

Khi $a < 0$ ta có $x^2 + x + a = 0, x^2 - x + a = 0$ có 4 nghiệm xếp thứ tự $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$

Với $x > x_4$ hoặc $x < x_1$ ta có BPT: $2x^2 - 2x + 2a \leq 0$

Có nghiệm $x_1 < x < x_2$ và $x_1 + x_2 = 1; x_1 x_2 < 0$

Nên tồn tại nghiệm lớn hơn 1 vậy C đúng

Câu 40: Cho bất phương trình: $x^2 + 2|x+m| + 2mx + 3m^2 - 3m + 1 < 0$. Để bất phương trình có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là:

- A.** $-1 < m < -\frac{1}{2}$. **B.** $-1 < m < \frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2} < m < 1$. **D.** $\frac{1}{2} < m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $x^2 + 2|x+m| + 2mx + 3m^2 - 3m + 1 < 0 \Leftrightarrow (x+m)^2 + 2|x+m| + 2m^2 - 3m + 1 < 0$

$\Leftrightarrow (|x+m|+1)^2 < -2m^2 + 3m$ có nghiệm khi và chỉ khi $-2m^2 + 3m > 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1$

Câu 42: Tìm a để bất phương trình $x^2 + 4x \leq a(|x+2|+1)$ có nghiệm?

- A.** Với mọi a . **B.** Không có a . **C.** $a \geq -4$. **D.** $a \leq -4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $a+1$

$x^2 + 4x \leq a(|x+2|+1) \Leftrightarrow (x+2)^2 - a|x+2| - a - 4 \leq 0$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 - a|x+2| + \frac{a^2}{4} \leq \frac{a^2}{4} + a + 4 \Leftrightarrow \left(|x+2| - \frac{a}{2}\right)^2 \leq \frac{a^2}{4} + a + 4$

Bất phương trình đã cho có nghiệm khi $\frac{a^2}{4} + a + 4 \geq 0$ luôn đúng với $\forall a$.

Câu 43: Để bất phương trình $\sqrt{(x+5)(3-x)} \leq x^2 + 2x + a$ nghiệm đúng $\forall x \in [-5; 3]$, tham số a phải thỏa điều kiện:

- A.** $a \geq 3$. **B.** $a \geq 4$. **C.** $a \geq 5$. **D.** $a \geq 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\sqrt{(x+5)(3-x)} \leq x^2 + 2x + a \Leftrightarrow \sqrt{-x^2 - 2x + 15} - x^2 - 2x \leq a$

Đặt $t = \sqrt{-x^2 - 2x + 15}$, ta có bảng biến thiên

x	-5	-1	3
$-x^2 - 2x + 15$	0	16	0

Suy ra $t \in [0; 4]$. Bất phương trình đã cho thành $t^2 + t - 15 \leq a$.

Xét hàm $f(t) = t^2 + t - 15$ với $t \in [0; 4]$.

Với $x < 2$, ta có: $(1) \Leftrightarrow -(x-2)(x+1) + m = 0 \Leftrightarrow m = x^2 - x - 2$

$$\text{Đặt } f(x) = \begin{cases} -x^2 + x + 2 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - x - 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$-\frac{9}{4}$	0	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $-\frac{9}{4} < m < 0$.

Câu 49: Để phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt: $|10x - 2x^2 - 8| = x^2 - 5x + a$. Giá trị của tham số a là:

- A.** $a = 1$. **B.** $a \in (1; 10)$. **C.** $a \in \left[4; \frac{45}{4}\right]$. **D.** $4 < a < \frac{43}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét phương trình: $|10x - 2x^2 - 8| = x^2 - 5x + a \quad (1)$

$$\Leftrightarrow a = |10x - 2x^2 - 8| - x^2 + 5x$$

Xét $f(x) = |10x - 2x^2 - 8| - x^2 + 5x$

$$= \begin{cases} (10x - 2x^2 - 8) - x^2 + 5x & \text{khi } 10x - 2x^2 - 8 \geq 0 \\ -(10x - 2x^2 - 8) - x^2 + 5x & \text{khi } 10x - 2x^2 - 8 < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -3x^2 + 15x - 8 & \text{khi } 1 \leq x \leq 4 \\ x^2 - 5x + 8 & \text{khi } x \leq 1 \vee x \geq 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$\frac{5}{2}$	4	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	4	$\frac{43}{4}$	4	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 4 < a < \frac{43}{4}$.

Câu 50: Để phương trình sau có nghiệm duy nhất: $|2x^2 - 3x - 2| = 5a - 8x - x^2$, Giá trị của tham số a là:

A. $a = 15$.

B. $a = -12$.

C. $a = -\frac{56}{79}$.

D. $a = -\frac{49}{60}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét phương trình: $|2x^2 - 3x - 2| = 5a - 8x - x^2$ (1)

$$\Leftrightarrow 5a = f(x) = \begin{cases} (2x^2 - 3x - 2) + 8x + x^2 & \text{khi } 2x^2 - 3x - 2 \geq 0 \\ -2x^2 + 3x + 2 + 8x + x^2 & \text{khi } 2x^2 - 3x - 2 < 0 \end{cases}$$
$$= \begin{cases} 3x^2 + 5x - 2 & \text{khi } 2x^2 - 3x - 2 \geq 0 \\ -x^2 + 11x + 2 & \text{khi } 2x^2 - 3x - 2 < 0 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$-\frac{49}{12}$	$-\frac{49}{12}$	$+\infty$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có: phương trình (1) có nghiệm duy nhất $5a = -\frac{49}{12} \Leftrightarrow a = -\frac{49}{60}$.