$\Leftrightarrow 2\cos^2\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)-\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=0 \Leftrightarrow \cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=0 \vee \cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$

Với $\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=0 \Leftrightarrow 2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2},\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Với $\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ 2x-\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Vậy nghiệm của phương trình: $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2}, x=\frac{\pi}{4}+k\pi, x=-\frac{\pi}{12}+k\pi,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

2). $\cot x+\left(1+\tan x\tan\frac{x}{2}\right)\sin x=4$ (1). Điều kiện $\begin{cases} \sin x\neq 0 \\ \cos x\neq 0 \\ \cos\frac{x}{2}\neq 0 \end{cases}$

Ta có: $1+\tan x\tan\frac{x}{2}=1+\frac{\sin x\sin\frac{x}{2}}{\cos x\cos\frac{x}{2}}=\frac{\cos x\cos\frac{x}{2}+\sin x\sin\frac{x}{2}}{\cos x\cos\frac{x}{2}}=\frac{\cos\left(x-\frac{x}{2}\right)}{\cos x\cos\frac{x}{2}}=\frac{1}{\cos x}$

$(1)\Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x}+\frac{\sin x}{\cos x}=4 \Leftrightarrow \cos^2 x+\sin^2 x=4\sin x\cos x \Leftrightarrow 2\sin 2x=1$

$\Leftrightarrow \sin 2x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ 2x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Vậy nghiệm của phương trình: $x=\frac{\pi}{12}+k\pi, x=\frac{5\pi}{12}+k\pi,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

3). $\cot x-\tan x=\frac{2}{\sin 2x}-4\sin 2x$ (1). Điều kiện $\sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq\frac{k\pi}{2}$

$(1)\Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x}-\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{2}{\sin 2x}-4\sin 2x \quad \Leftrightarrow \frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\sin x\cos x}=\frac{2}{\sin 2x}-4\sin 2x$

$\Leftrightarrow \frac{2\cos 2x}{\sin 2x}=\frac{2}{\sin 2x}-4\sin 2x \quad \Leftrightarrow 2\cos 2x=2-4\sin^2 2x$

$\Leftrightarrow \cos 2x=1-2\left(1-\cos^2 2x\right) \quad \Leftrightarrow 2\cos^2 2x-\cos 2x-1=0$

$\Leftrightarrow \cos 2x = 1 \vee \cos 2x = -\frac{1}{2}$.

Với $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = k2\pi \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ (loại)

Với $\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = \cos\frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., (k \in \mathbb{Z})$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

4). $\sqrt{2}(2\sin x - 1) = 4(\sin x - 1) - \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ (1)

$\Leftrightarrow \sqrt{2}(2\sin x - 1) = 4(\sin x - 1) - \left[\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\right]$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}(2\sin x - 1) = 4(\sin x - 1) - \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right)$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}(2\sin x - 1) = 4(\sin x - 1) - \sqrt{2}\cos 2x$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}(2\sin x - 1) = 4(\sin x - 1) - \sqrt{2}(1 - 2\sin^2 x)$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{2}\sin^2 x + 2(2 - \sqrt{2})\sin x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow \sin x = 1 \vee \sin x = -\sqrt{2}$ (loại).

Với $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Với Vậy nghiệm của phương trình: $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

5). $\cot x - 1 = \frac{\cos 2x}{1 + \tan x} + \sin^2 x - \frac{1}{2}\sin 2x$ (1). Điều kiện $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \\ 1 + \tan x \neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} - 1 = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{1 + \frac{\sin x}{\cos x}} + \sin^2 x - \sin x \cos x$

$\Leftrightarrow \dfrac{\cos x-\sin x}{\sin x}=\dfrac{\cos x(\cos x-\sin x)(\cos x+\sin x)}{\cos x+\sin x}+\sin x(\sin x-\cos x)$

$\Leftrightarrow \dfrac{\cos x-\sin x}{\sin x}=\cos x(\cos x-\sin x)-\sin x(\cos x-\sin x)$

$\Leftrightarrow (\cos x-\sin x)\left(\dfrac{1}{\sin x}-\cos x+\sin x\right)=0$

$\Leftrightarrow \cos x-\sin x=0 \vee \dfrac{1}{\sin x}-\cos x+\sin x=0$

Với $\cos x-\sin x=0 \Leftrightarrow \sqrt{2}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0 \Leftrightarrow x+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$.

Với $\dfrac{1}{\sin x}-\cos x+\sin x=0 \Leftrightarrow 1-\sin x\cos x+\sin^2 x=0 \Leftrightarrow 1-\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{1-\cos 2x}{2}=0$

$\Leftrightarrow \sin 2x+\cos 2x=3 \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)=3 \Leftrightarrow \sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ (vô nghiệm).

Vậy nghiệm của phương trình: $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$

6). $5\sin x-2=3(1-\sin x)\tan^2 x \ \ (1)$. Điều kiện: $\cos x\neq 0$.

$\Leftrightarrow 5\sin x-2=3(1-\sin x)\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$.

$\Leftrightarrow 5\sin x-2=3(1-\sin x)\dfrac{\sin^2 x}{1-\sin^2 x}$.

$\Leftrightarrow 5\sin x-2=3(1-\sin x)\dfrac{\sin^2 x}{(1-\sin x)(1+\sin x)}$.

$\Leftrightarrow 5\sin x-2=3.\dfrac{\sin^2 x}{1+\sin x}$.

$\Leftrightarrow 2\sin^2 x+3\sin x-2=0 \Leftrightarrow \sin x=\dfrac{1}{2}$ hoặc $\sin x=-2$ (vô nghiệm).

Với $\sin x=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x=\sin\dfrac{\pi}{6} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z})$, so với điều kiện thỏa.

Vậy nghiệm của phương trình: $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi, x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi, (k\in\mathbb{Z})$

7). $\cos^2 3x\cos 2x-\cos^2 x=0$ (1) (ĐH khối A 2005).

$$(1)\Leftrightarrow \frac{1+\cos 6x}{2}.\cos 2x-\frac{1+\cos 2x}{2}=0\Leftrightarrow (1+\cos 6x)\cos 2x-(1+\cos 2x)=0$$

$$\cos 6x\cos 2x-1=0\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 4x+\cos 8x)-1=0\Leftrightarrow \cos 4x+\cos 8x-2=0$$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 4x+\cos 4x-3=0\Leftrightarrow \cos 4x=1\vee \cos 4x=-\frac{3}{2}$ (loại).

Với $\cos 4x=1\Leftrightarrow 4x=k2\pi\Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{2},(k\in\mathbb{Z})$.

Vậy nghiệm của phương trình: $x=\frac{k\pi}{2},(k\in\mathbb{Z})$

8). $\sin^4 x+\cos^4 x+\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{3}{2}=0$ (1) (ĐH khối D 2005).

$$(1)\Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x+\frac{1}{2}\left[\sin 2x+\sin\left(4x-\frac{\pi}{2}\right)\right]-\frac{3}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x+\frac{1}{2}(\sin 2x-\cos 4x)-\frac{3}{2}=0$$

$\Leftrightarrow -\sin^2 2x+\sin 2x-\cos 4x-1=0$ $\Leftrightarrow -\sin^2 2x+\sin 2x-(1-2\sin^2 2x)-1=0$

$\Leftrightarrow \sin^2 2x+\sin 2x-2=0$ $\Leftrightarrow \sin 2x=1$ hoặc $\sin 2x=-2$ (loại).

Với $\sin 2x=1\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},(k\in\mathbb{Z})$.

Vậy nghiệm của phương trình: $x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},(k\in\mathbb{Z})$.

9). $\dfrac{(1+\sin x+\cos 2x)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{1+\tan x}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x$ (ĐH khối A 2010).

Điều kiện $\begin{cases}\cos x \ne 0\\ 1+\tan x \ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\cos x \ne 0\\ \tan x \ne -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x \ne \dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x \ne -\dfrac{\pi}{4}+k\pi\end{cases},(k\in\mathbb{Z})$

$$\Leftrightarrow \frac{(1+\sin x+\cos 2x)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{1+\frac{\sin x}{\cos x}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x.$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos x(1+\sin x+\cos 2x)}{\sin x+\cos x}.\frac{\sin x+\cos x}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x.$$

$\Leftrightarrow 1+\sin x+\cos 2x=1 \Leftrightarrow -2\sin^2 x+\sin x+1=0 \Leftrightarrow \sin x=-\frac{1}{2} \vee \sin x=1$ (loại).

Với $\sin x=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x=\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \vee x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi,(k\in\mathbb{Z})$

So với điều kiện nghiệm của phương trình $x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \vee x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi,(k\in\mathbb{Z})$.

hoc360.net