Kết luận nghiệm của phương trình $x = 90^0 + k360^0$, $x = 210^0 + k360^0\ (k \in \mathbb{Z})$

b). $\cos(2x + 50^0) = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \cos(2x + 50^0) = \cos 60^0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x + 50^0 = 60^0 + k360^0 \\ 2x + 50^0 = -60^0 + k360^0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5^0 + k180^0 \\ x = -55^0 + k180^0 \end{array}\right.$$

Kết luận nghiệm của phương trình $x = 5^0 + k180^0, x = -55^0 + k180^0, (k \in \mathbb{Z})$

c). $\tan(3x - 30^0) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\Leftrightarrow \tan(3x - 30^0) = \tan(-30^0) \Leftrightarrow 3x - 30^0 = -30^0 + k180^0 \Leftrightarrow x = k60^0$$

Kết luận nghiệm của phương trình $x = k60^0$, $(k \in \mathbb{Z})$.

d). $\cot\left(\frac{x}{2} + 20^0\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\Leftrightarrow \cot\left(\frac{x}{2} + 20^0\right) = \cot(-60^0) \Leftrightarrow \frac{x}{2} + 20^0 = -60^0 + k180^0 \Leftrightarrow x = -160^0 + k360^0$$

Kết luận nghiệm của phương trình $x = -160^0 + k360^0, (k \in \mathbb{Z})$.

Bài 6: Giải các phương trình sau:

a). $(1 + 2\cos x)(3 - \cos x) = 0$

b). $\left(\cot\frac{x}{3} - 1\right)\left(\cot\frac{x}{2} + 1\right) = 0$

c). $\tan(x - 30^0)\cos(2x - 150^0) = 0$

d). $(3\tan x + \sqrt{3})(2\sin x - 1) = 0$

e). $\cos 2x \cot\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

f). $\tan(2x + 60^0)\cos(x + 75^0) = 0$

h). $(\cot x + 1)\sin 3x = 0$

k). $\tan x \tan 2x = -1$

LỜI GIẢI

a). $(1 + 2\cos x)(3 - \cos x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 + 2\cos x = 0 \\ 3 - \cos x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos x = 3 \end{array}\right.$

Với $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Với $\cos x = 3$ phương trình vô nghiệm.

Kết luận nghiệm của phương trình $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

b). $\left(\cot\frac{x}{3} - 1\right)\left(\cot\frac{x}{2} + 1\right) = 0\,(1)$

Điều kiện: $\begin{cases} \sin\frac{x}{3} \neq 0 \\ \sin\frac{x}{2} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} \neq k\pi \\ \frac{x}{2} \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k3\pi \\ x \neq k2\pi \end{cases}, \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

$$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cot\frac{x}{3} - 1 = 0 \\ \cot\frac{x}{2} + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cot\frac{x}{3} = 1 \\ \cot\frac{x}{2} = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x}{3} = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ \frac{x}{2} = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{4} + k3\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right., \left(k \in \mathbb{Z}\right)$$

So với điều kiện các nghiệm này thỏa.

Vậy phương trình có nghiệm: $x = \frac{3\pi}{4} + k3\pi, x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

c). $\tan\left(x - 30^0\right)\cos\left(2x - 150^0\right) = 0$ (1)

Điều kiện: $\cos\left(x - 30^0\right) \neq 0 \Leftrightarrow x - 30^0 \neq 90^0 + k180^0 \Leftrightarrow x \neq 120^0 + k180^0, \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

$$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan\left(x - 30^0\right) = 0 \\ \cos\left(2x - 150^0\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 30^0 = k180^0 \\ 2x - 150^0 = 90^0 + k360^0 \\ 2x - 150^0 = -90^0 + k360^0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 30^0 + k180^0 \\ x = 120^0 + k180^0 \\ x = 30^0 + k180^0 \end{array}\right., \left(k \in \mathbb{Z}\right)$$

So với điều kiện nghiệm $x = 120^0 + k180^0$ loại.

Vậy phương trình có nghiệm: $x = 30^0 + k180^0, \left(k \in \mathbb{Z}\right)$

d). $\left(3\tan x + \sqrt{3}\right)\left(2\sin x - 1\right) = 0\,(1)$. Điều kiện $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

$$(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3\tan x+\sqrt{3}=0\\2\sin x-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\\\sin x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{5\pi}{6}+k\pi\\x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z})$$

So với điều kiện các nghiệm này thỏa. Vì tập các giá trị $\left\{x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$ là tập con của tập các giá trị $\left\{x=\frac{5\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Vậy phương trình có các nghiệm: $x=\frac{5\pi}{6}+k\pi,x=\frac{\pi}{6}+k2\pi,(k\in\mathbb{Z})$

e). $\cos 2x\cot\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0$ (1)

Điều kiện $\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\neq 0\Leftrightarrow x-\frac{\pi}{4}\neq k\pi\Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{4}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$

$$(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\\cot\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\x-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}\\x=\dfrac{3\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$$

Bài 7: Giải các phương trình sau:

a). $\sin(\pi\cos x)=1$ b). $2\cos\left[\frac{\pi}{6}\left(\sin x-13+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right]=\sqrt{3}$

**LỜI GIẢI**

a). $\sin(\pi\cos x)=1\Leftrightarrow\pi\cos x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow\cos x=\frac{1}{2}+2k$ (1)

điều kiện để phương trình có nghiệm $-1\le\cos x\le 1\Leftrightarrow -1\le\frac{1}{2}+2k\le 1\Leftrightarrow -\frac{3}{4}\le k\le\frac{1}{4}$, vì $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k=0$.

Vậy $(1)\Leftrightarrow\cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+m2\pi,(m\in\mathbb{Z})$.

b). $2\cos\left[\frac{\pi}{6}\left(\sin x-13+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right]=\sqrt{3}\Leftrightarrow\cos\left[\frac{\pi}{6}\left(\sin x-13+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right]=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{6}\left(\sin x-13+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{\pi}{6}+k2\pi\quad(1)\\ \frac{\pi}{6}\left(\sin x-13+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\ (2)\end{array}\right.$$

Giải (1): $\frac{\pi}{6}\left(\sin x-13+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{\pi}{6}+k2\pi\Leftrightarrow\sin x-13+\frac{\sqrt{2}}{2}=1+12k\Leftrightarrow\sin x=14-\frac{\sqrt{2}}{2}+12k$

Vì $-1\le\sin x\le1\Leftrightarrow-1\le14-\frac{\sqrt{2}}{2}+12k\le1\Leftrightarrow-\frac{15}{12}+\frac{\sqrt{2}}{24}\le k\le-\frac{13}{12}+\frac{\sqrt{2}}{24}$, vì $k\in\mathbb{Z}$ nên không có giá trị k thỏa.

Giải (2): $\frac{\pi}{6}\left(\sin x-13+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\Leftrightarrow\sin x-13+\frac{\sqrt{2}}{2}=-1+12k\Leftrightarrow\sin x=12-\frac{\sqrt{2}}{2}+12k$ **(2')**

Vì $-1\le\sin x\le1\Leftrightarrow-1\le12-\frac{\sqrt{2}}{2}+12k\le1\Leftrightarrow-\frac{13}{12}+\frac{\sqrt{2}}{24}\le k\le-\frac{11}{12}+\frac{\sqrt{2}}{24}$, và $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k=-1$

$$(2')\Leftrightarrow\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+2m\pi\\ x=\frac{5\pi}{4}+2m\pi\end{array}\right.,(m\in\mathbb{Z})$$