

## CHUYÊN ĐỀ: ĐƯỜNG TRÒN

### I: LÝ THUYẾT

1. PT đường tròn (C) có tâm I(a; b) và bán kính r là:  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

2. PT:  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$  (\*)

$$a = \frac{\text{heso } x}{-2}; b = \frac{\text{heso } y}{-2}$$

a) PT (\*) là PT của đường tròn (C)  $\Leftrightarrow a^2 + b^2 - c > 0$

b) Nếu PT (\*) là đường tròn (C) thì có tâm I(a;b) và

$$\text{bán kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$$

3. PT đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ O và bán kính R là:  $x^2 + y^2 = R^2$

### II: CÁC DẠNG BÀI TẬP THƯỜNG GẶP

#### 1. Chứng minh là PT đường tròn (C):

B1: Đưa hệ số của  $x^2$  và  $y^2$  về đều là hệ số 1 (nếu chưa là 1)

B2: Xác định:  $a = \frac{\text{heso } x}{-2}; b = \frac{\text{heso } y}{-2}$

B3: Tính:  $a^2 + b^2 - c$

\* Nếu  $a^2 + b^2 - c > 0$ , suy ra (C) là PT đường tròn

\* Nếu  $a^2 + b^2 - c < 0$ , suy ra (C) không phải là PT đường tròn

#### Chú ý:

a) Nếu hệ số của  $x^2$  và  $y^2$  không bằng nhau thì suy ra ngay (C) không phải là PT đường tròn

b) Nếu hệ số  $c < 0$  thì suy ra ngay (C) là PT đường tròn

#### 2. Viết PT đường tròn (C):

a) **Dạng 1:** Đường tròn (C) có tâm I(a; b) và bán kính R thì PT đường tròn là:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

b) **Dạng 2:** Đường tròn (C) có tâm I(a; b) và đi qua điểm M

B1: Bán kính  $R = IM = \sqrt{(x_M - x_I)^2 + (y_M - y_I)^2}$

B2: Thực hiện như dạng 1

**c) Dạng 3:** Đường tròn (C) có đường kính AB

B1: Gọi tâm I là trung điểm của AB  $\Rightarrow I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

B2: Bán kính  $R = IA = \sqrt{(x_A - x_I)^2 + (y_B - y_I)^2}$

B3: Thực hiện như dạng 1

**d) Dạng 4:** Đường tròn (C) có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta : ax + by + c = 0$

B1: Bán kính  $R = d(I, \Delta)$

B2: Thực hiện như dạng 1

**e) Dạng 5:** Đường tròn (C) đi qua 3 điểm A, B, C

\* *Cách 1:* B1: Gọi  $I(a; b)$  là tâm đường tròn (C), ta có: 
$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_A - a)^2 + (y_A - b)^2 = (x_B - a)^2 + (y_B - b)^2 \\ (x_A - a)^2 + (y_A - b)^2 = (x_C - a)^2 + (y_C - b)^2 \end{cases}$$
 (thay vào và khai triển đưa về hệ PT 2 ẩn a, b

rồi giải hệ này (bằng máy tính bỏ túi)  $\Leftrightarrow \begin{cases} a = ? \\ b = ?? \end{cases}$  Suy ra: Tâm I(?; ??)

B2: Tính bán kính  $R = IA = \sqrt{(x_A - a)^2 + (y_A - b)^2}$

B3: Thực hiện như dạng 1

\* *Cách 2:* B1: Gọi PT đường tròn (C) cần tìm có dạng:  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$  (\*)

B2: Ta có hệ: 
$$\begin{cases} x_A^2 + y_A^2 - 2ax_A - 2by_A + c = 0 \\ x_B^2 + y_B^2 - 2ax_B - 2by_B + c = 0 \\ x_C^2 + y_C^2 - 2ax_C - 2by_C + c = 0 \end{cases}$$
 (thay vào, rút gọn đưa về hệ PT 3 ẩn a, b, c rồi

giải hệ này (bằng máy tính bỏ túi)  $\Leftrightarrow \begin{cases} a = ? \\ b = ?? \\ c = ??? \end{cases}$

B3: Thay a, b, c vào (\*) ta được PT đường tròn (C) cần tìm

**f) Dạng 6:** Đường tròn (C) đi qua điểm M và tiếp xúc với hai trục tọa độ Oxy

B1: Gọi PT đường tròn (C) cần tìm có dạng:  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  (\*)

B2: (C) tiếp xúc với 2 trục tọa độ  $Ox, Oy \Leftrightarrow |a| = |b| = R$

a) Xét trường hợp 1:  $R = a = b \Rightarrow (*)$  trở thành:  $(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$  (\*\*)

Mà:  $M \in (C) \Leftrightarrow (x_M - a)^2 + (y_M - a)^2 = a^2 \Leftrightarrow$  khai triển đưa về PT bậc 2 theo ẩn a rồi giải PT

này  $\Leftrightarrow \begin{cases} a = ? \\ a = ?? \end{cases}$  thay vào a vào (\*\*) ta được PT đường tròn (C) cần tìm

b) Xét trường hợp 2:  $R = a = -b \Rightarrow (*)$  trở thành:  $(x - a)^2 + (y + a)^2 = a^2$  (\*\*\*)

Mà:  $M \in (C) \Leftrightarrow (x_M - a)^2 + (y_M + a)^2 = a^2 \Leftrightarrow$  khai triển đưa về PT bậc 2 theo ẩn a rồi giải PT

này  $\Leftrightarrow \begin{cases} a = ? \\ a = ?? \end{cases}$  thay vào a vào (\*\*\*) ta được PT đường tròn (C) cần tìm

**g) Dạng 7:** Đường tròn (C) tiếp xúc với 2 trục tọa độ  $Ox, Oy$  và có tâm nằm trên đường thẳng  $d: mx + ny + p = 0$

B1: Gọi PT đường tròn (C) cần tìm có dạng:  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  (\*)

B2: (C) tiếp xúc với 2 trục tọa độ  $Ox, Oy \Leftrightarrow |a| = |b| = R$

a) Xét trường hợp 1:  $R = a = b \Rightarrow (*)$  trở thành:  $(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$  (\*\*)

Từ (\*\*)  $\Rightarrow$  tâm  $I(a; a)$  mà  $I \in d$  nên:  $ma + na + p = 0 \Leftrightarrow a = ?$  thay a vào (\*\*) ta được PT đường tròn (C) cần tìm

b) Xét trường hợp 2:  $R = a = -b \Rightarrow (*)$  trở thành:  $(x - a)^2 + (y + a)^2 = a^2$  (\*\*\*)

Từ (\*\*\*)  $\Rightarrow$  tâm  $I(a; -a)$  mà  $I \in d$  nên:  $ma - na + p = 0 \Leftrightarrow a = ?$  thay a vào (\*\*\*) ta được PT đường tròn (C) cần tìm

### 3. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C):

**a) Dạng 1:** PTTT của (C) đi qua  $M(x_0; y_0)$  với  $M \in (C)$  (hay PTTT của (C) tại điểm M)

B1: Xác định tâm I của đường tròn (C)

B2: VTPT của tiếp tuyến là:  $\vec{n} = \overline{IM}$

B3: Tiếp tuyến của (C):  $\begin{cases} \text{đi qua } M(x_0; y_0) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = \overline{IM} = (x_M - x_0; y_M - y_0) = (a; b) \end{cases}$

B4: PTTQ tiếp tuyến của (C) là:  $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

**b) Dạng 2:** PTTT của (C) đi qua  $M(x_0; y_0)$  với  $M \notin (C)$

B1: Xác định tâm  $I(a; b)$  và bán kính  $R$  của (C)

B2: PT đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M$  có dạng:  $y = k(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow kx - y - kx_0 + y_0 = 0$  (\*)

B3:  $\Delta$  là tiếp tuyến của (C)  $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|ka - b - kx_0 + y_0|}{\sqrt{k^2 + (-1)^2}} = R$

$\Leftrightarrow |ka - b - kx_0 + y_0| = R\sqrt{k^2 + 1} \Leftrightarrow (ka - b - kx_0 + y_0)^2 = R^2(k^2 + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} k = ? \\ k = ?? \end{cases}$

B4: Thay  $k$  vào (\*), ta được PTTT của (C) cần tìm (có 2 PTTT)

**Chú ý:** Nếu tìm được 1  $n_0$   $k$  thì xét tiếp tuyến  $d$  là đt đứng đi qua  $M$ :  $x - x_M = 0$

**c) Dạng 3:** PTTT của (C) song song với đường thẳng  $d: mx + ny + p = 0$

B1: Xác định tâm  $I(a; b)$  và bán kính  $R$  của (C)

B2: PT đường thẳng  $\Delta$  song song với đường thẳng  $d$  có dạng:  $mx + ny + p' = 0$  (\*)

B3:  $\Delta$  là tiếp tuyến của (C)  $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|ma + nb + p'|}{\sqrt{m^2 + n^2}} = R \Leftrightarrow \begin{cases} p' = ? \\ p' = ?? \end{cases}$

B4: Thay  $p'$  vào (\*), ta được PTTT của (C) cần tìm (có 2 PTTT)

**d) Dạng 4:** PTTT của (C) vuông góc với đường thẳng  $d: mx + ny + p = 0$

B1: Xác định tâm  $I(a; b)$  và bán kính  $R$  của (C)

B2: PT đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với đường thẳng  $d$  có dạng:  $nx - my + p' = 0$  (\*)

B3:  $\Delta$  là tiếp tuyến của (C)  $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|na - mb + p'|}{\sqrt{n^2 + (-m)^2}} = R \Leftrightarrow \begin{cases} p' = ? \\ p' = ?? \end{cases}$

B4: Thay  $p'$  vào (\*), ta được PTTT của (C) cần tìm (có 2 PTTT)

**4. Chứng tỏ 1 điểm  $A$  thuộc (nằm trên), nằm ngoài, nằm trong đường tròn (C):**

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

B1: Thay tọa độ của điểm  $A$  vào VT của PT đường tròn (C)

B2: \* Nếu VT = 0 thì  $A \in (C)$  (nằm trên hay thuộc)

\* Nếu  $VT > 0$  thì A nằm ngoài đường tròn (C)

\* Nếu  $VT < 0$  thì A nằm trong đường tròn (C)

### III: BÀI TẬP MẪU

**Bài 1:** Hãy cho biết các PT nào sau đây là những PT đường tròn (C):

a)  $2x^2 + y^2 - 8x + 2y - 1 = 0$

b)  $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$

c)  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 20 = 0$

d)  $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 9 = 0$

e)  $3x^2 + 3y^2 + 12x - 6y + 9 = 0$

e)  $2x^2 + 2y^2 - 8x + 10y - 4 = 0$

**Giải:** a) Không phải là PT đường tròn (C) (vì hệ số của  $x^2$  và  $y^2$  không bằng nhau)

b) Là PT đường tròn (C) (vì hệ số của  $x^2$  và  $y^2$  bằng nhau và hệ số  $c = -4 < 0$ )

c) Ta có:  $a = 1$ ;  $b = -3$

\*  $a^2 + b^2 - c = 1^2 + (-3)^2 - 20 = -10 < 0$ . Vậy: không phải là PT đường tròn (C)

d) Ta có:  $a = -3$ ;  $b = -1$

\*  $a^2 + b^2 - c = (-3)^2 + (-1)^2 - 9 = 1 > 0$ . Vậy: là PT đường tròn (C)

e)  $3x^2 + 3y^2 + 12x - 6y + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 2y + 3 = 0$

\* Ta có:  $a = -2$ ;  $b = 1$

\*  $a^2 + b^2 - c = (-2)^2 + 1^2 - 3 = 2 > 0$ . Vậy: là PT đường tròn (C)

f) Là PT đường tròn (C) (vì hệ số của  $x^2$  và  $y^2$  bằng nhau và hệ số  $c = -4 < 0$ )

**Bài tập 2:** Xác định tâm và bán kính của các đường tròn sau:

a)  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 36$

b)  $x^2 + (y + 5)^2 = 13$

c)  $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 7 = 0$

d)  $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 3 = 0$

e)  $5x^2 + 5y^2 - 15x + 20y - 5 = 0$

f)  $x^2 + y^2 + x - 6y + 2 = 0$

**Giải:** a) Tâm  $I(2; -3)$ , bán kính  $R = \sqrt{36} = 6$

b) Tâm  $I(0; -5)$ , bán kính  $R = \sqrt{13}$

c) Tâm  $I(3; -5)$ , bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{3^2 + (-5)^2 - 7} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

d) Tâm  $I(-4; 1)$ , bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{(-4)^2 + 1^2 + 3} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

e)  $5x^2 + 5y^2 - 15x + 20y - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 3x + 4y - 1 = 0$

$$\text{Tâm } I\left(\frac{3}{2}; -2\right), \text{ bán kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + (-2)^2 + 1} = \frac{\sqrt{29}}{2}$$

$$\text{f) Tâm } I\left(-\frac{1}{2}; 3\right), \text{ bán kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3^2 - 2} = \frac{\sqrt{29}}{2}$$

**Bài 3:** Viết PT đường tròn (C), biết: a) (C) có tâm I(3; -2) và đi qua điểm A(-4; 1)

b) (C) có tâm I(2; -5) và tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta: 2x - 3y + 4 = 0$

c) (C) có đường kính MN với M(-2; 5) và N(-4; 3)

**Giải:** a) Ta có: bán kính  $R = IA = \sqrt{(x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2} = \sqrt{(-4 - 3)^2 + (1 + 2)^2} = \sqrt{58}$

PT đường tròn (C) là:  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 58$

b) Ta có: bán kính  $R = d(I, \Delta) = \frac{|2 \cdot 2 - 3 \cdot (-5) + 4|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{23\sqrt{13}}{13}$

PT đường tròn (C) là:  $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = \left(\frac{23\sqrt{13}}{13}\right)^2 = \frac{529}{13}$

c) Gọi tâm I là trung điểm của MN  $\Rightarrow I(-3; 4)$

bán kính  $R = IM = \sqrt{(x_M - x_I)^2 + (y_M - y_I)^2} = \sqrt{(-2 + 3)^2 + (5 - 4)^2} = \sqrt{2}$

PT đường tròn (C) là:  $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$

**Bài 4:** Lập PT đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC biết A(1; 3), B(5; 6), C(7; 0)

**Giải:** \* Cách 1: Gọi PT đường tròn (C) có dạng:  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

$$3 \text{ điểm } A, B, C \in (C), \text{ ta có hệ: } \begin{cases} 1^2 + 3^2 - 2a \cdot 1 - 2b \cdot 3 + c = 0 \\ 5^2 + 6^2 - 2a \cdot 5 - 2b \cdot 6 + c = 0 \\ 7^2 + 0^2 - 2a \cdot 7 - 2b \cdot 0 + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a - 6b + c = -10 \\ -10a - 12b + c = -61 \\ -14a + c = -49 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{2} \\ b = \frac{5}{2} \\ c = 14 \end{cases} \text{ Vậy: PT đt (C) cần tìm là: } x^2 + y^2 - 9x - 5y + 14 = 0$$

\* Cách 2: Gọi I(a; b) là tâm đường tròn (C), ta có:  $\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1-a)^2 + (3-b)^2 = (5-a)^2 + (6-b)^2 \\ (1-a)^2 + (3-b)^2 = (7-a)^2 + (0-b)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2a+9-6b = 25-10a+36-12b \\ 1-2a+9-6b = 49-14a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8a+6b=51 \\ 12a-6b=39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{9}{2} \\ b=\frac{5}{2} \end{cases} \text{ suy ra: tâm } I\left(\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$$

$$\text{Bán kính } R = IA = \sqrt{(1-a)^2 + (3-b)^2} = \sqrt{\left(1-\frac{9}{2}\right)^2 + \left(3-\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy: PT đường tròn (C) là: } \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{25}{2}$$

**Bài 5:** Viết PT đường tròn (C) tiếp xúc với các trục tọa độ và

a) Đi qua điểm B(2; -1)

b) Có tâm thuộc đường thẳng  $\Delta: 3x - 5y - 8 = 0$

**Giải:** a) PT đường tròn (C) cần tìm có dạng:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

(C) tiếp xúc với 2 trục Ox, Oy  $\Leftrightarrow |a| = |b| = R$

a) TH1: Với  $R = a = b$ , ta có:  $(x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2$  (\*)

$$\text{Mà } B(2; -1) \in (*) \Rightarrow (2-a)^2 + (-1-a)^2 = a^2 \Leftrightarrow 4 - 4a + a^2 + 1 + 2a + a^2 = a^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2a + 5 = 0: \text{VN}$$

b) TH2: Với  $R = a = -b$ , ta có:  $(x-a)^2 + (y+a)^2 = a^2$  (\*\*)

$$\text{Mà } B(2; -1) \in (**) \Rightarrow (2-a)^2 + (-1+a)^2 = a^2 \Leftrightarrow 4 - 4a + a^2 + 1 - 2a + a^2 = a^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } (C_1): (x-1)^2 + (y+1)^2 = 1 \text{ và } (C_2): (x-5)^2 + (y+5)^2 = 25$$

b) PT đường tròn (C) cần tìm có dạng:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

(C) tiếp xúc với 2 trục Ox, Oy  $\Leftrightarrow |a| = |b| = R$

a) TH1: Với  $R = a = b$ , ta có:  $(x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2$  (\*)

$$\text{Suy ra: Tâm } I(a; a), \text{ mà } I \in \Delta \text{ nên: } 3a - 5a - 8 = 0 \Leftrightarrow 2a = 8 \Leftrightarrow a = 4$$

Vậy: PT đường tròn (C) là:  $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$  (thay  $a = 4$  vào (\*))

b) TH2: Với  $R = a = -b$ , ta có:  $(x - a)^2 + (y + a)^2 = a^2$  (\*\*)

Suy ra: Tâm  $I(a; -a)$ , mà  $I \in \Delta$  nên:  $3a + 5a - 8 = 0 \Leftrightarrow 8a = 8 \Leftrightarrow a = 1$

Vậy: PT đường tròn (C) là:  $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$  (thay  $a = 1$  vào (\*\*))

**Bài 6:**

a) Viết PTTT của (C):  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$  tại điểm  $M(4; 2)$

b) Viết PTTT của (C):  $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$  đi qua điểm  $A(3; -2)$

c) Viết PTTT của (C):  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 3 = 0$  và song song với đt d:  $3x - y + 2011 = 0$

d) Lập PTTT của (C):  $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$  và vuông góc với đt d:  $3x - y + 4 = 0$

**Giải:** a) Tâm  $I(1; -2)$ ; VTPT của tiếp tuyến là:  $\vec{n} = \overrightarrow{IM} = (3; 4)$

Tiếp tuyến của (C):  $\begin{cases} \text{đi qua điểm } M(4; 2) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = (3; 4) \end{cases}$

Suy ra: PTTT của (C) là:  $3(x - 4) + 4(y - 2) = 0$  hay  $3x + 4y - 20 = 0$

b) Ta thấy:  $A(3; -2) \notin (C)$ ; Tâm  $I(2; 1)$  và bán kính  $R = \sqrt{5}$

Đt  $\Delta$  đi qua điểm  $A(3; -2)$  có dạng:  $y = k(x - 3) - 2 \Leftrightarrow kx - y - 3k - 2 = 0$

$\Delta$  là tiếp tuyến của (C)  $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|2k - 1 - 3k - 2|}{\sqrt{k^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5}$

$\Leftrightarrow |-k - 3| = \sqrt{5(k^2 + 1)} \Leftrightarrow (-k - 3)^2 = 5(k^2 + 1) \Leftrightarrow k^2 + 6k + 9 = 5k^2 + 5$

$\Leftrightarrow 4k^2 - 6k - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Vậy: Các PTTT của (C) là:  $\Delta_1: 2x - y - 8 = 0$  và  $\Delta_2: -\frac{1}{2}x - y - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow -x - 2y - 1 = 0$

c) Tâm  $I(2; -3)$ , bán kính  $R = \sqrt{10}$

Đt  $\Delta$  song song với đt d có dạng:  $3x - y + c = 0$

$\Delta$  là tiếp tuyến của (C)  $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 2 - 1 \cdot (-3) + c|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \sqrt{10}$



$$\Leftrightarrow |9 + c| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} 9 + c = 10 \\ 9 + c = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ c = -19 \end{cases}$$

Vậy: Các PTTT của (C) là:  $\Delta_1: 3x - y + 1 = 0$  và  $\Delta_2: 3x - y - 19 = 0$

d) Tâm  $I(3; -1)$ , bán kính  $R = \sqrt{10}$

Đt  $\Delta$  vuông góc với đt d có dạng:  $x + 3y + c = 0$

$$\Delta \text{ là tiếp tuyến của (C) } \Leftrightarrow d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|1 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) + c|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \sqrt{10}$$

$$\Leftrightarrow |-2 + c| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 + c = 10 \\ -2 + c = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 12 \\ c = -8 \end{cases}$$

Vậy: Các PTTT của (C) là:  $\Delta_1: x + 3y + 12 = 0$  và  $\Delta_2: x + 3y - 8 = 0$

**Bài 7:** Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 10x + 4y - 3 = 0$  và điểm  $M(2; -3)$ . Chứng tỏ điểm M nằm trong đường tròn (C)

**Giải:** Ta có:  $2^2 + (-3)^2 - 10 \cdot 2 + 4 \cdot (-3) - 3 = -22 < 0$

Vậy: Điểm M nằm trong đường tròn (C)

#### IV: BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Xác định tâm và bán kính đường tròn, biết:

a)  $(x + 4)^2 + (y - 1)^2 = 25$

b)  $(x - 2)^2 + y^2 = 7$

c)  $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$

d)  $x^2 + y^2 + 5x - 4y - 2 = 0$

e)  $5x^2 + 5y^2 - 20x + 30y + 10 = 0$

f)  $x^2 + y^2 + 2x - 8 = 0$

**Bài 2:** Viết phương trình đường tròn (C), biết:

a) (C) có tâm  $I(-3; 2)$  và bán kính  $R = 5$

b) (C) có tâm  $I(5; -1)$  và đi qua điểm  $E(3; -4)$

c) (C) có tâm  $I(3; 2)$  và tiếp xúc với đường thẳng d:  $5x - 12y + 3 = 0$

d) (C) có đường kính CD với  $C(3; 5)$ ,  $D(-7; 1)$

e) (C) đi qua 3 điểm M, N, P biết  $M(1; 2)$ ,  $N(5; 2)$ ,  $P(1; -3)$

f) (C) đi qua 3 điểm C, D, E biết  $C(-2; 4)$ ,  $D(5; 5)$ ,  $E(6; -2)$

**Bài 3:** Viết PT đường tròn (C) tiếp xúc với các trục tọa độ và

a) Đi qua điểm  $M(2; 1)$

b) Có tâm ở trên đường thẳng d:  $4x - 2y - 8 = 0$

Bài 4: Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$

a) Chứng tỏ rằng điểm A(-1; 0) thuộc đường tròn (C)

b) Viết PTTT của (C) tại điểm A(-1; 0)

c) Viết PTTT của (C) vuông góc với đường thẳng d:  $3x - 4y + 5 = 0$

**Bài 5:** Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$  và điểm A(1; 3)

a) Chứng tỏ rằng điểm A nằm ngoài đường tròn (C)

b) Lập PTTT với (C) xuất phát từ điểm A

**Bài 6:** Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 5 = 0$ . Viết PTTT của (C) song song với đường thẳng d:  $2x + y - 1 = 0$

**Bài 7:** Cho phương trình ( $C_m$ ):  $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m - 2)y + 6 - m = 0$ . Xác định m để ( $C_m$ ) là phương trình của đường tròn. Tìm tâm và bán kính đường tròn đó.

**Bài 8:** Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ . Viết PTTT của (C) kẻ từ A(5; 0)