

CHUYÊN ĐỀ
KHOẢNG CÁCH
§3. KHOẢNG CÁCH VÀ GÓC

1. Khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

a) Công thức tính khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

Cho đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ và điểm $M(x_0; y_0)$. Khi đó khoảng cách từ M đến (Δ) được tính

bởi công thức: $d(M, (\Delta)) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

b) Vị trí của hai điểm đối với đường thẳng.

Cho đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ và $M(x_M; y_M) \notin \Delta, N(x_N; y_N) \notin \Delta$. Khi đó:

- M, N cùng phía với $\Delta \Leftrightarrow ax_M + by_M + c$ và $ax_N + by_N + c > 0$

- M, N khác phía với $\Delta \Leftrightarrow ax_M + by_M + c$ và $ax_N + by_N + c < 0$

Chú ý: Phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng :

$\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ là:

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

2. Góc giữa hai đường thẳng:

a) **Định nghĩa:** Hai đường thẳng a và b cắt nhau tạo thành bốn góc. Số đo nhỏ nhất của các góc đó được gọi là số đo của góc giữa hai đường thẳng a và b , hay đơn giản là góc giữa a và b . Khi a song song hoặc trùng với b , ta quy ước góc giữa chúng bằng 0° .

b) Công thức xác định góc giữa hai đường thẳng.

Góc xác định hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 có phương trình $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và

$\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ được xác định bởi công thức $\cos \Delta_1; \Delta_2 = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$.

Câu 1: Cho điểm $M(x_0; y_0)$ và đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ với $a^2 + b^2 > 0$. Khi đó khoảng cách

$d_{(M;\Delta)}$ là

A. $d_{(M;\Delta)} = \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$.

B. $d_{(M;\Delta)} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$.

C. $d_{(M;\Delta)} = \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$. D. $d_{(M;\Delta)} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

Lời giải

Chọn D.

Xem lại công thức ở sách giáo khoa.

Câu 2: Khoảng cách từ điểm $M(15;1)$ đến đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = t \end{cases}$ là

A. $\sqrt{5}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. $\frac{16}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng có phương trình tổng quát là: $x - 3y - 2 = 0$.

$$\text{Vậy } d(M, \Delta) = \frac{|15 - 3 - 2|}{\sqrt{1+9}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}.$$

Câu 3: Khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + 2y + 13 = 0$ là

- A. $\frac{13}{\sqrt{2}}$. B. 2. C. $\frac{28}{\sqrt{13}}$. D. $2\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|15 - 2 + 13|}{\sqrt{4+9}} = \frac{26}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13}.$$

Câu 4: Khoảng cách từ điểm $M(0; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y - 1 = 0$ là

- A. $\frac{11}{13}$. B. $\frac{13}{17}$. C. 1. D. $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|-12 - 1|}{\sqrt{25+144}} = 1.$$

Câu 5: Cho ba điểm $A(0; 1)$, $B(12; 5)$, $C(-3; 5)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều ba điểm A , B , C ?

- A. $5x - y + 1 = 0$. B. $2x - 6y + 21 = 0$. C. $x + y = 0$. D. $x - 3y + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } d_{(A;\Delta)} = d_{(B;\Delta)} = d_{(C;\Delta)} = 2, \text{ với } \Delta: 2x - 6y + 21 = 0.$$

Câu 6: Tìm tọa độ điểm M nằm trên trục Ox và cách đều 2 đường thẳng: $\Delta_1: 3x - 2y - 6 = 0$ và $\Delta_2: 3x - 2y + 3 = 0$

- A. $(0; \sqrt{2})$. B. $(\frac{1}{2}; 0)$. C. $(1; 0)$. D. $(\sqrt{2}; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

Giả sử $M(m; 0)$.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta_1) = d(M, \Delta_2) \Leftrightarrow \frac{|3m - 6|}{\sqrt{4+9}} = \frac{|3m + 3|}{\sqrt{4+9}} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } M\left(\frac{1}{2}; 0\right).$$

Câu 7: Khoảng cách từ điểm $M(2; 0)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$ là

- A. 2. B. C. $\frac{10}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng có phương trình tổng quát là: $4x - 3y + 2 = 0$.

$$\text{Vậy } d(M, \Delta) = \frac{|8+2|}{\sqrt{16+9}} = 2.$$

Câu 8: Khoảng cách từ điểm $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 17 = 0$ là

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{10}{\sqrt{5}}$. C. 2. D. $-\frac{18}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|3+4-17|}{\sqrt{16+9}} = 2.$$

Câu 9: Khoảng cách từ điểm $M(1; 0)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 1 = 0$ là

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{10}{\sqrt{5}}$. C. 2. D. $\frac{2}{25}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|3-1|}{\sqrt{16+9}} = \frac{2}{5}.$$

Câu 10: Khoảng cách từ điểm $M(-1; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 3 = 0$ là

- A. $\frac{2}{5}$. B. 2. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{4}{25}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|-3-4-3|}{\sqrt{16+9}} = 2.$$

Câu 11: Khoảng cách từ điểm $O(0; 0)$ đến đường thẳng $\Delta: \frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$ là

- A. 4,8. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{48}{\sqrt{14}}$. D. $\frac{1}{14}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\Delta: \frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1 \Leftrightarrow 8x + 6y - 48 = 0$$

$$\text{Ta có: } d(O, \Delta) = \frac{|-48|}{\sqrt{64+36}} = 4,8.$$

Câu 12: Khoảng cách từ điểm $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + y + 4 = 0$ là

- A. $2\sqrt{10}$. B. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. C. $\frac{5}{2}$. D. 1.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $d(M, \Delta) = \frac{|3-1+4|}{\sqrt{1+9}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$.

Câu 13: Khoảng cách từ điểm $O(0;0)$ đến đường thẳng $\Delta: 4x-3y-5=0$ là

- A. 0. B. -5. C. 1. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $d(O, \Delta) = \frac{|-5|}{\sqrt{16+9}} = 1$.

Câu 14: Cho hai điểm $A(1;-2)$, $B(-1;2)$. Đường trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $2x+y=0$. B. $x+2y=0$. C. $x-2y=0$. D. $x-2y+1=0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi là M trung điểm của đoạn $AB \Rightarrow M(0;0)$.

Đường trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm M và có vtpt $\overline{AB}(-2;4)$ nên có phương trình là: $x-2y=0$

Câu 15: Khoảng cách từ điểm $M(0;3)$ đến đường thẳng $\Delta: x \cos \alpha + y \sin \alpha + 3(2 - \sin \alpha) = 0$ là

- A. $\sqrt{6}$. B. 6. C. $3 \sin \alpha$. D. $\frac{3}{\sin \alpha + \cos \alpha}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $d(M, \Delta) = \frac{|3 \sin \alpha + 3(2 - \sin \alpha)|}{1} = 6$.

Câu 16: Cho đường thẳng $\Delta: 7x+10y-15=0$. Trong các điểm $M(1;-3)$, $N(0;4)$, $P(8;0)$, $Q(1;5)$ điểm nào cách xa đường thẳng Δ nhất?

- A. N . B. M . C. P . D. Q .

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $d(M, \Delta) = \frac{|7-30-15|}{\sqrt{7^2+10^2}} = \frac{38}{\sqrt{149}}$.

$d(N, \Delta) = \frac{|40-15|}{\sqrt{7^2+10^2}} = \frac{25}{\sqrt{149}}$

$d(Q, \Delta) = \frac{|7+50-15|}{\sqrt{7^2+10^2}} = \frac{42}{\sqrt{149}}$

$d(P, \Delta) = \frac{|56-15|}{\sqrt{7^2+10^2}} = \frac{41}{\sqrt{149}}$

Câu 17: Tính diện tích tam giác ABC biết $A(2;-1)$, $B(1;2)$, $C(2;-4)$

- A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{3}{\sqrt{37}}$. C. 3. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (-1; 3) \Rightarrow AB = \sqrt{10}, \overline{AC} = (0; -3) \Rightarrow AC = 3, \overline{BC} = (1; -6) \Rightarrow BC = \sqrt{37}$$

$$\Rightarrow p = \frac{3 + \sqrt{10} + \sqrt{37}}{2}$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{\frac{3 + \sqrt{10} + \sqrt{37}}{2} \cdot \frac{\sqrt{10} + \sqrt{37} - 3}{2} \cdot \frac{3 + \sqrt{10} - \sqrt{37}}{2} \cdot \frac{3 - \sqrt{10} + \sqrt{37}}{2}} = \frac{3}{2}$$

Câu 18: Tính diện tích tam giác ABC biết A(3;2), B(0;1), C(1;5)

A. $\frac{11}{\sqrt{17}}$.

B. $\sqrt{17}$.

C. 11.

D. $\frac{11}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \overline{BC} = (1; 4) \Rightarrow BC = \sqrt{17}$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } BC: 4x - y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} BC \cdot d(A, BC) = \frac{1}{2} \sqrt{17} \cdot \frac{11}{\sqrt{17}} = \frac{11}{2}$$

Câu 19: Tính diện tích tam giác ABC biết A(3;-4), C(3;1), B(1;5)

A. 10.

B. 5.

C. $\sqrt{26}$.

D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \overline{BC} = (2; -4) \Rightarrow BC = \sqrt{20}$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } BC: x - 2y - 1 = 0$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} BC \cdot d(A, BC) = \frac{1}{2} \sqrt{20} \cdot \frac{10}{\sqrt{5}} = 10$$

Câu 20: Tính chiều cao tương ứng với cạnh BC của tam giác ABC biết A(1;2), C(4;0), B(0;3)

A. 3.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{25}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \overline{BC} = (4; -3)$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } BC: 3x + 4y - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow d(A, BC) = \frac{|3 + 8 - 12|}{5} = \frac{1}{5}$$

Câu 21: Khoảng cách giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 7x + y - 3 = 0$ và $\Delta_2: 7x + y + 12 = 0$ là

A. $\frac{9}{\sqrt{50}}$.

B. 9.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

D. 15.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Lấy } M(0; 3) \in \Delta_1$$

Ta có: $\Delta_1 // \Delta_2 \Rightarrow d(\Delta_1, \Delta_2) = d(M, \Delta_2) = \frac{|3+12|}{\sqrt{1+49}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22: Khoảng cách giữa hai đường thẳng $\Delta_1 : 3x - 4y = 0$ và $\Delta_2 : 6x - 8y - 101 = 0$ là

- A.** 1,01. **B.** $\sqrt{101}$. **C.** 10,1. **D.** 101.

Lời giải

Chọn C.

Lấy $M(0;0) \in \Delta_1$

Ta có: $\Delta_1 // \Delta_2 \Rightarrow d(\Delta_1, \Delta_2) = d(M, \Delta_2) = \frac{|101|}{\sqrt{36+64}} = \frac{101}{10} = 10,1$.

Câu 23: Khoảng cách giữa hai đường thẳng $\Delta_1 : 5x - 7y + 4 = 0$ và $\Delta_2 : 5x - 7y + 6 = 0$ là

- A.** $\frac{4}{\sqrt{74}}$. **B.** $\frac{6}{\sqrt{74}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{74}}$. **D.** $\frac{10}{\sqrt{74}}$.

Lời giải

Chọn C.

Lấy $M(2;2) \in \Delta_1$

Ta có: $\Delta_1 // \Delta_2 \Rightarrow d(\Delta_1, \Delta_2) = d(M, \Delta_2) = \frac{|10-14+6|}{\sqrt{25+49}} = \frac{2}{\sqrt{74}}$.

Câu 24: Cho đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1)$, $B(0;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 1

- A.** $M\left(\frac{7}{2}; 0\right)$ và $M(1;0)$. **B.** $M(\sqrt{13}; 0)$.
C. $M(4;0)$. **D.** $M(2;0)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\overline{AB} = (-3; 4)$

Phương trình đường thẳng $AB : 4x + 3y - 9 = 0$.

Gọi $M(m;0) \Rightarrow d(M, AB) = \frac{|4m-9|}{5} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=\frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{7}{2}; 0\right)$ và $M(1;0)$

Câu 25: Cho hai điểm $A(2;3)$, $B(1;4)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều A và B ?

- A.** $x + y - 1 = 0$. **B.** $x + 2y = 0$.
C. $2x - 2y + 10 = 0$. **D.** $x - y + 100 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Vì $d(B, \Delta) = d(A, \Delta) = \frac{4}{\sqrt{2}}$

Câu 26: Cho đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;0)$, $B(0;-4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6

- A.** $M(0;1)$. **B.** $M(0;0)$ và $M(0;-8)$.

C. $M(1;0)$.

D. $M(0;8)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overline{AB} = (-3; -4)$

Phương trình đường thẳng $AB: 4x - 3y - 12 = 0$.

$$\text{Gọi } M(0; m) \Rightarrow S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} d(M, AB) \cdot AB = 6 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{|3m+12|}{5} \cdot 5 = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -8 \end{cases};$$

Vậy $M(0;0)$ và $M(0;-8)$

Câu 27: Cho đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2)$, $B(4;6)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho diện tích tam giác MAB bằng 1

A. $M(0;1)$.

B. $M(0;0)$ và $M\left(0; \frac{4}{3}\right)$

C. $M(0;2)$.

D. $M(1;0)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overline{AB} = (3; 4)$

Phương trình đường thẳng $AB: 4x - 3y + 2 = 0$.

$$\text{Gọi } M(0; m) \Rightarrow S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} d(M, AB) \cdot AB = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{|m-3|}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{32} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy $M(0;0)$ và $M\left(0; \frac{4}{3}\right)$

Câu 28: Cho $M(1;-1)$ và đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + m = 0$. Tìm $m > 0$ sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ bằng 1

A. $m = 9$.

B. $m = \pm 9$.

C. $m = 6$.

D. $m = -4$ hoặc $m = -16$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } d(M, \Delta) = 1 \Leftrightarrow \frac{|3-4+m|}{5} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = -4(\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy $m = 6$.

Câu 29: Cho $M(2;5)$ và đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - m = 0$. Tìm m sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ bằng 1

A. $m = 31$ hoặc $m = 11$.

B. $m = 21$ hoặc $m = 31$.

C. $m = 11$ hoặc $m = 21$.

D. $m = \pm 11$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } d(M, \Delta) = 1 \Leftrightarrow \frac{|6+20-m|}{5} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 21 \\ m = 31 \end{cases}$$

Câu 30: Cho hai điểm $A(1;1)$, $B(3;6)$. Tìm phương trình đường thẳng đi qua A và cách B một khoảng bằng 2 là:

- A.** $x-1=0$ và $21x-20y-1=0$. **B.** $x+y-2=0$ và $21x-20y-1=0$
C. $2x-y-1=0$ và $21x-20y-1=0$ **D.** $-x+y=0$ và $21x-20y-1=0$

Lời giải

Chọn A.

Phương trình đường thẳng Δ cần tìm đi qua điểm A có dạng:

$$a(x-1)+b(y-1)=0 \quad (a^2+b^2 \neq 0).$$

$$\text{Ta có } \Rightarrow d(B, \Delta) = 2 \Leftrightarrow \frac{|2a+5b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 2 \Leftrightarrow 21b^2+20ab=0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ b=-\frac{20}{21}a \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $x-1=0$, $21x-20y-1=0$

Câu 31: Cho hai điểm $A(3;2)$, $B(-2;2)$. Tìm phương trình đường thẳng đi qua A và cách B một khoảng bằng 3 là:

- A.** $3x+4y-17=0$ và $3x+7y-23=0$. **B.** $x+2y-7=0$ và $3x-7y+5=0$
C. $3x-4y-1=0$ và $3x-7y+5=0$ **D.** $3x+4y-17=0$ và $3x-4y-1=0$

Lời giải

Chọn D.

Phương trình đường thẳng Δ cần tìm đi qua điểm A có dạng:

$$a(x-3)+b(y-2)=0 \quad (a^2+b^2 \neq 0).$$

$$\text{Ta có } \Rightarrow d(B, \Delta) = 3 \Leftrightarrow \frac{|-5a|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 3 \Leftrightarrow 16a^2=9b^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{3}{4}b \\ a=-\frac{3}{4}b \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $3x+4y-17=0$, $3x-4y-1=0$

Câu 32: Điểm $A(a;b)$ thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x=3+t \\ y=2+t \end{cases}$ và cách đường thẳng $\Delta: 2x-y-3=0$ một

khoảng là $2\sqrt{5}$ và $a > 0$. Khi đó ta có $a+b$ bằng

- A.** 23. **B.** 21. **C.** 22. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (-3;4)$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB: 4x+3y-9=0.$$

$$\text{Gọi } A(3+t;2+t) \Rightarrow d(A, \Delta) = \frac{|t+1|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} t=9 \\ t=-11(\text{loại}) \end{cases} \Rightarrow A(12;11).$$

$$\Rightarrow a+b=23$$

Câu 33: Cho hai điểm $A(3;2)$, $B(-4;1)$, $C(0;3)$. Tìm phương trình đường thẳng đi qua A và cách đều B và C .

- A.** $x+y-5=0$ và $3x+7y-23=0$. **B.** $x+y-5=0$ và $3x-7y+5=0$
C. $x+2y-7=0$ và $3x-7y+5=0$ **D.** $y-2=0$, $x-2y+1=0$

Lời giải

Chọn D.

Phương trình đường thẳng Δ cần tìm đi qua điểm A có dạng:

$$a(x-3)+b(y-2)=0(a^2+b^2 \neq 0).$$

$$\text{Ta có } d(B, \Delta) = d(C, \Delta) \Leftrightarrow \frac{|7a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|-3a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a+b = -3a+b \\ 7a+b = 3a-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -2a \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là : $y-2=0, x-2y+1=0$

Câu 34: Bán kính của đường tròn tâm $I(0;-2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta:3x-4y-23=0$ là:

- A. 15. B. $\frac{3}{5}$. C. 5. D. 3.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $R = d(I, \Delta) = 3$

Câu 35: Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x+3y+m=0$ tiếp xúc với đường tròn (C) :

$$x^2 + y^2 - 9 = 0.$$

- A. $m = -3$. B. $m = 3$ và $m = -3$
C. $m = -3$. D. $m = -15$ và $m = 15$

Lời giải

Chọn D.

Đường tròn (C) có tâm $I(0;0)$, bán kính $R=3$.

$$\text{Đường thẳng } \Delta \text{ tiếp xúc với đường tròn } (C) \Leftrightarrow R = d(I, \Delta) \Leftrightarrow \frac{|m|}{5} = 3 \Leftrightarrow m = \pm 15.$$

Câu 36: Bán kính của đường tròn tâm $I(2;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta:3x+4y+1=0$ là:

- A. 15. B. $\frac{3}{5}$. C. 5. D. 3.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $R = d(I, \Delta) = 3$

Câu 37: Đường thẳng nào sau đây song song và cách đường thẳng $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1}$ một khoảng bằng $\sqrt{10}$?

- A. $3x+y+6=0$. B. $x+3y+6=0$. C. $\begin{cases} x = 2+3t \\ y = 1+t \end{cases}$. D. $x-3y+6=0$.

Lời giải

Chọn D.

$$\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} \Leftrightarrow x-3y-4=0. \text{ Lấy } M(7;1) \in \Delta$$

Phương trình đường thẳng d cần tìm có dạng : $x-3y+C=0(C \neq -4)$

$$\text{Theo bài ra ta có: } d(M, d) = \sqrt{10} \Leftrightarrow \frac{|4+C|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 6 \\ C = -14 \end{cases}$$

Phương trình đường thẳng d cần tìm là : $x-3y-14=0, x-3y+6=0$

Câu 38: Đường thẳng $\Delta: 5x + 3y = 15$ tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?
A. 7,5. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

$$\Delta \cap Ox = A(3;0), \Delta \cap Oy = B(0;5).$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{15}{2} = 7,5.$$

Câu 39: Cho đường thẳng $\Delta: x - y + 2 = 0$ và các điểm $O(0;0)$, $A(2;0)$. Tìm điểm O' đối xứng với O qua Δ .
A. $O'(-2;2)$. **B.** $O'(-1;1)$. **C.** $O'(2;-2)$. **D.** $O'(2;0)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\Delta: x - y + 2 = 0 \text{ có vtcp } \vec{u} = (1;1).$$

Phương trình đường thẳng OO' đi qua điểm O và có vpt \vec{u} là: $x + y = 0$.

Có $OO' \cap \Delta = I(-1;1)$. Vì I là trung điểm của OO' nên suy ra $O'(-2;2)$.

Câu 40: Tìm tập hợp các điểm có tỉ số các khoảng cách đến hai đường thẳng sau bằng $\frac{5}{13}$:

$$d: 5x - 12y + 4 = 0 \text{ và } \Delta: 4x - 3y - 10 = 0.$$

- A.** $x - 9y - 14 = 0$ và $3x - 5y - 6 = 0$. **B.** $9x - 5y - 6 = 0$ và $9x - y + 14 = 0$
C. $x + 9y - 14 = 0$ và $9x + 9y - 6 = 0$ **D.** $x - 9y + 14 = 0$, $9x - 15y - 6 = 0$

Lời giải

Chọn D.

Gọi $M(x; y)$.

$$d(M, d) = \frac{5}{13} d(M, \Delta) \Leftrightarrow \frac{|5x - 12y + 4|}{13} = \frac{5}{13} \frac{|4x - 3y - 10|}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 9y + 14 = 0 \\ 9x - 15y - 6 = 0 \end{cases}$$

Câu 41: Cho 3 đường thẳng $\Delta_1: x + y + 3 = 0$, $\Delta_2: x - y - 4 = 0$, $\Delta_3: x - 2y = 0$. Biết điểm M nằm trên đường thẳng Δ_3 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến Δ_2 . Khi đó tọa độ điểm M là:

- A.** $M(-2; -1)$ và $M(22; 11)$. **B.** $M(-22; -11)$.
C. $M(-2; -1)$. **D.** $M(2; 1)$ và $M(-22; -11)$.

Lời giải

Chọn D.

Lấy $M(2t; t) \in \Delta_3$

$$d(M, \Delta_1) = 2d(M, \Delta_2) \Leftrightarrow \frac{|3t + 3|}{\sqrt{2}} = 2 \frac{|t - 4|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -11 \end{cases} \Rightarrow M(2; 1); M(-22; -11)$$

Câu 42: Cho đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;2)$, $B(5;1)$. Tìm tọa độ điểm C trên đường thẳng $\Delta: x - 2y + 8 = 0$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17.

- A.** $C(12;10)$ và $C\left(-\frac{76}{5}; -\frac{18}{5}\right)$. **B.** $C(-12;10)$.

- C. $C(-4; 2)$. D. $C\left(\frac{1}{5}; \frac{41}{10}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; -1)$

Phương trình đường thẳng $AB: x + 3y - 8 = 0$.

$$\text{Gọi } C(2c-8; c) \Rightarrow S_{\Delta CAB} = \frac{1}{2} d(C, AB) \cdot AB = 17 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{|5c-16|}{\sqrt{10}} \cdot \sqrt{10} = 17 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 10 \\ c = -\frac{18}{5} \end{cases}$$

Vậy $C(12; 10)$ và $C\left(-\frac{76}{5}; -\frac{18}{5}\right)$

Câu 43: Cho đường thẳng $\Delta: x - y + 2 = 0$ và các điểm $O(0; 0)$, $A(2; 0)$. Trên Δ , tìm điểm M sao cho độ dài đường gấp khúc OMA ngắn nhất.

- A. $M\left(\frac{4}{3}; \frac{10}{3}\right)$. B. $M(-1; 1)$. C. $M\left(-\frac{4}{3}; \frac{10}{3}\right)$. D. $M\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Nhận xét O và A nằm về cùng một phía so với đường thẳng Δ .

Gọi điểm O' là điểm đối xứng với O qua đường thẳng Δ .

Ta có $OM + MA = O'M + MA \geq O'A$. Vậy độ dài đường gấp khúc ngắn nhất khi $M = O'A \cap \Delta$.

Phương trình đường thẳng $OO': x + y = 0$.

Có $OO' \cap \Delta = I(-1; 1)$. Vì I là trung điểm của OO' nên suy ra $O'(-2; 2)$.

Phương trình đường thẳng $AO': x + 2y - 2 = 0$.

$$\Rightarrow M\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

Câu 44: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình 2 cạnh là: $2x - 3y + 5 = 0$, $3x + 2y - 7 = 0$ và đỉnh $A(2; -3)$. Tính diện tích hình chữ nhật đó.

- A. $\frac{126}{13}$. B. $\frac{126}{26}$. C. 2. D. 12.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $d: 2x - 3y + 5 = 0$; $\Delta: 3x + 2y - 7 = 0$.

Nhận xét $d \perp \Delta$, $A(2; -3) \notin d; \Delta$.

$$\text{Diện tích hình chữ nhật là: } S = d(A, d) \cdot d(A, \Delta) = \frac{|4 + 9 + 5|}{\sqrt{13}} \cdot \frac{|6 - 6 + 7|}{\sqrt{13}} = \frac{126}{13}$$

Câu 45: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , tính diện tích hình vuông có 4 đỉnh nằm trên hai đường thẳng song song: $d_1: 3x - 4y + 6 = 0$ và $d_2: 6x - 8y - 13 = 0$.

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{25}{4}$. C. 10. D. 25.

Lời giải

Chọn B.

Lấy $M(-2;0) \in d_1$

Nhận xét cạnh hình vuông có độ dài là: $a = d(d_1, d_2) = d(M, d_2) = \frac{|-12-13|}{10} = \frac{5}{2}$.

Diện tích hình vuông là: $S = a^2 = \frac{25}{4}$.

Câu 46: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho ΔABC có $A(1;-1)$, $B(-2;1)$, $C(3;5)$. Tính diện tích ΔABK với K là trung điểm của AC .

A. $S_{\Delta ABK} = 11(\text{đvdt})$. **B.** $S_{\Delta ABK} = \frac{11}{2}(\text{đvdt})$. **C.** $S_{\Delta ABK} = 10(\text{đvdt})$. **D.** $S_{\Delta ABK} = 5(\text{đvdt})$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $K(2;2)$

$\overline{AB} = (-3;2) \Rightarrow$ Phương trình cạnh $AB: 2x+3y+1=0$.

Ta có: $\Rightarrow S_{\Delta KAB} = \frac{1}{2}d(K, AB) \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{|4+6+1|}{\sqrt{13}} \cdot \sqrt{13} = \frac{11}{2}$

Câu 47: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $x+y-1=0$ và $3x-y+5=0$. Hãy tìm diện tích hình bình hành có hai cạnh nằm trên hai đường thẳng đã cho, một đỉnh là giao điểm của hai đường thẳng đó và giao điểm của hai đường chéo là $I(3;3)$.

A. $S_{ABCD} = 74(\text{đvdt})$. **B.** $S_{ABCD} = 55(\text{đvdt})$. **C.** $S_{ABCD} = 54(\text{đvdt})$. **D.** $S_{ABCD} = 65(\text{đvdt})$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi hình bình hành là $ABCD$ và $d: x+y-1=0$; $\Delta: 3x-y+5=0$.

Không làm mất tính tổng quát giả sử $d \cap \Delta = A(-1;2)$, $B \in \Delta$, $D \in d$.

Ta có $d \cap \Delta = A(-1;2)$. Vì $I(3;3)$ là tâm hình bình hành nên $C(7;4)$

$\overline{AC} = (8;2) \Rightarrow$ Đường thẳng AC có pt là: $x-4y+9=0$.

Do $BC \parallel \Delta \Rightarrow$ Đường thẳng BC đi qua điểm $C(7;4)$ và có vtpt $\vec{n} = (3;-1)$ có pt là:
 $3x-y-17=0$.

Khi đó $d \cap BC = B\left(\frac{9}{2}; -\frac{7}{2}\right)$

Ta có: $S_{ABCD} = d(B, AC) \cdot AC = \frac{\left|\frac{9}{2}+14+9\right|}{\sqrt{17}} \cdot 2\sqrt{17} = 55$

Câu 48: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy ΔABC có đỉnh $A(2;-3)$, $B(3;-2)$ và diện tích ΔABC bằng $\frac{3}{2}$. Biết trọng tâm G của ΔABC thuộc đường thẳng $d: 3x-y-8=0$. Tìm tọa độ điểm C .

A. $C(1;-1)$ và $C(4;8)$.

B. $C(1;-1)$ và $C(-2;10)$.

C. $C(-1;1)$ và $C(-2;10)$.

D. $C(-1;1)$ và $C(2;-10)$.

Lời giải

Chọn B.

$\overline{AB} = (1; 1) \Rightarrow$ Đường thẳng AB có pt là: $x - y - 5 = 0$.

Gọi $G(a; 3a - 8) \Rightarrow C(3a - 5; 9a - 19)$.

$$\text{Ta có: } S_{\Delta CAB} = \frac{1}{2} d(C, AB) \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{|-6a + 9|}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 1 \end{cases}$$

Vậy $C(1; -1)$ và $C(-2; 10)$

Câu 49: Cho đường thẳng $\Delta: 21x - 11y - 10 = 0$. Trong các điểm $M(20; -3)$, $N(0; 4)$, $P(-19; 5)$, $Q(1; 5)$ điểm nào cách xa đường thẳng Δ nhất?

A. N .

B. M .

C. P .

D. Q .

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|21 \cdot 20 + 33 - 10|}{\sqrt{21^2 + 11^2}} = \frac{443}{\sqrt{562}}$$

$$\text{Ta có: } d(N, \Delta) = \frac{|-44 - 10|}{\sqrt{21^2 + 11^2}} = \frac{44}{\sqrt{562}}$$

$$\text{Ta có: } d(P, \Delta) = \frac{|-399 - 55 - 10|}{\sqrt{21^2 + 11^2}} = \frac{464}{\sqrt{562}}$$

$$\text{Ta có: } d(Q, \Delta) = \frac{|21 - 55 - 10|}{\sqrt{21^2 + 11^2}} = \frac{44}{\sqrt{562}}$$

Câu 50: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - y + 1 = 0$, $\Delta_2: 2x + y - 1 = 0$ và điểm $P(2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm P và cắt hai đường thẳng Δ_1 , Δ_2 lần lượt tại hai điểm A , B sao cho P là trung điểm AB .

A. $4x - y - 7 = 0$.

B. $x - y - 5 = 0$.

C. $4x + y - 9 = 0$.

D. $x - 9y + 14 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\Delta_1 \cap \Delta_2 = I(0; 1)$.

Vì $A \in \Delta_1 \Rightarrow A(a; a + 1)$. Vì $P(2; 1)$ là trung điểm của đoạn $AB \Rightarrow B(4 - a; 1 - a)$.

$$\text{Mặt khác } B \in \Delta_2 \Rightarrow a = \frac{8}{3} \Rightarrow A\left(\frac{8}{3}; \frac{11}{3}\right)$$

$\overline{AP} = \left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right) \Rightarrow$ Đường thẳng $AP: 2x + y - 5 = 0$ có pt là: $4x - y - 7 = 0$.