

$$h). \sin\left(\frac{4\pi}{9} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{18} - x\right) = \sqrt{3} (*)$$

Các bạn để ý: $\left(\frac{4\pi}{9} + x\right) + \left(\frac{\pi}{18} - x\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{18} - x\right) = \sin\left(\frac{4\pi}{9} + x\right)$

$$(*) \Leftrightarrow 2\sin\left(\frac{4\pi}{9} + x\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{4\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{4\pi}{9}\right) = \sin\frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{4\pi}{9} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x + \frac{4\pi}{9} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{9} + k2\pi, x = \frac{2\pi}{9} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Bài 3: Giải các phương trình sau:

a) $\cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ b) $\cos^2\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos^2 x$ c) $\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{4}$
d) $\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ e) $\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{6} + 3x\right) = 2$

LỜI GIẢI

a). $\cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} - x\right)\right) \Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + \frac{\pi}{3} = x + \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 4x + \frac{\pi}{3} = -x - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = -\frac{7\pi}{60} + \frac{k2\pi}{5} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3}, x = -\frac{7\pi}{60} + \frac{k2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

b). $\cos^2\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos^2 x$

$$\Leftrightarrow \frac{1 + \cos\left(6x + \frac{2\pi}{3}\right)}{2} = \frac{1 + \cos 2x}{2} \Leftrightarrow 1 + \cos\left(6x + \frac{2\pi}{3}\right) = 1 + \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(6x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + \frac{2\pi}{3} = 2x + k2\pi \\ 6x + \frac{2\pi}{3} = -2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

c). $\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{1 + \cos\left(4x - \frac{\pi}{2}\right)}{2} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow 1 + \cos\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3}{2}$

$$\Leftrightarrow \sin 4x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 4x = \sin \frac{\pi}{6} \text{ (vì } \sin \alpha = \cos(\alpha - \frac{\pi}{2}))$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 4x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}.$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

d). $\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

$$\Leftrightarrow \frac{1 + \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right)}{2} = \frac{1 - \cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)}{2} \Leftrightarrow 1 + \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) = 1 - \cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(2x + \frac{2\pi}{3} + \pi\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + \frac{\pi}{2} = 2x + \frac{5\pi}{3} + k2\pi \\ 4x + \frac{\pi}{2} = -2x - \frac{5\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{13\pi}{36} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}.$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{7\pi}{12} + k\pi, x = -\frac{13\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

e). $\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{6} + 3x\right) = 2$ (*)

Ta có: $\left(\frac{5\pi}{6} + 3x\right) - \left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\left(\frac{5\pi}{6} + 3x\right) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$

$$(*) \Leftrightarrow 2\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = 2 \Leftrightarrow \cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{3} = k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}.$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Bài 4: Giải các phương trình sau:

a). $3 \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$	b). $-3 \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$	c). $\tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$
d). $\cot\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0$	e). $\tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan 2x = 0$	
f). $\tan\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = 0$		
g). $\tan\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \cot x$		

LỜI GIẢI

a). $3 \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\Leftrightarrow \tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \tan \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

b). $-3 \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cot\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

$\Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

c). $\tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$

$\Leftrightarrow \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

d). $\cot\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \cot\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$

$\Leftrightarrow \cot\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \cot \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{36} + \frac{k\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

$$e). \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan 2x = 0 \Leftrightarrow \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = -\tan 2x \Leftrightarrow \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \tan(-2x)$$

$$\Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{4} = -2x + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{5} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{5}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

$$f). \tan\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \tan\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) \Leftrightarrow 4x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} - 2x + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{36} + \frac{k\pi}{6} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{36} + \frac{k\pi}{6}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

$$g). \tan\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \cot x$$

$$\Leftrightarrow \tan\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{7\pi}{40} + \frac{k\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = \frac{7\pi}{40} + \frac{k\pi}{4}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Bài 5: Giải các phương trình sau:

a). $\sin(x - 60^\circ) = \frac{1}{2}$

b). $\cos(2x + 50^\circ) = \frac{1}{2}$

c). $\tan(3x - 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

d). $\cot\left(\frac{x}{2} + 20^\circ\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

LỜI GIẢI

a). $\sin(x - 60^\circ) = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \sin(x - 60^\circ) = \sin 30^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x - 60^\circ = 30^\circ + k360^\circ \\ x - 60^\circ = 180^\circ - 30^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 90^\circ + k360^\circ \\ x = 210^\circ + k360^\circ \end{cases}$$