

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sqrt{3} \cos x + \sin x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = k\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

3). $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 2$ [ĐH D07]

LỜI GIẢI

$$\Leftrightarrow 1 + \sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \Leftrightarrow \sin x + \sqrt{3} \cos x = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

Kết luận nghiệm của phương trình $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

4). $2 \cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 1 = 3(\sin x + \sqrt{3} \cos x)$ [Dự bị 2 ĐH A07]

LỜI GIẢI

$$\Leftrightarrow 1 + \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + 1 = 3(\sin x + \sqrt{3} \cos x)$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + 2 = 3(\sin x + \sqrt{3} \cos x)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x \right) + 1 = 3 \left(\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 3 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \cos 2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 3 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 3 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \left[2 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 3 \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \vee \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{2} \text{ (loại)}$$



Với $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Kết luận nghiệm của phương trình $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

5). $\sin^3 x - \sqrt{3} \cos^3 x = \sin x \cos^2 x - \sqrt{3} \sin^2 x \cos x$ [ĐH B08]

LỜI GIẢI

$$\Leftrightarrow \sin x(\cos^2 x - \sin^2 x) + \sqrt{3} \cos x(\cos^2 x - \sin^2 x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x(\sin x + \sqrt{3} \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin x + \sqrt{3} \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

6). $\sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x = 2 \sin 2x$ [CD 08]

LỜI GIẢI

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 3x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 3x = \sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{3} = 2x + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{3} = \pi - 2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

7). $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ [Dự bị 1 ĐH B08]

LỜI GIẢI

$$\Leftrightarrow \sin x + \sqrt{3} \cos x - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x \right) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin x + \sqrt{3} \cos x - \sqrt{3} \sin x \cos x + \frac{1 - 2 \sin^2 x}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \cos x(1 - \sin x) + \sin x(1 - \sin x) = 0 \Leftrightarrow (1 - \sin x)(\sqrt{3} \cos x + \sin x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sqrt{3} \cos x + \sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

Kết luận nghiệm của phương trình $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

8). $\frac{(1-2\sin x)\cos x}{(1+2\sin x)(1-\sin x)} = \sqrt{3} \quad (1) \quad [\text{ĐH A09}]$

LỜI GIẢI

Điều kiện: $\begin{cases} \sin x \neq 1 \\ \sin x \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$

$$(1) \Leftrightarrow (1-2\sin x)\cos x = \sqrt{3}(1+\sin 2x)(1-\sin x)$$

$$\Leftrightarrow \cos x - \sin 2x = \sqrt{3}(1 + \sin x - 2\sin^2 x) \Leftrightarrow \cos x - \sin 2x = \sqrt{3}(\cos 2x + \sin x)$$

$$\Leftrightarrow \cos x - \sqrt{3}\sin x = \sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{6} = x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{6} = -x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

So với điều kiện nghiệm $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ loại.

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z})$

9). $\sqrt{3}\cos 5x - 2\sin 3x \cos 2x - \sin x = 0 \quad [\text{ĐH D09}]$

LỜI GIẢI

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\cos 5x - (\sin 5x + \sin x) - \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\cos 5x - \sin 5x = 2\sin x \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 5x - \frac{1}{2}\sin 5x = \sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{3} - 5x\right) = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} - 5x + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + 5x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{6} - \frac{k\pi}{2} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}, x = -\frac{\pi}{6} - \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$