CHUYÊN ĐỀ
GÓC
§3. KHOẢNG CÁCH VÀ GÓC

1. Khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

a) Công thức tính khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

Cho đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ và điểm $M\left(x_0;y_0\right)$. Khi đó khoảng cách từ M đến (Δ) được tính bởi công thức: $d(M,(\Delta)) = \dfrac{\left|ax_0 + by_0 + c\right|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

b) Vị trí của hai điểm đối với đường thẳng.

Cho đường thẳng Δ: $ax + by + c = 0$ và $M\left(x_M;y_M\right) \notin \Delta$, $N\left(x_N;y_N\right) \notin \Delta$. Khi đó:

- M, N cùng phía với $\Delta \Leftrightarrow \left(ax_M + by_M + c\right)\left(ax_N + by_N + c\right) > 0$

- M, N khác phía với $\Delta \Leftrightarrow \left(ax_M + by_M + c\right)\left(ax_N + by_N + c\right) < 0$

Chú ý: Phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng :
$\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ là:

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm\frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

2. Góc giữa hai đường thẳng:

a) Định nghĩa: Hai đường thẳng a và b cắt nhau tạo thành bốn góc. Số đo nhỏ nhất của các góc đó được gọi là số đo của góc giữa hai đường thẳng a và b, hay đơn giản là góc giữa a và b. Khi a song song hoặc trùng với b, ta quy ước góc giữa chúng bằng 0^0.

b) Công thức xác định góc giữa hai đường thẳng.

Góc xác định hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 có phương trình $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ được xác định bởi công thức $\cos\left(\Delta_1;\Delta_2\right) = \dfrac{\left|a_1a_2 + b_1b_2\right|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$.

Câu 1: Góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1 : a_1x+b_1y+c_1=0$ và $\Delta_2 : a_2x+b_2y+c_2=0$ được xác định theo công thức:

A. $\cos\left(\Delta_1,\Delta_2\right)=\dfrac{a_1a_2+b_1b_2}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$.

B. $\cos\left(\Delta_1,\Delta_2\right)=\dfrac{\left|a_1a_2+b_1b_2\right|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$.

C. $\cos\left(\Delta_1,\Delta_2\right)=\dfrac{\left|a_1a_2+b_1b_2\right|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}+\sqrt{a_1^2+b_1^2}}$.

D. $\cos\left(\Delta_1,\Delta_2\right)=\sqrt{\dfrac{a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2}{a^2+b^2}}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\cos\left(\Delta_1,\Delta_2\right)=\left|\cos\left(\vec{n}_{\Delta_1},\vec{n}_{\Delta_2}\right)\right|=\frac{\left|\vec{n}_{\Delta_1}.\vec{n}_{\Delta_2}\right|}{\left|\vec{n}_{\Delta_1}\right|.\left|\vec{n}_{\Delta_2}\right|}=\frac{\left|a_1a_2+b_1b_2\right|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}+\sqrt{a_1^2+b_1^2}}.$$

Câu 2: Tìm côsin góc giữa 2 đường thẳng Δ_1: $10x+5y-1=0$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$.

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **C.** $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

Véctơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\overrightarrow{n_1}(2;1)$, $\overrightarrow{n_2}(1;1)$.

$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=|\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})|=\frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\frac{3}{\sqrt{10}}$.

Câu 3: Tìm côsin góc giữa 2 đường thẳng Δ_1: $x+2y-\sqrt{2}=0$ và Δ_2: $x-y=0$.

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Véctơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\overrightarrow{n_1}(1;2)$, $\overrightarrow{n_2}(1;-1)$.

$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=|\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})|=\frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 4: Tìm côsin giữa 2 đường thẳng Δ_1: $2x+3y-10=0$ và Δ_2: $2x-3y+4=0$.

A. $\frac{7}{13}$. **B.** $\frac{6}{13}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\frac{5}{13}$.

Lời giải

Chọn D.

Véctơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\overrightarrow{n_1}(2;3)$, $\overrightarrow{n_2}(2;-3)$.

$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=|\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})|=\frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\frac{5}{13}$.

Câu 5: Tìm góc giữa 2 đường thẳng Δ_1: $2x+2\sqrt{3}y+\sqrt{5}=0$ và Δ_2: $y-\sqrt{6}=0$

A. $60°$. **B.** $125°$. **C.** $145°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn D.

Véctơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\overrightarrow{n_1}(1;\sqrt{3})$, $\overrightarrow{n_2}(0;1)$.

$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=|\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})|=\frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow(\Delta_1,\Delta_2)=30°$.

Câu 6: Tìm góc giữa hai đường thẳng Δ_1: $x+\sqrt{3}y=0$ và Δ_2: $x+10=0$.

A. $45°$. **B.** $125°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn D.

Véctơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\overrightarrow{n_1}(1;\sqrt{3})$, $\overrightarrow{n_2}(1;0)$.

$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=|\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})|=\frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\frac{1}{2}\Rightarrow(\Delta_1,\Delta_2)=60°$

Câu 7: Tìm góc giữa 2 đường thẳng Δ_1 : $2x-y-10=0$ và Δ_2: $x-3y+9=0$.

A. $60°$. **B.** $0°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn D.

Véctơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\overrightarrow{n_1}(2;-1)$, $\overrightarrow{n_2}(1;-3)$.

$$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=|\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})|=\frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow(\Delta_1,\Delta_2)=45^\circ$$

Câu 8: Tìm côsin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: x+2y-7=0$ và $\Delta_2: 2x-4y+9=0$.

A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn A.

Véctơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\overrightarrow{n_1}(1;2)$, $\overrightarrow{n_2}(2;-4)$.

$$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=|\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})|=\frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\frac{3}{5}.$$

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng $\Delta_1: x+2y-6=0$ và $\Delta_2: x-3y+9=0$. Tính góc tạo bởi Δ_1 và Δ_2

A. 30°. **B.** 135°. **C.** 45°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn C.

$$(\Delta_1,\Delta_2)=\left|\cos(\vec{n}_{\Delta_1},\vec{n}_{\Delta_2})\right|=\frac{|\vec{n}_{\Delta_1}.\vec{n}_{\Delta_2}|}{|\vec{n}_{\Delta_1}|.|\vec{n}_{\Delta_2}|}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow(\Delta_1,\Delta_2)=45^\circ.$$

Câu 10: Cho hai đường thẳng $d_1: x+2y+4=0$; $d_2: 2x-y+6=0$. Số đo góc giữa d_1 và d_2 là

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn D.

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng d_1 là $\vec{n_1}=(1;2)$.

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng d_2 là $\vec{n_2}=(2;-1)$.

Ta có $\vec{n_1}.\vec{n_2}=0\Rightarrow d_1\perp d_2$.

Câu 11: Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 6x-5y+15=0$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=10-6t\\y=1+5t\end{cases}$.

A. 90°. **B.** 60°. **C.** 0°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn A.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\overrightarrow{n_1}=(6;-5)$.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\overrightarrow{n_2}=(5;6)$.

Ta có $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0\Rightarrow\Delta_1\perp\Delta_2$.

Câu 12: Tìm côsin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 3x+4y+1=0$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=15+12t\\y=1+5t\end{cases}$.

A. $\frac{56}{65}$. **B.** $\frac{63}{13}$. **C.** $\frac{6}{65}$. **D.** $\frac{33}{65}$.

Lời giải

Chọn D.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\overrightarrow{n_1}=(3;4)$.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\overrightarrow{n_2}=(5;-12)$.

Gọi φ là góc gữa $\Delta_1,\Delta_2 \Rightarrow \cos\varphi=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{33}{65}$.

Câu 13: Cho đoạn thẳng AB với $A(1;2)$, $B(-3;4)$ và đường thẳng $d:4x-7y+m=0$. Định m để d và đoạn thẳng AB có điểm chung.

A. $10\le m\le 40$. **B.** $m>40$ hoặc $m<10$.

C. $m>40$. **D.** $m<10$.

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng d và đoạn thẳng AB có điểm chung $\Leftrightarrow A,\ B$ nằm về hai phía của đường thẳng d

$\Leftrightarrow (4-14+m)(-12-28+m)\le 0 \Leftrightarrow 10\le m\le 40$.

Câu 14: Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi đường thẳng $\Delta: x+y=0$ và trục hoành Ox?

A. $(1+\sqrt{2})x+y=0$; $x-(1-\sqrt{2})y=0$.

B. $(1+\sqrt{2})x+y=0$; $x+(1-\sqrt{2})y=0$.

C. $(1+\sqrt{2})x-y=0$; $x+(1-\sqrt{2})y=0$.

D. $x+(1+\sqrt{2})y=0$; $x+(1-\sqrt{2})y=0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $M(x;y)$ là điểm thuộc đường phân giác $\Rightarrow d(M,\Delta)=d(M,Ox)$

$\Rightarrow \dfrac{|x+y|}{\sqrt{2}}=|y| \Rightarrow x+(1\pm\sqrt{2})y=0$.

Câu 15: Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\ y=1-3t\end{cases}$ và 2 điểm $A(1\,;\,2)$, $B(-2\,;\,m)$. Định m để A và B nằm cùng phía đối với d .

A. $m<13$. **B.** $m\ge 13$. **C.** $.m>13$. **D.** $m=13$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình tổng quát của đường thẳng $d:3(x-2)+1(y-1)=0$ hay $d:3x+y-7=0$.

A,B cùng phía với d $\Leftrightarrow (3x_A+y_A-7)(3x_B+y_B-7)>0 \Leftrightarrow -2(-13+m)>0 \Leftrightarrow m<13$

Câu 16: Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi 2 đường thẳng $\Delta_1: x+2y-3=0$ và $\Delta_2: 2x-y+3=0$.

A. $3x+y=0$ và $x-3y=0$. **B.** $3x+y=0$ và $x+3y-6=0$.

C. $3x+y=0$ và $-x+3y-6=0$. **D.** $3x+y+6=0$ và $x-3y-6=0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $M(x;y)$ là điểm thuộc đường phân giác $\Rightarrow d(M,\Delta_1)=d(M,\Delta_2)$

$\Rightarrow \dfrac{|x+2y-3|}{\sqrt{5}}=\dfrac{|2x-y+3|}{\sqrt{5}} \Rightarrow x+2y-3=\pm(2x-y+3) \Rightarrow \left[\begin{array}{l}-x+3y-6=0\\ 3x+y=0\end{array}\right.$.

Câu 17: Cho hai đường thẳng $d_1:2x-4y-3=0; d_2:3x-y+17=0$. Số đo góc giữa d_1 và d_2 là

A. $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $-\frac{3\pi}{4}$. **D.** $-\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

$\cos\left(d_1,d_2\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\left(d_1,d_2\right)=\frac{\pi}{4}$.

Câu 18: Cho đường thẳng $d:3x+4y-5=0$ và 2 điểm $A\left(1;3\right)$, $B\left(2;m\right)$. Định m để A và B nằm cùng phía đối với d.

A. $m<0$. **B.** $m>-\frac{1}{4}$. **C.** $m>-1$. **D.** $m=-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B.

A,B nằm về hai phía của đường thẳng d

$\Leftrightarrow(3+12-5)(6+4m-5)>0\Leftrightarrow m>-\frac{1}{4}$.

Câu 19: Cho ΔABC với $A\left(1;3\right)$, $B(-2;4)$, $C(-1;5)$ và đường thẳng $d:2x-3y+6=0$. Đường thẳng d cắt cạnh nào của ΔABC?

A. Cạnh AC. **B.** Không cạnh nào.

C. Cạnh AB. **D.** Cạnh BC.

Lời giải

Chọn B.

Thay điểm A vào phương trình đường thẳng d ta được -1

Thay điểm B vào phương trình đường thẳng d ta được -10

Thay điểm C vào phương trình đường thẳng d ta được -11

Suy ra điểm A và B nằm cùng phía đối với d nên d không cắt cạnh AB.

điểm A và C nằm cùng phía đối với d nên d không cắt cạnh AC

điểm C và B nằm cùng phía đối với d nên d không cắt cạnh BC.

Câu 20: Cho hai đường thẳng $\Delta_1:x+y+5=0$ và $\Delta_2:y=-10$. Góc giữa Δ_1 và Δ_2 là

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $88°57'52"$. **D.** $1°13'8"$.

Lời giải

Chọn B.

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n_1}=\left(1;1\right)$.

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n_2}=\left(0;1\right)$.

Ta có $\cos\left(\Delta_1,\Delta_2\right)=\left|\cos\left(\vec{n_1},\vec{n_2}\right)\right|=\frac{\left|\vec{n_1}.\vec{n_2}\right|}{\left|\vec{n_1}\right|.\left|\vec{n_2}\right|}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\left(\Delta_1,\Delta_2\right)=45°$

Câu 21: Cho tam giác ABC có $A\left(0;1\right),B\left(2;0\right),C\left(-2;-5\right)$. Tính diện tích S của tam giác ABC

A. $S=\frac{5}{2}$. **B.** $S=5$. **C.** $S=7$. **D.** $S=\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $AB=\sqrt{5}$; $AC=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$. ; $BC=\sqrt{41}$.

$\Rightarrow p=\frac{\sqrt{5}+2\sqrt{10}+\sqrt{41}}{2}$

$S=\sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}=7.$

Câu 22: Cho đoạn thẳng AB với $A(1;2)$, $B(-3;4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=m+2t\\y=1-t\end{cases}$. Định m để d cắt đoạn thẳng AB.

A. $m<3$. **B.** $m=3$. **C.** $m>3$. **D.** Không có m nào.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình tổng quát của đường thẳng $d: x+2y-m-2=0$

Đường thẳng d và đoạn thẳng AB có điểm chung

$\Leftrightarrow A,B$ nằm về hai phía của đường thẳng d $\Leftrightarrow (1+4-m-2)(-3+8-m-2)<0$.

$\Leftrightarrow (3-m)(3-m)<0$ vô nghiệm.

Câu 23: Đường thẳng $ax+by-3=0,\ a,b\in\mathbb{Z}$ đi qua điểm $M(1;1)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: 3x-y+7=0$ một góc $45°$. Khi đó $a-b$ bằng

A. 6. **B.** -4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D.

Gọi đường thẳng d có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta=(a;b)$ với $a,b\in\mathbb{Z}$.

Ta có $(\Delta,d)=45°\Leftrightarrow\left|\cos\left(\vec{n}_\Delta,\vec{n}_d\right)\right|=\cos 45°\Leftrightarrow\dfrac{\left|\vec{n}_\Delta.\vec{n}_d\right|}{\left|\vec{n}_\Delta\right|.\left|\vec{n}_d\right|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$$\Leftrightarrow\frac{|3a-b|}{\sqrt{10}\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow|3a-b|=\sqrt{5}.\sqrt{a^2+b^2}\Leftrightarrow 2a^2-3ab-2b^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2b\\a=-\dfrac{1}{2}b\end{array}\right..$$

Với $a=2b$ chọn $B=1;\ A=2\ \Rightarrow d: 2x+y-3=0.$

Với $a=-\dfrac{1}{2}b$ chọn $B=-2;\ A=1\ \Rightarrow d: x-2y+1=0.$

Câu 24: Cho $d: 3x-y=0$ và $d': mx+y-1=0$. Tìm m để $\cos(d,d')=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

A. $m=0$. **B.** $m=\dfrac{4}{3}$ hoặc $m=0$. **C.** $m=\dfrac{3}{4}$ hoặc $m=0$. **D.** $m=\pm\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{d}=(3;-1)$.

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng d' là $\vec{d}'=(m;1)$.

Ta có $\cos(d,d')=\dfrac{1}{\sqrt{10}}\Leftrightarrow\left|\cos\left(\vec{n}_d,\vec{n}_{d'}\right)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{10}}\Leftrightarrow\dfrac{\left|\vec{n}_d.\vec{n}_{d'}\right|}{\left|\vec{n}_d\right|.\left|\vec{n}_{d'}\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

$$\Leftrightarrow\frac{|3m-1|}{\sqrt{10}\sqrt{1+m^2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}\Leftrightarrow|3m-1|=\sqrt{m^2+1}\Leftrightarrow 8m^2-6m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=\dfrac{3}{4}\end{array}\right.$$

Câu 25: Cho tam giác ABC có $A(0;1)$, $B(-2;0)$, $C(2;5)$. Tính diện tích S của tam giác ABC

A. $S=3$. **B.** $S=5$. **C.** $S=\frac{5}{2}$. **D.** $S=\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $AB=\sqrt{5}$; $AC=\sqrt{20}$; $BC=\sqrt{41}$.

$\Rightarrow p=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{20}+\sqrt{41}}{2}$

$S=\sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}=3.$

Câu 26: Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $x+my-3=0$ hợp với đường thẳng $x+y=0$ một góc $60°$. Tổng m_1+m_2 bằng:

A. -1. **B.** 1. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\cos(d,d')=60°\Leftrightarrow\left|\cos\left(\vec{n}_d,\vec{n}_{d'}\right)\right|=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{\left|\vec{n}_d.\vec{n}_{d'}\right|}{\left|\vec{n}_d\right|.\left|\vec{n}_{d'}\right|}=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow\dfrac{|m+1|}{\sqrt{2}\sqrt{1+m^2}}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow 2|m+1|=\sqrt{2}.\sqrt{m^2+1}\Leftrightarrow m^2+4m+1=0$.

$\Rightarrow m_1+m_2=-\frac{b}{a}=-4.$

Câu 27: Xác định giá trị của a để góc tạo bởi hai đường thẳng $\begin{cases}x=2+at\\ y=1-2t\end{cases}$ và đường thẳng $3x+4y+12=0$ một góc bằng $45°$.

A. $a=\frac{2}{7};a=-14$. **B.** $a=\frac{2}{7};a=14$. **C.** $a=1;a=-14$. **D.** $a=-2;a=-14$.

Lời giải

Chọn A.

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng d_1 là $\vec{n}_1=(2;a)$.

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng d_2 là $\vec{n}_2=(3;4)$.

Ta có $(d_1,d_2)=45°\Leftrightarrow\left|\cos\left(\vec{n}_{d_1},\vec{n}_{d_2}\right)\right|=\cos 45°\Leftrightarrow\dfrac{\left|\vec{n}_{d_1}.\vec{n}_{d_2}\right|}{\left|\vec{n}_{d_1}\right|.\left|\vec{n}_{d_2}\right|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow\dfrac{|4a+6|}{5\sqrt{4+a^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow 2|4a+6|=5\sqrt{2}.\sqrt{a^2+4}\Leftrightarrow 7a^2+96a-28=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\frac{2}{7}\\ a=-14\end{array}\right.$.

Câu 28: Phương trình đường thẳng đi qua $A(-2;0)$ và tạo với đường thẳng $d:x+3y-3=0$ một góc $45°$ là

A. $2x+y+4=0;x-2y+2=0$. **B.** $2x+y-4=0;x-2y+2=0$.

C. $2x-y+4=0;x-2y+2=0$. **D.** $2x+y+4=0;x+2y+2=0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi đường thẳng Δ đi qua $A(-2;0)$ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta=(A;B)$; $\left(A^2+B^2\neq 0\right)$.

Ta có $(\Delta,d)=45^\circ \Leftrightarrow \left|\cos\left(\vec{n}_\Delta,\vec{n}_d\right)\right|=\cos 45^\circ \Leftrightarrow \dfrac{\left|\vec{n}_\Delta.\vec{n}_d\right|}{\left|\vec{n}_\Delta\right|.\left|\vec{n}_d\right|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|A+3B|}{\sqrt{10}\sqrt{A^2+B^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |A+3B|=\sqrt{5}.\sqrt{A^2+B^2} \Leftrightarrow 4A^2-6AB-4B^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A=2B \\ A=-\dfrac{1}{2}B \end{array}\right.$

Với $A=2B$ chọn $B=1;\ A=2\ \Rightarrow \Delta: 2x+y+4=0.$

Với $A=-\dfrac{1}{2}B$ chọn $B=-2;\ A=1\ \Rightarrow \Delta: x-2y+2=0$

Câu 29: Đường thẳng đi qua $B(-4;5)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: 7x-y+8=0$ một góc 45° có phương trình là

A. $x+2y+6=0$ và $2x-11y-63=0$.

B. $x+2y-6=0$ và $2x-11y-63=0$.

C. $x+2y-6=0$ và $2x-11y+63=0$.

D. $x+2y+6=0$ và $2x-11y+63=0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi đường thẳng d đi qua $B(-4;5)$ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta=(A;B);\ \left(A^2+B^2\neq 0\right)$.

Ta có $(\Delta,d)=45^\circ \Leftrightarrow \left|\cos\left(\vec{n}_\Delta,\vec{n}_d\right)\right|=\cos 45^\circ \Leftrightarrow \dfrac{\left|\vec{n}_\Delta.\vec{n}_d\right|}{\left|\vec{n}_\Delta\right|.\left|\vec{n}_d\right|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|7A-B|}{\sqrt{50}\sqrt{A^2+B^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |7A-B|=5.\sqrt{A^2+B^2} \Leftrightarrow 22A^2-7AB-2B^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A=\dfrac{1}{2}B \\ A=-\dfrac{2}{11}B \end{array}\right.$

Với $A=\dfrac{1}{2}B$ chọn $B=2;\ A=1\ \Rightarrow d: x+2y-6=0.$

Với $A=-\dfrac{2}{11}B$ chọn $B=-11;\ A=2\ \Rightarrow d: 2x-11y+63=0.$

Câu 30: Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường thẳng $d: x+y+3=0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2;-4)$ và tạo với đường thẳng d một góc bằng 45°.

A. $y-4=0$ và $x-2=0$.

B. $y+4=0$ và $x+2=0$.

C. $y-4=0$ và $x+2=0$.

D. $y+4=0$ và $x-2=0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi đường thẳng Δ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta=(a;b)$ với $a^2+b^2\neq 0$.

Ta có $(\Delta,d)=45^\circ \Leftrightarrow \left|\cos\left(\vec{n}_\Delta,\vec{n}_d\right)\right|=\cos 45^\circ \Leftrightarrow \dfrac{\left|\vec{n}_\Delta.\vec{n}_d\right|}{\left|\vec{n}_\Delta\right|.\left|\vec{n}_d\right|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|a+b|}{\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |a+b|=\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow ab=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ b=0 \end{array}\right.$.

Với $a=0$ chọn $b=1\ \Rightarrow \Delta: y+4=0.$

Với $b=0$ chọn $a=1\ \Rightarrow \Delta: x-2=0.$

Câu 31: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy, hãy lập phương trình đường phân giác của góc tù tạo bởi hai đường thẳng $\Delta_1: 3x-4y+12=0,\ \Delta_2: 12x+3y-7=0$.

A. $d:\left(60-9\sqrt{17}\right)x+\left(15-12\sqrt{17}\right)y-35+36\sqrt{17}=0$.

B. $d:\left(60-9\sqrt{17}\right)x+\left(15+12\sqrt{17}\right)y-35-36\sqrt{17}=0.$

C. $d:\left(60+9\sqrt{17}\right)x+\left(15+12\sqrt{17}\right)y+35+36\sqrt{17}=0.$

D. $d:\left(60+9\sqrt{17}\right)x+\left(15-12\sqrt{17}\right)y-35+36\sqrt{17}=0.$

Lời giải

Chọn B.

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_{\Delta_1}=(3;-4)$.

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_{\Delta_2}=(12;3)$.

Vì $\vec{n}_{\Delta_1}.\vec{n}_{\Delta_2}=24>0$ nên đường phân giác góc tù tạo bởi 2 hai đường thẳng là

$$\frac{3x-4y+12}{5}=\frac{12x+3y-7}{3\sqrt{17}} \Leftrightarrow \left(60-9\sqrt{17}\right)x+\left(15+12\sqrt{17}\right)y-35-36\sqrt{17}=0.$$

Câu 32: Cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $A(-4;5)$ và một đường chéo có phương trình $7x-y+8=0$. Tọa độ điểm C là

A. $C(5;14)$. **B.** $C(5;-14)$. **C.** $C(-5;-14)$. **D.** $C(-5;14)$.

Lời giải

Chọn B.

Vì $A(-4;5)\notin 7x-y+8=0$ nên đường chéo $BD: 7x-y+8=0$.

Phương trình đường chéo AC đi qua $A(-4;5)$ và vuông góc với BD là $x+7y-31=0$.

Gọi tâm hình vuông là $I(x;y)$, tọa độ điểm $I(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}7x-y+8=0\\ x+7y-31=0\end{cases} \Leftrightarrow I\left(\frac{1}{2};-\frac{9}{2}\right)$.

I là trung điểm AC suy ra $\begin{cases}x_C=2x_I-x_A=5\\ y_C=2y_I-y_A=-14\end{cases} \Rightarrow C(5;-14)$.

Câu 33: Cho $d:\sqrt{3}x-y=0$ và $d':mx+y-1=0$. Tìm m để $\cos(d,d')=\frac{1}{2}$

A. $m=0$. **B.** $m=\pm\sqrt{3}$.

C. $m=\sqrt{3}$ hoặc $m=0$. **D.** $m=-\sqrt{3}$ hoặc $m=0$.

Lời giải

Chọn C.

$$\cos(d,d')=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\left|\sqrt{3}m-1\right|}{2\sqrt{m^2+1}}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left|\sqrt{3}m-1\right|=\sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow m^2-\sqrt{3}m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\\ m=\sqrt{3}\end{array}\right..$$

Câu 34: Có hai giá trị $m_1,\ m_2$ để đường thẳng $mx+y-3=0$ hợp với đường thẳng $x+y=0$ một góc $60°$. Tổng m_1+m_2 bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 4. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $(\Delta,d)=60^\circ \Leftrightarrow \left|\cos\left(\vec{n}_\Delta,\vec{n}_d\right)\right|=\cos 60^\circ \Leftrightarrow \dfrac{\left|\vec{n}_\Delta.\vec{n}_d\right|}{\left|\vec{n}_\Delta\right|.\left|\vec{n}_d\right|}=\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|m+1|}{\sqrt{2}\sqrt{m^2+1}}=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2|m+1|=\sqrt{2}\sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow m^2+4m+1=0 \Rightarrow m_1+m_2=-\dfrac{b}{a}=-4.$

Câu 35: Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi 2 đường thẳng Δ_1: $3x+4y+1=0$ và Δ_2: $x-2y+4=0$.

A. $(3+\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$ và $(3-\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$.

B. $(3+\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$ và $(3-\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y+1-4\sqrt{5}=0$.

C. $(3-\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$ và $(3+\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y+1-4\sqrt{5}=0$.

D. $(3+\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$ và $(3-\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y+1-4\sqrt{5}=0$.

Lời giải

Chọn B.

Cặp đường thẳng là phân giác của các góc tạo bởi Δ_1, Δ_2 là

$\dfrac{|3x+4y+1|}{5}=\dfrac{|x-2y+4|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x+4y+1=\sqrt{5}(x-2y+4) \\ 3x+4y+1=-\sqrt{5}(x-2y+4) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x+4y+1=\sqrt{5}(x-2y+4) \\ 3x+4y+1=-\sqrt{5}(x-2y+4) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (3-\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y+1-4\sqrt{5}=0 \\ (3+\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0 \end{array}\right.$.

Câu 36: Đường thẳng $bx+ay-3=0,\ a,b\in\mathbb{Z}$ đi qua điểm $M(1;1)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: 3x-y+7=0$ một góc 45°. Khi đó $2a-5b$ bằng

A. -8. **B.** 8. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.

Gọi đường thẳng d có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta=(A;B)$ với $A^2+B^2\neq 0$.

Ta có $(\Delta,d)=45^\circ \Leftrightarrow \left|\cos\left(\vec{n}_\Delta,\vec{n}_d\right)\right|=\cos 45^\circ \Leftrightarrow \dfrac{\left|\vec{n}_\Delta.\vec{n}_d\right|}{\left|\vec{n}_\Delta\right|.\left|\vec{n}_d\right|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|3A-B|}{\sqrt{10}\sqrt{A^2+B^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |3A-B|=\sqrt{5}.\sqrt{A^2+B^2} \Leftrightarrow 2A^2-3AB-2B^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A=2B \\ A=-\dfrac{1}{2}B \end{array}\right.$.

Với $A=2B$ chọn $B=1;\ A=2 \Rightarrow d: 2x+y-3=0.$

Với $A=-\dfrac{1}{2}B$ chọn $B=-2;\ A=1 \Rightarrow d: x-2y+1=0.$

Câu 37: Viết phương trình đường thẳng qua $B(-1;2)$ tạo với đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+3t \\ y=-2t \end{cases}$ một góc 60°.

A. $\left(\sqrt{645}+24\right)x+3y+\sqrt{645}-30=0;\ \left(\sqrt{645}+24\right)x-3y+\sqrt{645}+30=0.$

B. $\left(\sqrt{645}+24\right)x+3y+\sqrt{645}+30=0;\ \left(\sqrt{645}-24\right)x-3y+\sqrt{645}+30=0.$

C. $\left(\sqrt{645}-24\right)x+3y+\sqrt{645}-30=0;\ \left(\sqrt{645}+24\right)x+3y+\sqrt{645}+30=0.$

D. $\left(\sqrt{645}-24\right)x+3y+\sqrt{645}-30=0;\ \left(\sqrt{645}+24\right)x-3y+\sqrt{645}+30=0.$

Lời giải

Chọn D.

Gọi đường thẳng Δ đi qua $B(-1;2)$ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{\Delta}=(a;b)$ với $a^2+b^2\neq 0$.

Ta có $(\Delta,d)=60°\Leftrightarrow\left|\cos\left(\vec{n}_{\Delta},\vec{n}_d\right)\right|=\cos 60°\Leftrightarrow\dfrac{\left|\vec{n}_{\Delta}.\vec{n}_d\right|}{\left|\vec{n}_{\Delta}\right|.\left|\vec{n}_d\right|}=\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow\dfrac{|2a+3b|}{\sqrt{13}\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 2|2a+3b|=\sqrt{13}.\sqrt{a^2+b^2}\Leftrightarrow 3a^2+48ab-23b^2=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} a=\dfrac{-24+\sqrt{645}}{3}b \\ a=\dfrac{-24-\sqrt{645}}{3}b \end{array}\right.$.

Với $a=\dfrac{-24+\sqrt{645}}{3}b$ chọn $b=3;\ a=-24+\sqrt{645}\ \Rightarrow\Delta:\left(\sqrt{645}-24\right)x+3y+\sqrt{645}-30=0.$

Với $a=\dfrac{-24-\sqrt{645}}{3}b$ chọn $b=-3;\ a=24+\sqrt{645}\ \Rightarrow\Delta:\left(\sqrt{645}+24\right)x-3y+\sqrt{645}+30=0.$

Câu 38: Cho đoạn thẳng AB với $A(1;2)$, $B(-3;4)$ và đường thẳng d : $4x-7y+m=0$. Tìm m để d và đường thẳng AB tạo với nhau góc $60°$.

A. $m=1$. **B.** $m=\{1;2\}$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** không tồn tại m.

Lời giải

Chọn B.

Gọi đường thẳng AB có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{AB}=(2;4)=2(1;2)$.

Ta có $(AB,d)=\left|\cos\left(\vec{n}_{AB},\vec{n}_d\right)\right|=\dfrac{\left|\vec{n}_{AB}.\vec{n}_d\right|}{\left|\vec{n}_{AB}\right|.\left|\vec{n}_d\right|}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

$\Rightarrow(AB,d)\approx 56°$.

Câu 39: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1: x+2y-6=0$ và $\Delta_2: x-3y+9=0$. Viết phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2.

A. $\left(\sqrt{2}+1\right)x+\left(2\sqrt{2}+3\right)y-\left(6\sqrt{2}+9\right)=0.$ **B.** $\left(\sqrt{2}-1\right)x+\left(2\sqrt{2}+3\right)y-\left(6\sqrt{2}+9\right)=0.$

C. $\left(\sqrt{2}-1\right)x+\left(2\sqrt{2}-3\right)y-\left(6\sqrt{2}+9\right)=0.$ **D.** $\left(\sqrt{2}-1\right)x+\left(2\sqrt{2}+3\right)y+\left(6\sqrt{2}+9\right)=0.$

Lời giải

Chọn B.

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_{\Delta_1}=(1;2)$.

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_{\Delta_2}=(1;-3)$.

Vì $\vec{n}_{\Delta_1}.\vec{n}_{\Delta_2}=-5<0$ nên đường phân giác góc tù tạo bởi 2 hai đường thẳng là

$\dfrac{x+2y-6}{\sqrt{5}}=\dfrac{x-3y+9}{\sqrt{10}}\Leftrightarrow\left(\sqrt{2}-1\right)x+\left(2\sqrt{2}+3\right)y-\left(6\sqrt{2}+9\right)=0$.

Câu 40: Lập phương trình Δ đi qua $A(2;1)$ và tạo với đường thẳng $d: 2x+3y+4=0$ một góc $45°$.

A. $5x+y-11=0;\ x-5y+3=0.$ **B.** $5x+y+11=0;\ x-5y+3=0.$

C. $5x+y-11=0;\ x-5y-3=0.$ **D.** $5x+2y-12=0;\ 2x-5y+1=0.$

Lời giải

Chọn A.

Gọi đường thẳng Δ đi qua $A(2;1)$ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (a;b)$ với $a^2+b^2 \neq 0$.

Ta có $(\Delta, d) = 45° \Leftrightarrow \left|\cos\left(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d\right)\right| = \cos 45° \Leftrightarrow \dfrac{\left|\vec{n}_\Delta.\vec{n}_d\right|}{\left|\vec{n}_\Delta\right|.\left|\vec{n}_d\right|} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|2a+3b|}{\sqrt{13}\sqrt{a^2+b^2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2|2a+3b| = \sqrt{26}.\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 10a^2 - 48ab - 10b^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 5b \\ a = -\dfrac{1}{5}b \end{array}\right.$.

Với $a = 5b$ chọn $b = 1$; $a = 5$ $\Rightarrow \Delta: 5x + y - 11 = 0$.

Với $a = -\dfrac{1}{5}b$ chọn $b = -5$; $a = 1$ $\Rightarrow \Delta: x - 5y + 3 = 0$.

Câu 41: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy, cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình: $d_1: x + y = 1$, $d_2: x - 3y + 3 = 0$. Hãy viết phương trình đường thẳng d đối xứng với d_2 qua đường thẳng d_1.

A. $d: 3x - y - 1 = 0$. **B.** $d: 3x - y + 1 = 0$. **C.** $d: 3x + y + 1 = 0$. **D.** $d: 3x + y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $I(x;y) = d_1 \cap d_2$. Khi đó tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - 3y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I(0;1)$.

Chọn $M(-3;0) \in d_2$. Gọi Δ đi qua M và vuông góc với d_1.

Suy ra Δ có dạng $x - y + c = 0$.

Vì $M(-3;0) \in \Delta \Rightarrow c = 3 \Rightarrow \Delta: x - y + 3 = 0$

Gọi $H(x;y) = d_1 \cap \Delta$. Khi đó tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow H(-1;2)$.

Gọi N là điểm đối xứng của M qua d_1. Khi đó H là trung điểm của MN.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_H - x_M = 1 \\ y_N = 2y_H - y_M = 4 \end{cases} \Rightarrow N(1;4)$.

Vậy đường thẳng d chính là đường thẳng IN, ta có

$\dfrac{x-0}{1} = \dfrac{y-1}{3} \Leftrightarrow 3x - y + 1 = 0$.

Câu 42: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y - 2 = 0$ và $d_2: 2x + 4y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng qua điểm $P(3;1)$ cùng với d_1, d_2 tạo thành tam giác cân có đỉnh là giao điểm của d_1 và d_2.

A. $\left[\begin{array}{l} d: 3x + y - 10 = 0 \\ d: x + 3y = 0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} d: 3x - y - 10 = 0 \\ d: x - 3y = 0 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} d: 2x + y - 7 = 0 \\ d: x - 2y - 1 = 0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} d: 3x + y - 10 = 0 \\ d: x - 3y = 0 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi phương trình đường thẳng d đi qua điểm P có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B)$, $A^2+B^2\neq 0$.

Theo giả thiết ta có $(d,d_1)=(d,d_2)\Leftrightarrow \cos(d,d_1)=\cos(d,d_2)$

$$\Leftrightarrow \frac{|2A-B|}{\sqrt{5}.\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{|2A+4B|}{2\sqrt{5}.\sqrt{A^2+B^2}}$$

$$\Leftrightarrow 2.|2A-B|=|2A+4B|\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2(2A-B)=2A+4B\\ 2(2A-B)=-2A-4B\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}A=3B\\ A=-\frac{1}{3}B\end{array}\right..$$

Với $A=3B$ chọn $B=1; A=3\Rightarrow d:3x+y-10=0$.

Với $A=-\frac{1}{3}B$ chọn $B=-3; A=1\Rightarrow d:x-3y=0$.

Câu 43: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy, cho tam giác cân PRQ, biết phương trình cạnh đáy $PQ:2x-3y+5=0$, cạnh bên $PR:x+y+1=0$. Tìm phương trình cạnh bên RQ biết rằng nó đi qua điểm $D(1;1)$

A. $RQ:17x+7y+24=0$. **B.** $RQ:17x-7y-24=0$.

C. $RQ:17x+7y-24=0$. **D.** $RQ:17x-7y+24=0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi phương trình cạnh bên RQ đi qua điểm D có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B)$, $A^2+B^2\neq 0$.

Vì tam giác PRQ cân tại R nên $(RQ,PQ)=(PQ,PR)\Leftrightarrow \cos(RQ,PQ)=\cos(PQ,PR)$

$$\Leftrightarrow \frac{|2A-3B|}{\sqrt{13}.\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{1}{\sqrt{13}.\sqrt{2}}\Leftrightarrow \sqrt{2}.|2A-3B|=\sqrt{A^2+B^2}$$

$$\Leftrightarrow 7A^2-24AB+17B^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}A=\frac{17}{7}B\\ A=B\end{array}\right.$$

Với $A=\frac{17}{7}B$ chọn $B=7; A=17\Rightarrow RQ:17x+7y-24=0$.

Với $A=B$ chọn $B=1; A=11\Rightarrow RQ:x+y-2=0$ loại vì $RQ//\text{PR}$.

Vậy đường thẳng cần tìm là $RQ:17x+7y-24=0$.

Câu 44: Trong mặt phẳng Oxy, cho 3 đường thẳng $d_1:3x+4y-6=0$; $d_2:4x+3y-1=0$ và $d_3:y=0$. Gọi $A=d_1\cap d_2$; $B=d_2\cap d_3$; $C=d_3\cap d_1$. Viết phương trình đường phân giác trong của góc B.

A. $4x-2y-1=0$. **B.** $4x-2y+1=0$. **C.** $4x+8y-1=0$. **D.** $4x+8y+1=0$.

Lời giải

Chọn A.

$A=d_1\cap d_2$, suy ta tọa độ điểm $A(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}3x+4y-6=0\\ 4x+3y-1=0\end{cases}\Rightarrow A(-2;3)$.

$B=d_2\cap d_3$, suy ta tọa độ điểm $B(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}y=0\\ 4x+3y-1=0\end{cases}\Rightarrow B\left(\frac{1}{4};0\right)$.

$C=d_3\cap d_1$, suy ta tọa độ điểm $C(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}3x+4y-6=0\\ y=0\end{cases}\Rightarrow C(2;0)$.

Phương trình các đường phân giác góc B là $\frac{4x+3y-1}{5}=\pm y \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x-2y-1=0\ (\Delta_1) \\ 4x+8y-1=0\ (\Delta_2) \end{array}\right.$.

Xét đường thẳng $(\Delta_1): 4x-2y-1=0$, ta có $(4x_A-2y_A-1)(4x_C-2y_C-1)=-105<0$

Suy ra A và C nằm khác phía đối với (Δ_1).

Do đó đường phân giác trong góc B là $(\Delta_1): 4x-2y-1=0$.

Câu 45: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy, cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình: $d_1: x+y=1,\ \ d_2: x-3y+3=0$. Hãy viết phương trình đường thẳng d_3 đối xứng với d_1 qua đường thẳng d_2.

A. $7x+y-1=0$. **B.** $7x+y+1=0$. **C.** $7x-y-1=0$. **D.** $7x-y+1=0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $I(x;y)=d_1\cap d_2$. Khi đó tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

$\begin{cases} x+y=1 \\ x-3y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow I(0;1)$.

Chọn $M(1;0)\in d_1$. Gọi Δ đi qua M và vuông góc với d_2.

Suy ra Δ có dạng $3x+y+c=0$.

Vì $M(1;0)\in\Delta \Rightarrow c=-3 \Rightarrow \Delta: 3x+y-3=0$.

Gọi $H(x;y)=d_2\cap\Delta$. Khi đó tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x+y-3=0 \\ x-3y+3=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{5} \\ y=\frac{6}{5} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{3}{5};\frac{6}{5}\right)$.

Gọi N là điểm đối xứng của M qua d_2. Khi đó H là trung điểm của MN.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_N=2x_H-x_M=\frac{1}{5} \\ y_N=2y_H-y_M=\frac{12}{5} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{1}{5};\frac{12}{5}\right)$.

Vậy đường thẳng d_3 chính là đường thẳng IN, ta có

$\frac{x-0}{0-\frac{1}{5}}=\frac{y-1}{\frac{12}{5}-1} \Leftrightarrow 7x+y-1=0$.

Câu 46: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho ΔABC có đỉnh $A(3;0)$ và phương trình hai đường cao $(BB'): 2x+2y-9=0$ và $(CC'): 3x-12y-1=0$. Viết phương trình cạnh BC.

A. $4x-5y-20=0$. **B.** $4x+5y+20=0$. **C.** $4x+5y-20=0$. **D.** $4x-5y+20=0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $H(x;y)$ là trực tâm của tam giác ΔABC. Khi đó tọa độ điểm $H(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2x+2y-9=0\\3x-12y-1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{11}{3}\\y=\dfrac{5}{6}\end{cases} \Rightarrow H\left(\dfrac{11}{3};\dfrac{5}{6}\right)$.

Phương trình cạnh AC đi qua $A(3;0)$ và vuông góc với BB'

nên (AC) có dạng $2x-2y+c=0$.

Vì $A(3;0)\in(AC)$ nên $6+c=0 \Rightarrow c=-6$. Do đó $(AC): 2x-2y-6=0 \Leftrightarrow x-y-3=0$.

Ta có $C = AC\cap CC'$ nên tọa độ điểm $C(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình

$\begin{cases}3x-12y-1=0\\x-y-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{35}{9}\\y=\dfrac{8}{9}\end{cases} \Rightarrow C\left(\dfrac{35}{9};\dfrac{8}{9}\right)$.

Phương trình cạnh BC đi qua điểm $C\left(\dfrac{35}{9};\dfrac{8}{9}\right)$ nhận $\overrightarrow{AH}=\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{6}\right)=\dfrac{1}{6}(4;5)$. làm véctơ pháp tuyến $\Rightarrow (BC)$: $4x+5y-20=0$.

Câu 47: Cho tam giác ABC, đỉnh $B(2;-1)$, đường cao $AA': 3x-4y+27=0$ và đường phân giác trong của góc C là $CD: x+2y-5=0$. Khi đó phương trình cạnh AB là

A. $4x-7y-15=0$. **B.** $2x+5y+1=0$. **C.** $4x+7y-1=0$. **D.** $2x-5y-9=0$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình cạnh BC đi qua $B(2;-1)$ và vuông góc với AA' là $4x+3y-5=0$.

Gọi $C(x;y)$, tọa độ điểm $C(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}x+2y-5=0\\4x+3y-5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-1\\y=3\end{cases} \Rightarrow C(-1;3)$

Gọi M là điểm đối xứng của B qua CD. Khi đó tọa độ điểm $M(x;y)$ thỏa mãn

$\begin{cases}2(x-2)-(y+1)=0\\ \dfrac{x+2}{2}+2\left(\dfrac{y-1}{2}\right)-5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x-y-5=0\\x+2y-10=0\end{cases} \Rightarrow M(4;3)$.

Phương trình cạnh AC chính là MC, ta có $AC: y=3$.

Gọi $A(x;y)$, tọa độ điểm $A(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}3x-4y+27=0\\y=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-5\\y=3\end{cases} \Rightarrow A(-5;3)$.

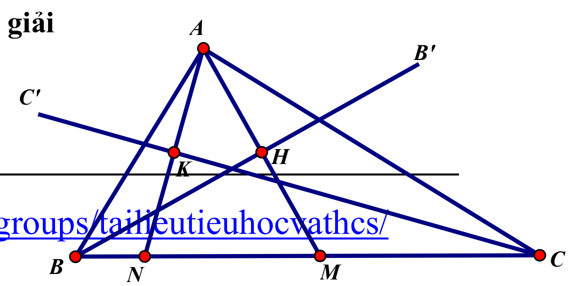
Phương trình cạnh AB là $\dfrac{x+5}{7}=\dfrac{y-3}{-4} \Leftrightarrow 4x+7y-1=0$.

Câu 48: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descarter vuông góc Oxy, cho ΔABC có điểm $A(2;-1)$ và hai đường phân giác trong của hai góc B, C lần lượt có phương trình $(\Delta_B): x-2y+1=0$, $(\Delta_C): x+y+3=0$. Viết phương trình cạnh BC.

A. $BC: 4x+y+3=0$ **B.** $BC: 4x-y+3=0$. **C.** $BC: 4x-y-3=0$ **D.** $BC: 4x+y-3=0$

Lời giải

Chọn B.



+) Gọi $H\left(x_H;y_H\right)$ là hình chiếu của điểm A lên Δ_B

$\Rightarrow \overrightarrow{AH}\perp \vec{u}_{\Delta_B} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\vec{u}_{\Delta_B}=0.$

Ta có $H\left(2y_H-1;y_H\right)\in\Delta_B$;

$\overrightarrow{AH}=\left(2y_H-3;y_H+1\right)$; $\vec{u}_{\Delta_B}=\left(2;1\right).$

$\Rightarrow \overrightarrow{AH}.\vec{u}_{\Delta_B}=0 \Leftrightarrow 2\left(2y_H-3\right)+\left(y_H+1\right)=0 \Leftrightarrow y_H=1 \Rightarrow H\left(1;1\right).$

Gọi M là điểm đối xứng của A qua Δ_B.

Khi đó H là trung điểm của AM $\Leftrightarrow \begin{cases} x_M=2x_H-x_A=0 \\ y_M=2y_H-y_A=3 \end{cases} \Rightarrow M\left(0;3\right).$

+) Gọi $K\left(x_K;y_K\right)$ là hình chiếu của điểm A lên $\Delta_C \Rightarrow \overrightarrow{AK}\perp\vec{u}_{\Delta_C} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK}.\vec{u}_{\Delta_C}=0.$

Ta có $K\left(x_K;-x_K-3\right)\in\Delta_C$; $\overrightarrow{AK}=\left(x_K-2;-x_K-2\right)$; $\vec{u}_{\Delta_C}=\left(1;-1\right).$

$\Rightarrow \overrightarrow{ADK}.\vec{u}_{\Delta_C}=0 \Leftrightarrow x_K-2+x_K+2=0 \Leftrightarrow x_K=0 \Rightarrow K\left(0;-3\right).$

Gọi N là điểm đối xứng của A qua Δ_C.

Khi đó K là trung điểm của AN $\Leftrightarrow \begin{cases} x_N=2x_K-x_A=-2 \\ y_M=2y_K-y_A=-5 \end{cases} \Rightarrow N\left(-2;-5\right).$

Phương trình đường thẳng BC chính là phương trình đường thẳng MN.

$\Rightarrow$ đường thẳng BC : $\dfrac{x-0}{-2}=\dfrac{y-3}{-8} \Leftrightarrow 4x-y+3=0$

Câu 49: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descarter vuông góc Oxy, cho ΔABC vuông cân tại $A\left(4;1\right)$ và cạnh huyền BC có phương trình: $3x-y+5=0$. Viết phương trình hai cạnh góc vuông AC và AB.

A. $x-2y-2=0$ và $2x+y+9=0$.
B. $x-2y+2=0$ và $2x+y-9=0$.
C. $x-2y+2=0$ và $2x+y+9=0$.
D. $x+2y-2=0$ và $2x-y+9=0$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Viết phương trình đường thẳng đi qua A tạo với đường thẳng BC một góc $45°$.

Cách 2:

Gọi $H\left(x;y\right)$ là hình chiếu của $A\left(4;1\right)$ lên BC.

d đi qua $A\left(4;1\right)$ và vuông góc với BC nên d có dạng $x+3y+c=0$.

Vì $A\left(4;1\right)\in d \Rightarrow 7+c=0 \Leftrightarrow c=-7$ nên $d: x+3y-7=0$.

Khi đó tọa độ điểm $H\left(x;y\right)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x-y+5=0 \\ x+3y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{4}{5} \\ y=\dfrac{13}{5} \end{cases}$

$\Rightarrow H\left(-\dfrac{4}{5};\dfrac{13}{5}\right).$

Vì ΔABC vuông cân tại A nên A, B, C thuộc đường tròn $\left(C\right)$ ngoại tiếp ΔABC có tâm $H\left(-\dfrac{4}{5};\dfrac{13}{5}\right)$ và bán kính $R=AH=\dfrac{8\sqrt{10}}{5}$.

Phương trình đường tròn (C) : $\left(x+\frac{4}{5}\right)^2+\left(y-\frac{13}{5}\right)^2=\frac{128}{5}$.

Tọa độ điểm B, C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}3x-y+5=0\\ \left(x+\frac{4}{5}\right)^2+\left(y-\frac{13}{5}\right)^2=\frac{128}{5}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=3x+5\\ \left(x+\frac{4}{5}\right)^2+\left(3x+5-\frac{13}{5}\right)^2=\frac{128}{5}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=3x+5\\ 25x^2+40x-48=0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{4}{5}\Rightarrow y=\frac{37}{5}\\ x=-\frac{12}{5}\Rightarrow y=-\frac{11}{5}\end{array}\right.$

Suy ra 2 điểm $B\left(\frac{4}{5};\frac{37}{5}\right)$; $C\left(-\frac{12}{5};-\frac{11}{5}\right)$ hoặc $C\left(\frac{4}{5};\frac{37}{5}\right)$; $B\left(-\frac{12}{5};-\frac{11}{5}\right)$.

Vậy phương trình hai cạnh AB và AC là

$(AB):\frac{x-4}{\frac{4}{5}-4}=\frac{y-1}{\frac{37}{5}-1}\Leftrightarrow 2x+y-9=0$; $(AC):\frac{x-4}{-\frac{12}{5}-4}=\frac{y-1}{-\frac{11}{5}-1}\Leftrightarrow x-2y-2=0$.

Hoặc $(AC):\frac{x-4}{\frac{4}{5}-4}=\frac{y-1}{\frac{37}{5}-1}\Leftrightarrow 2x+y-9=0$; $(AB):\frac{x-4}{-\frac{12}{5}-4}=\frac{y-1}{-\frac{11}{5}-1}\Leftrightarrow x-2y-2=0$.

Câu 50: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ΔABC vuông tại A, có đỉnh $C(-4;1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết diện tích tam giác ΔABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.

A. $BC:3x-4y+16=0$. **B.** $BC:3x-4y-16=0$

C. $BC:3x+4y+16=0$. **D.** $BC:3x+4y++8=0$

Lời giải

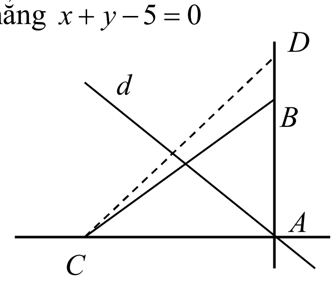
Chọn A.

Cách 1:

Gọi D là điểm đối xứng của $C(-4;1)$ qua đường thẳng $x+y-5=0$

suy ra tọa độ điểm $D(x;y)$ là nghiệm của

hệ phương trình $\begin{cases}(x+4)-(y-1)=0\\ \frac{x-4}{2}+\frac{y+1}{2}-5=0\end{cases}\Rightarrow D(4;9)$.



Điểm A thuộc đường tròn đường kính CD

nên tọa độ điểm $A(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}x+y-5=0\\ x^2+(y-5)^2=32\end{cases}$ với $x>0,$ suy ra điểm $A(4;1)$.

Ta có $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=24\Leftrightarrow AB=\frac{2S_{ABC}}{AC}=6$

B thuộc đường thẳng $AD:x=4,$ suy ra tọa độ $B(4;y)$ thỏa mãn $(y-1)^2=36$

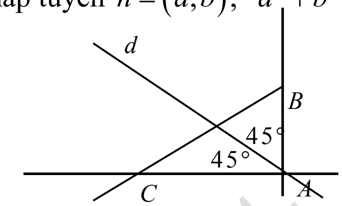
$\Rightarrow B(4;7)$ hoặc $B(4;-5)$.

Do d là phân giác trong góc A, nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$ cùng hướng, suy ra $B(4;7)$.

Do đó, đường thẳng BC có phương trình : $3x-4y+16=0$.

Cách 2:

Gọi đường thẳng AC đi qua điểm $C(-4;1)$ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b)$, $a^2+b^2\neq 0$.



Vì $(AC,d)=45°\Leftrightarrow\left|\cos\left(\vec{n}_{AC},\vec{n}_d\right)\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$$\frac{|a+b|}{\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0;\ \ b=1\\ b=0;\ \ a=1\end{array}\right.$$

Với $b=0;\ a=1$ suy đường thẳng $AC: x+4=0\Rightarrow A=AC\cap d\Rightarrow A(-4;\ 9)$ (loại vì $x_A>0$)

Với $a=0;\ b=1$ suy đường thẳng $AC: y-1=0\Rightarrow A=AC\cap d\Rightarrow A(4;\ 1)$.

nên tọa độ điểm $A(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}x+y-5=0\\ x^2+(y-5)^2=32\end{cases}$ với $x>0$, suy ra điểm $A(4;1)$.

Gọi điểm $B(x;y)$.

Ta có ΔABC vuông tại A nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow x=4\Rightarrow B(4;y)$.

Lại có $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC=24\Leftrightarrow AB=\dfrac{2S_{ABC}}{AC}=6\Leftrightarrow(y-1)^2=36$.

$\Rightarrow B(4;7)$ hoặc $B(4;-5)$.

Do d là phân giác trong góc A, nên hai điểm A và B nằm khác phía đối với đường thẳng d, suy ra $B(4;7)$.

Do đó, đường thẳng BC có phương trình : $3x-4y+16=0$.