- Cho giao tuyến này cắt các cạnh của mặt đó của hình chóp ta sẽ được các điểm chung mới của (P) với các mặt khác . Từ đó xác định được các giao tuyến mới với các mặt này .
- Tiếp tục như thế cho tới khi các giao tuyến khép kín ta được thiết diện .

Chú ý : Mặt phẳng (α) có thể chỉ cắt một số mặt của hình chóp

Ví dụ:

Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình bình hành tâm O .Gọi M, N , I là ba điểm lấy trên AD , CD , SO . Tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNI) ?

<u>Giải</u>

Trong (ABCD), gọi J = BD $\cap$ MN

K = MN $\cap$ AB

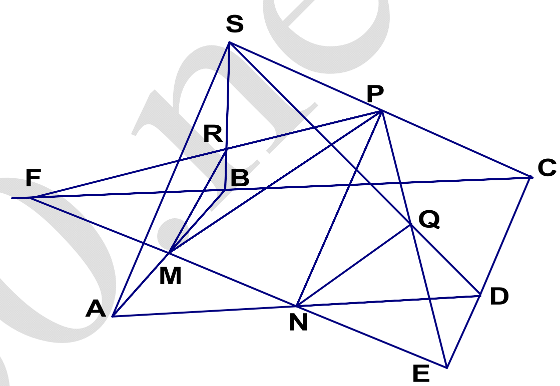
H = MN $\cap$ BC

Trong (SBD), gọi Q = IJ $\cap$ SB

Trong (SAB), gọi R = KQ $\cap$ SA

Trong (SBC), gọi P = QH $\cap$ SC

Vậy : thiết diện là ngũ giác MNPQR



7. Cho hình chóp S.ABCD. Gọi A', B' , C' là ba điểm lấy trên các cạnh SA, SB, SC . Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (A'B'C')

<u>Giải</u>

Trong (ABCD), gọi O = AC $\cap$ BD

Trong (SAC), gọi O' = A'C' $\cap$ SO

Trong (SBD), gọi D' = B'O' $\cap$ SD

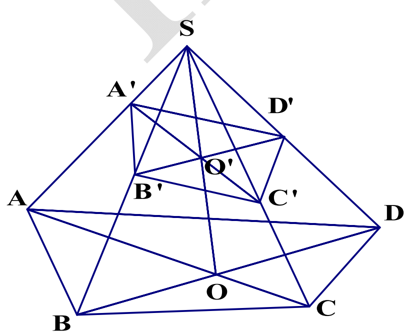
Có hai trường hợp :

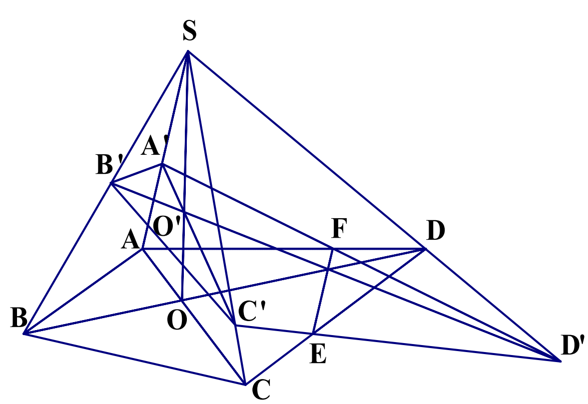
- Nếu D' thuộc cạnh SD thì thiết diện là tứ giác A'B'C'D'
- Nếu D' thuộc không cạnh SD thì

Gọi E = CD $\cap$ C'D'

F = AD $\cap$ A'D'

$\Rightarrow$ thiết diện là tứ giác A'B'C'EF





hoc360.net

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC, E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:

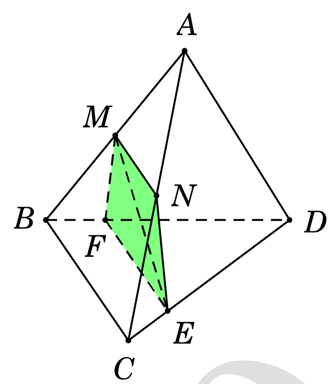
A. Tam giác MNE.

B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD.

C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.

D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.

Lời giải.



Tam giác ABC có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC.

Suy ra MN là đường trung bình của tam giác ABC $\Rightarrow MN // BC$.

Từ E kẻ đường thẳng d song song với BC và cắt BD tại $F \Rightarrow EF // BC$.

Do đó $MN // EF$ suy ra bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng và $MNEF$ là hình thang.

Vậy hình thang $MNEF$ là thiết diện cần tìm. **Chọn D.**

Câu 27. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC. Trên đường thẳng CD lấy điểm M nằm ngoài đoạn CD. Thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (HKM) là:

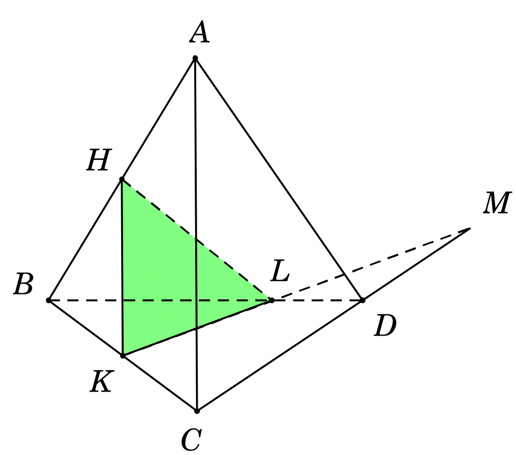
A. Tứ giác $HKMN$ với $N \in AD$.

B. Hình thang $HKMN$ với $N \in AD$ và $HK // MN$.

C. Tam giác HKL với $L = KM \cap BD$.

D. Tam giác HKL với $L = HM \cap AD$.

Lời giải.



Ta có HK, KM là đoạn giao tuyến của (HKM) với (ABC) và (BCD).

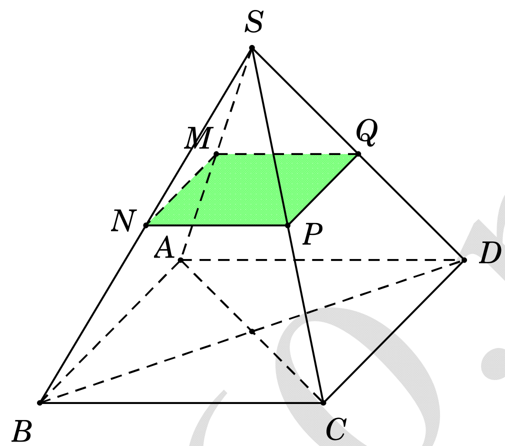
Trong mặt phẳng (BCD), do KM không song song với BD nên gọi $L = KM \cap BD$.

Vậy thiết diện là tam giác HKL. **Chọn C.**

Câu 28. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a $(a > 0)$. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC. Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp theo một thiết diện có diện tích bằng:

A. a^2. **B.** $\frac{a^2}{2}$. **C.** $\frac{a^2}{4}$. **D.** $\frac{a^2}{16}$.

Lời giải.



Gọi Q là trung điểm của SD.

Tam giác SAD có M, Q lần lượt là trung điểm của SA, SD suy ra $MQ // AD$.

Tam giác SBC có N, P lần lượt là trung điểm của SB, SC suy ra $NP // BC$.

Mặt khác $AD // BC$ suy ra $MQ // NP$ và $MQ = NP \Rightarrow MNPQ$ là hình vuông.

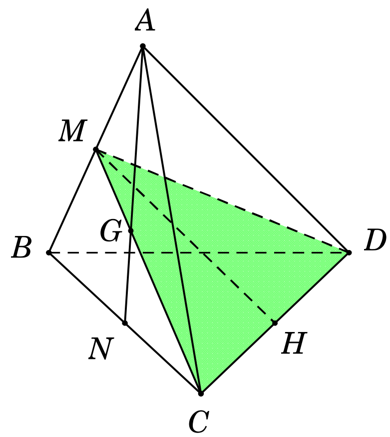
Khi đó M, N, P, Q đồng phẳng $\Rightarrow (MNP)$ cắt SD tại Q và $MNPQ$ là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với $mp\,(MNP)$.

Vậy diện tích hình vuông $MNPQ$ là $S_{MNPQ} = \frac{S_{ABCD}}{4} = \frac{a^2}{4}$. **Chọn C.**

Câu 29. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (GCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là:

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC suy ra $AN \cap MC = G$.

Dễ thấy mặt phẳng (GCD) cắt đường thẳng AB tại điểm M.

Suy ra tam giác MCD là thiết diện của mặt phẳng (GCD) và tứ diện $ABCD$.

Tam giác ABD đều, có M là trung điểm AB suy ra $MD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác ABC đều, có M là trung điểm AB suy ra $MC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là trung điểm của $CD \Rightarrow MH \perp CD \Rightarrow S_{\Delta MCD} = \frac{1}{2}.MH.CD$

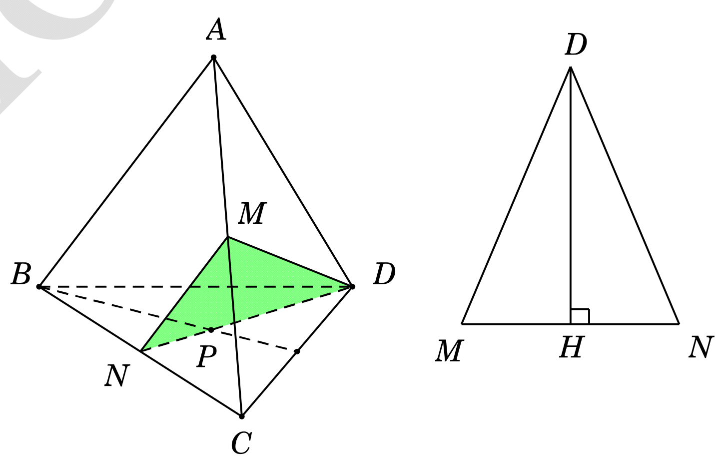
Với $MH = \sqrt{MC^2 - HC^2} = \sqrt{MC^2 - \frac{CD^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $S_{\Delta MCD} = \frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. **Chọn B.**

Câu 30. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC; P là trọng tâm tam giác BCD. Mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là:

A. $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.



Trong tam giác BCD có: P là trọng tâm, N là trung điểm BC. Suy ra N, P, D thẳng hàng.

Vậy thiết diện là tam giác MND.

Xét tam giác MND, ta có $MN=\frac{AB}{2}=a$; $DM=DN=\frac{AD\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

Do đó tam giác MND cân tại D.

Gọi H là trung điểm MN suy ra $DH\perp MN$.

Diện tích tam giác $S_{\Delta MND}=\frac{1}{2}MN.DH=\frac{1}{2}MN.\sqrt{DM^2-MH^2}=\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$. **Chọn C.**

hoc360.net

Dạng 4: Chứng minh ba điểm thẳng hàng

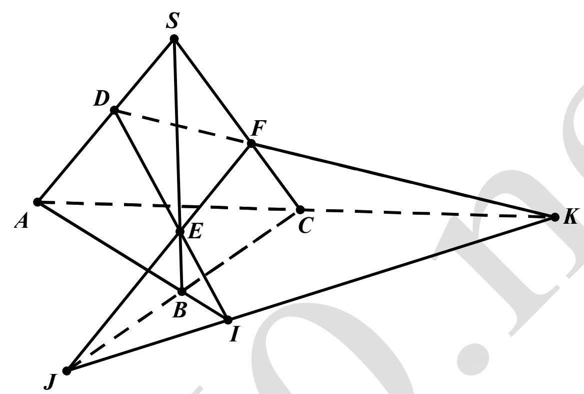
Phương pháp giải:

Để chứng minh ba điểm (hay nhiều điểm) thẳng hàng ta chứng minh chúng là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt, khi đó chúng nằm trên đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng nên thẳng hàng.

Ví dụ điển hình

Ví dụ 1. Cho tứ diện $SABC$. Trên SA,SB và SC lấy các điểm D,E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K. Chứng minh ba điểm I,J,K thẳng hàng.

Lời giải



Ta có $I = DE \cap AB, DE \subset (DEF) \Rightarrow I \in (DEF)$;

$AB \subset (ABC) \Rightarrow I \in (ABC) \quad (1)$.

Tương tự :

$$J = EF \cap BC \Rightarrow \begin{cases} J \in EF \in (DEF) \\ J \in BC \subset (ABC) \end{cases} \quad (2)$$

$$K = DF \cap AC \Rightarrow \begin{cases} K \in DF \subset (DEF) \\ K \in AC \subset (ABC) \end{cases} \quad (3)$$

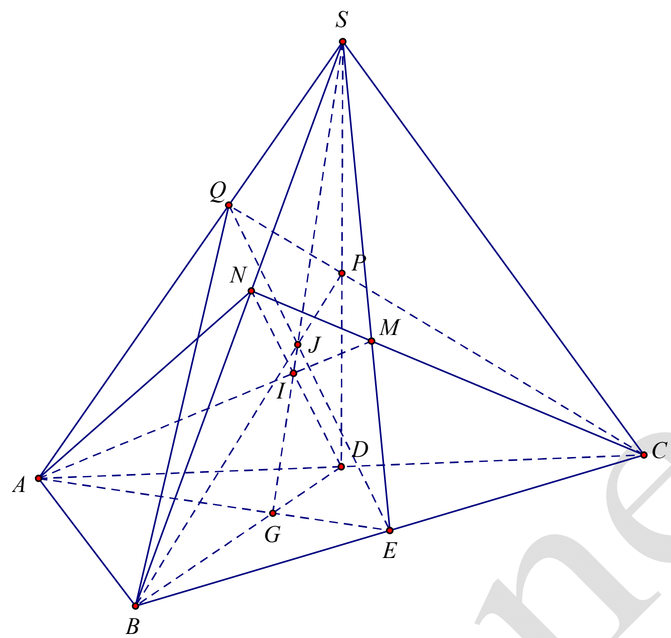
Từ (1),(2) và (3) ta có I,J,K là điểm chung của hai mặt phẳng (ABC) và (DEF) nên chúng thẳng hàng.

Ví dụ 2. Cho tứ diện $S.ABC$ có D,E lần lượt là trung điểm của AC,BC và G là trọng tâm của tam giác ABC. Mặt phẳng (α) đi qua AC cắt SE,SB lần lượt tại M,N. Một mặt phẳng (β) đi qua BC cắt SD,SA tương ứng tại P và Q.

a) Gọi $I = AM \cap DN, J = BP \cap EQ$. Chứng minh S,I,J,G thẳng hàng.

b) Giả sử $K = AN \cap DM, L = BQ \cap EP$. Chứng minh S,K,L thẳng hàng.

Lời giải



a) Ta có:

$S \in (SAE) \cap (SBD)$, (1)

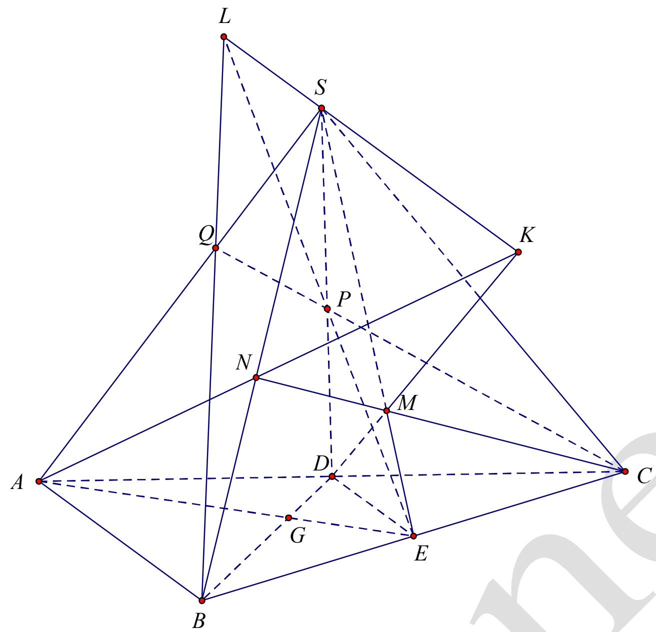
$G = AE \cap BD \Rightarrow \begin{cases} G \in AE \subset (SAE) \\ G \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} G \in (SAE) \\ G \in (SBD) \end{cases}$ (2)

$I = AM \cap DN \Rightarrow \begin{cases} I \in DN \subset (SBD) \\ I \in AM \subset (SAE) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{I} \in (\mathrm{SBD}) \\ \mathrm{I} \in (\mathrm{SAE}) \end{cases}$ (3)

$J = BP \cap EQ \Rightarrow \begin{cases} J \in BP \subset (SBD) \\ J \in EQ \subset (SAE) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J \in (SBD) \\ J \in (SAE) \end{cases}$ (4)

Từ (1),(2),(3) và (4) ta có S, I, J, G là điểm chung của hai mặt phẳng (SBD) và (SAE) nên chúng thẳng hàng.

b)



Ta có:

$S \in (SAB) \cap (SDE)$

$K = AN \cap DM \Rightarrow \begin{cases} K \in AN \subset (SAB) \\ K \in DM \subset (SDE) \end{cases} \Rightarrow K \in (SAB) \cap (SDE)$

$L = BQ \cap EP \Rightarrow \begin{cases} L \in BQ \subset (SAB) \\ L \in EP \subset (SDE) \end{cases} \Rightarrow L \in (SAB) \cap (SDE)$

Vậy S, K, L là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SDE) nên chúng thẳng hàng.

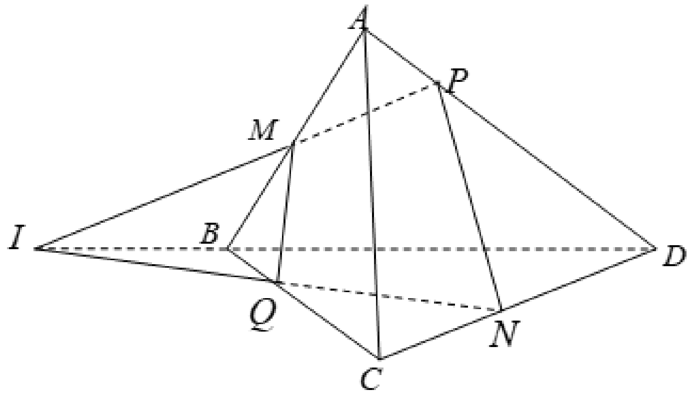
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Ví dụ 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD. Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD và BC lần lượt tại P, Q. Biết MP cắt NQ tại I. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, C. **B.** I, B, D. **C.** I, A, B. **D.** I, C, D.

Lời giải

Chọn B.



Ta có MP cắt NQ tại $I \Rightarrow \begin{cases} I \in MP \\ I \in NQ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \in (ABD) \\ I \in (CBD) \end{cases}$.

$\Rightarrow I \in (ABD) \cap (CBD)$.

$\Rightarrow I \in BD$.

Vậy I, B, D thẳng hàng.

Ví dụ 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $\left(AD \parallel BC\right)$. Gọi I là giao điểm của AB và DC, M là trung điểm SC. DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. S, I, J thẳng hàng.

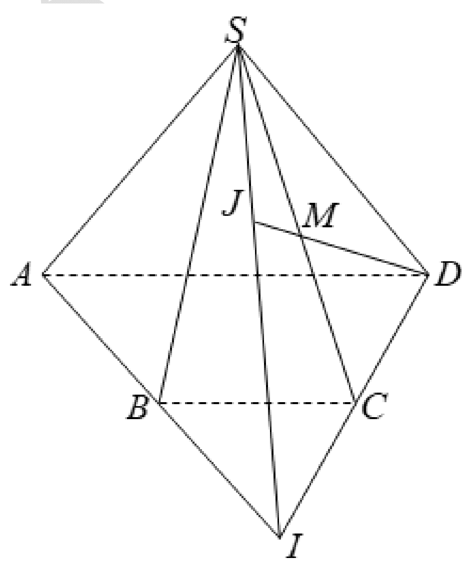
B. $DM \subset mp(SCI)$.

C. $JM \subset mp(SAB)$.

D. $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

Lời giải

Chọn C.



- S, I, J thẳng hàng vì ba điểm cùng thuộc hai mp (SAB) và (SCD) nên A đúng.
- $M \in SC \Rightarrow M \in (SCI)$ nên $DM \subset mp(SCI)$ vậy B đúng.
- $M \notin (SAB)$ nên $JM \not\subset mp(SAB)$ vậy C sai.
- Hiển nhiên D đúng theo giải thích A.

hoc360.net