pi \\ x = \frac{11\pi}{60} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = -\frac{8\pi}{15} + k\pi, x = \frac{11\pi}{60} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$ .

$$\text{c). } \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{4} = \pi - \left(x - \frac{\pi}{2}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

$$\text{d). } \sin^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1 - \cos\left[2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)\right]}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{4}$ .

$$\text{e). } \sin^2\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin^2\left(\frac{7\pi}{5} - x\right) \Leftrightarrow \frac{1 - \cos\left(6x + \frac{4\pi}{3}\right)}{2} = \frac{1 - \cos\left(\frac{14\pi}{5} - 2x\right)}{2}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \cos\left(6x + \frac{4\pi}{3}\right) = 1 - \cos\left(\frac{14\pi}{5} - 2x\right) \Leftrightarrow \cos\left(6x + \frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{14\pi}{5} - 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(6x + \frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(2\pi + \frac{4\pi}{5} - 2x\right) \quad \Leftrightarrow \cos\left(6x + \frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{4\pi}{5} - 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + \frac{4\pi}{3} = \frac{4\pi}{5} - 2x + k2\pi \\ 6x + \frac{4\pi}{3} = -\frac{4\pi}{5} + 2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{15} + \frac{k\pi}{4} \\ x = -\frac{8\pi}{15} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = -\frac{\pi}{15} + \frac{k\pi}{4}, x = -\frac{8\pi}{15} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$

f)  $\sin^2\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) - \cos^2\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - \cos\left(10x + \frac{2\pi}{3}\right)}{2} - \frac{1 + \cos\left(6x + \frac{\pi}{2}\right)}{2} = 0 \Leftrightarrow -\cos\left(10x + \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(6x + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(10x + \frac{2\pi}{3}\right) = -\cos\left(6x + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \cos\left(10x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(6x + \frac{\pi}{2} + \pi\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x + \frac{2\pi}{3} = 6x + \frac{3\pi}{2} + k2\pi \\ 10x + \frac{2\pi}{3} = -6x - \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{13\pi}{96} + \frac{k\pi}{8} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, x = -\frac{13\pi}{96} + \frac{k\pi}{8} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

g).  $\sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{5} - 3x\right) = \sqrt{3} (*)$

Các bạn để ý:  $\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) + \left(\frac{4\pi}{5} - 3x\right) = \pi$ . Từ đó suy ra:  $\sin\left(\frac{4\pi}{5} - 3x\right) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right)$

$$(*) \Leftrightarrow 2\sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) = \sin\frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{5} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{7\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = \frac{2\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}, x = \frac{7\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

$$h). \sin\left(\frac{4\pi}{9} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{18} - x\right) = \sqrt{3} (*)$$

Các bạn để ý:  $\left(\frac{4\pi}{9} + x\right) + \left(\frac{\pi}{18} - x\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{18} - x\right) = \sin\left(\frac{4\pi}{9} + x\right)$

$$(*) \Leftrightarrow 2\sin\left(\frac{4\pi}{9} + x\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{4\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{4\pi}{9}\right) = \sin\frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{4\pi}{9} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x + \frac{4\pi}{9} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = -\frac{\pi}{9} + k2\pi, x = \frac{2\pi}{9} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Bài 3: Giải các phương trình sau:

a)  $\cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$       b)  $\cos^2\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos^2 x$       c)  $\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{4}$   
 d)  $\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$       e)  $\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{6} + 3x\right) = 2$

**LỜI GIẢI**

a).  $\cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} - x\right)\right) \Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + \frac{\pi}{3} = x + \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 4x + \frac{\pi}{3} = -x - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = -\frac{7\pi}{60} + \frac{k2\pi}{5} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = -\frac{\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3}, x = -\frac{7\pi}{60} + \frac{k2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

b).  $\cos^2\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos^2 x$

$$\Leftrightarrow \frac{1 + \cos\left(6x + \frac{2\pi}{3}\right)}{2} = \frac{1 + \cos 2x}{2} \Leftrightarrow 1 + \cos\left(6x + \frac{2\pi}{3}\right) = 1 + \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(6x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + \frac{2\pi}{3} = 2x + k2\pi \\ 6x + \frac{2\pi}{3} = -2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy nghiệm của phương trình:  $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

c).  $\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{1 + \cos\left(4x - \frac{\pi}{2}\right)}{2} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow 1 + \cos\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3}{2}$

$$\Leftrightarrow \sin 4x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 4x = \sin \frac{\pi}{6} \text{ (vì } \sin \alpha = \cos(\alpha - \frac{\pi}{2}))$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 4x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}.$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

d).  $\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

$$\Leftrightarrow \frac{1 + \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right)}{2} = \frac{1 - \cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)}{2} \Leftrightarrow 1 + \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) = 1 - \cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(2x + \frac{2\pi}{3} + \pi\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + \frac{\pi}{2} = 2x + \frac{5\pi}{3} + k2\pi \\ 4x + \frac{\pi}{2} = -2x - \frac{5\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{13\pi}{36} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}.$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = \frac{7\pi}{12} + k\pi, x = -\frac{13\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

e).  $\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{6} + 3x\right) = 2$  (\*)

Ta có:  $\left(\frac{5\pi}{6} + 3x\right) - \left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\left(\frac{5\pi}{6} + 3x\right) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$

$$(*) \Leftrightarrow 2\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = 2 \Leftrightarrow \cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{3} = k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}.$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = -\frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

Bài 4: Giải các phương trình sau:

a). $3 \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$	b). $-3 \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$	c). $\tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$
d). $\cot\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0$	e). $\tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan 2x = 0$	
f). $\tan\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = 0$		
g). $\tan\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \cot x$		

**LỜI GIẢI**

a).  $3 \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\Leftrightarrow \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \tan \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

b).  $-3 \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cot\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

$\Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = -\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

c).  $\tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$

$\Leftrightarrow \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

d).  $\cot\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \cot\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$

$\Leftrightarrow \cot\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \cot \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{36} + \frac{k\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = \frac{\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

$$e). \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan 2x = 0 \Leftrightarrow \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = -\tan 2x \Leftrightarrow \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \tan(-2x)$$

$$\Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{4} = -2x + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{5} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = -\frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{5}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

$$f). \tan\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \tan\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) \Leftrightarrow 4x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} - 2x + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{36} + \frac{k\pi}{6} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình:  $x = -\frac{\pi}{36} + \frac{k\pi}{6}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

$$g). \tan\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \cot x$$

$$\Leftrightarrow \tan\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{7\pi}{40} + \frac{k\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy nghiệm của phương trình:  $x = \frac{7\pi}{40} + \frac{k\pi}{4}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**Bài 5: Giải các phương trình sau:**

a).  $\sin(x - 60^\circ) = \frac{1}{2}$

b).  $\cos(2x + 50^\circ) = \frac{1}{2}$

c).  $\tan(3x - 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

d).  $\cot\left(\frac{x}{2} + 20^\circ\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

**LỜI GIẢI**

a).  $\sin(x - 60^\circ) = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \sin(x - 60^\circ) = \sin 30^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x - 60^\circ = 30^\circ + k360^\circ \\ x - 60^\circ = 180^\circ - 30^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 90^\circ + k360^\circ \\ x = 210^\circ + k360^\circ \end{cases}$$

Kết luận nghiệm của phương trình  $x = 90^\circ + k360^\circ$ ,  $x = 210^\circ + k360^\circ$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

b).  $\cos(2x + 50^\circ) = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \cos(2x + 50^\circ) = \cos 60^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 50^\circ = 60^\circ + k360^\circ \\ 2x + 50^\circ = -60^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5^\circ + k180^\circ \\ x = -55^\circ + k180^\circ \end{cases}$$

Kết luận nghiệm của phương trình  $x = 5^\circ + k180^\circ$ ,  $x = -55^\circ + k180^\circ$ , ( $k \in \mathbb{Z}$ )

c).  $\tan(3x - 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\Leftrightarrow \tan(3x - 30^\circ) = \tan(-30^\circ) \Leftrightarrow 3x - 30^\circ = -30^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = k60^\circ$$

Kết luận nghiệm của phương trình  $x = k60^\circ$ , ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

d).  $\cot\left(\frac{x}{2} + 20^\circ\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\Leftrightarrow \cot\left(\frac{x}{2} + 20^\circ\right) = \cot(-60^\circ) \Leftrightarrow \frac{x}{2} + 20^\circ = -60^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = -160^\circ + k360^\circ$$

Kết luận nghiệm của phương trình  $x = -160^\circ + k360^\circ$ , ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**Bài 6: Giải các phương trình sau:**

a).  $(1 + 2\cos x)(3 - \cos x) = 0$

b).  $\left(\cot\frac{x}{3} - 1\right)\left(\cot\frac{x}{2} + 1\right) = 0$

c).  $\tan(x - 30^\circ)\cos(2x - 150^\circ) = 0$

d).  $(3\tan x + \sqrt{3})(2\sin x - 1) = 0$

e).  $\cos 2x \cot\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

f).  $\tan(2x + 60^\circ)\cos(x + 75^\circ) = 0$

h).  $(\cot x + 1)\sin 3x = 0$

k).  $\tan x \tan 2x = -1$

**LỜI GIẢI**

a).  $(1 + 2\cos x)(3 - \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 2\cos x = 0 \\ 3 - \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos x = 3 \end{cases}$



Với  $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Với  $\cos x = 3$  phương trình vô nghiệm.

Kết luận nghiệm của phương trình  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

b).  $\left(\cot \frac{x}{3} - 1\right)\left(\cot \frac{x}{2} + 1\right) = 0 \quad (1)$

Điều kiện:  $\begin{cases} \sin \frac{x}{3} \neq 0 \\ \sin \frac{x}{2} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} \neq k\pi \\ \frac{x}{2} \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k3\pi \\ x \neq k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \cot \frac{x}{3} - 1 = 0 \\ \cot \frac{x}{2} + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cot \frac{x}{3} = 1 \\ \cot \frac{x}{2} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ \frac{x}{2} = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k3\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

So với điều kiện các nghiệm này thỏa.

Vậy phương trình có nghiệm:  $x = \frac{3\pi}{4} + k3\pi, x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

c).  $\tan(x - 30^\circ)\cos(2x - 150^\circ) = 0 \quad (1)$

Điều kiện:  $\cos(x - 30^\circ) \neq 0 \Leftrightarrow x - 30^\circ \neq 90^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x \neq 120^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$ .

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \tan(x - 30^\circ) = 0 \\ \cos(2x - 150^\circ) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 30^\circ = k180^\circ \\ 2x - 150^\circ = 90^\circ + k360^\circ \\ 2x - 150^\circ = -90^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + k180^\circ \\ x = 120^\circ + k180^\circ \\ x = 30^\circ + k180^\circ \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

So với điều kiện nghiệm  $x = 120^\circ + k180^\circ$  loại.

Vậy phương trình có nghiệm:  $x = 30^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$

d).  $(3 \tan x + \sqrt{3})(2 \sin x - 1) = 0 \quad (1)$ . Điều kiện  $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \tan x + \sqrt{3} = 0 \\ 2 \sin x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

So với điều kiện các nghiệm này thỏa. Vì tập các giá trị  $\left\{x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$  là tập con của tập các giá trị  $\left\{x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

Vậy phương trình có các nghiệm:  $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

$$e). \cos 2x \cot\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad (1)$$

Điều kiện  $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cot\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases}$$

Bài 7: Giải các phương trình sau:

$$a). \sin(\pi \cos x) = 1 \quad b). 2 \cos\left[\frac{\pi}{6}\left(\sin x - 13 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right] = \sqrt{3}$$

### LỜI GIẢI

$$a). \sin(\pi \cos x) = 1 \Leftrightarrow \pi \cos x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} + 2k \quad (1)$$

điều kiện để phương trình có nghiệm  $-1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq \frac{1}{2} + 2k \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq k \leq \frac{1}{4}$ , vì

$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0$ .

$$\text{Vậy } (1) \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + m2\pi, (m \in \mathbb{Z}).$$

$$b). 2 \cos \left[ \frac{\pi}{6} \left( \sin x - 13 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right] = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cos \left[ \frac{\pi}{6} \left( \sin x - 13 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right] = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6} \left( \sin x - 13 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{\pi}{6} + k2\pi & (1) \\ \frac{\pi}{6} \left( \sin x - 13 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{\pi}{6} + k2\pi & (2) \end{cases}$$

$$\text{Giải (1): } \frac{\pi}{6} \left( \sin x - 13 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{\pi}{6} + k2\pi \Leftrightarrow \sin x - 13 + \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 + 12k \Leftrightarrow \sin x = 14 - \frac{\sqrt{2}}{2} + 12k$$

Vì  $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 14 - \frac{\sqrt{2}}{2} + 12k \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{15}{12} + \frac{\sqrt{2}}{24} \leq k \leq -\frac{13}{12} + \frac{\sqrt{2}}{24}$ , vì  $k \in \mathbb{Z}$  nên không có giá trị  $k$  thỏa.

$$\text{Giải (2): } \frac{\pi}{6} \left( \sin x - 13 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \Leftrightarrow \sin x - 13 + \frac{\sqrt{2}}{2} = -1 + 12k \Leftrightarrow \sin x = 12 - \frac{\sqrt{2}}{2} + 12k \quad (2')$$

Vì  $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 12 - \frac{\sqrt{2}}{2} + 12k \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{13}{12} + \frac{\sqrt{2}}{24} \leq k \leq -\frac{11}{12} + \frac{\sqrt{2}}{24}$ , và  $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = -1$

$$(2') \Leftrightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + 2m\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + 2m\pi \end{cases}, (m \in \mathbb{Z})$$