

ĐỀ SỐ 6

Bài 1: (1 điểm)

- a. Rút gọn biểu thức $M = (\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + \sqrt{10}) \cdot \sqrt{2} - \sqrt{5}$
- b. Tính giá trị của biểu thức $Q = \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \cos 30^\circ \cdot \cos^2 30^\circ$.

Bài 2: (2,5 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} - \frac{10-9\sqrt{x}}{4-x} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}+4}$

- a. Rút gọn biểu thức.
- b. Tìm x để $P < \frac{1}{2}$.
- c. Tính giá trị của P khi $x = 9 + 4\sqrt{2}$.

Bài 3: (2,5 điểm) Cho hàm số $y = (2m-3)x - m + 2$ ($m \neq \frac{3}{2}$) có đồ thị là đường thẳng

(d)

- a. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2; 3)$. Vẽ đồ thị hàm số với giá trị m vừa tìm được.
- b. Với $m = 3$, hãy tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) với đường thẳng $y = -x - 3$.
- c. Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m.

Bài 4: (3,5 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, kẻ tiếp tuyến Ax, By. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn (M khác A, B) kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn cắt Ax, By theo thứ tự ở C và D.

- a. Chứng minh $\angle COD = 90^\circ$ và $CD = AC + BD$.
- b. Chứng minh rằng $AC \cdot BD$ và $\frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2}$ là các đại lượng không đổi.
- c. Chứng minh đường tròn đường kính CD tiếp xúc với AB.
- d. Gọi N là giao điểm của AD với BC, H là giao điểm MN với AB. Chứng minh $MN \parallel AC \parallel BD$ và $NM = HN$.
- e. Xác định vị trí của M trên nửa đường tròn để diện tích tứ giác ACDB nhỏ nhất.

Bài 5: (0,5 điểm) Cho $x, y > 0, x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $N = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{xy}$.