

C. $MNPQ$ là hình bình hành.

D. MP và NQ chéo nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

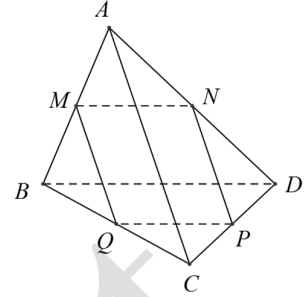
Có MN, PQ lần lượt là đường trung bình tam giác ABD, BCD

$$\text{nên } \begin{cases} MN \parallel BD, MN = \frac{1}{2}BD \\ PQ \parallel BD, PQ = \frac{1}{2}BD \end{cases}$$

Nên $MN \parallel PQ, MN = PQ$

$\Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành.

Do đó MP và NQ cùng thuộc mặt phẳng $MNPQ$.



Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB .

a) Khẳng định nào sau đây là đúng nhất?

A. MN song song với CD .

B. MN chéo với CD .

C. MN cắt với CD .

D. MN trùng với CD .

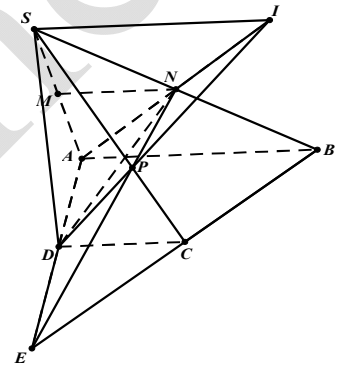
b) Gọi P là giao điểm của SC và (ADN) , I là giao điểm của AN và DP . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. SI song song với CD .

B. SI chéo với CD .

C. SI cắt với CD .

D. SI trùng với CD .



Hướng dẫn giải:

a) **Chọn A.**

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAB nên $MN \parallel AB$.

Lại có $ABCD$ là hình thang $\Rightarrow AB \parallel CD$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} MN \parallel AB \\ CD \parallel AB \end{cases} \Rightarrow MN \parallel CD.$$

b) **Chọn A.**

Trong $(ABCD)$ gọi $E = AD \cap BC$, trong (SCD) gọi $P = SC \cap EN$.

Ta có $E \in AD \subset (ADN) \Rightarrow EN \subset (ADN) \Rightarrow P \in (ADN)$.

Vậy $P = SC \cap (ADN)$.

$$\text{Do } I = AN \cap DP \Rightarrow \begin{cases} I \in AN \\ I \in DP \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \in (SAB) \\ I \in (SCD) \end{cases} \Rightarrow SI = (SAB) \cap (SCD).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \\ (SAB) \cap (SCD) = SI \end{cases} \Rightarrow SI \parallel CD.$$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy AD và BC . Biết $AD = a, BC = b$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SBC . Mặt phẳng (ADJ) cắt SB, SC lần lượt tại M, N . Mặt phẳng (BCI) cắt SA, SD tại P, Q .

a) Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. MN song song với PQ .

B. MN chéo với PQ .

C. MN cắt với PQ .

D. MN trùng với PQ .

b) Giải sử AM cắt BP tại E ; CQ cắt DN tại F . Chứng minh EF song song với MN và PQ . Tính EF theo a, b .

A. $EF = \frac{1}{2}(a+b)$. B. $EF = \frac{3}{5}(a+b)$. C. $EF = \frac{2}{3}(a+b)$. D. $EF = \frac{2}{5}(a+b)$

Hướng dẫn giải:

a) **Chọn A.**

Ta có $I \in (SAD) \Rightarrow I \in (SAD) \cap (IBC)$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} AD \subset (SAD) \\ BC \subset (IBC) \\ AD \parallel BC \\ (SAD) \cap (IBC) = PQ \end{cases}$$

$$\Rightarrow PQ \parallel AD \parallel BC \quad (1).$$

Tương tự $J \in (SBC) \Rightarrow J \in (SBC) \cap (ADJ)$

$$\text{Vậy } \begin{cases} AD \subset (ADJ) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \\ (SBC) \cap (ADJ) = MN \end{cases}$$

$$\Rightarrow MN \parallel AD \parallel BC \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $MN \parallel PQ$.

b) **Chọn D.**

$$\text{Ta có } E = AM \cap BP \Rightarrow \begin{cases} E \in (AMND) \\ E \in (PBCQ) \end{cases}; F = DN \cap CQ \Rightarrow \begin{cases} F \in (AMND) \\ F \in (PBCQ) \end{cases}$$

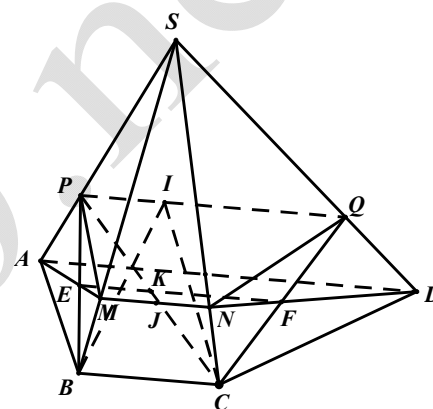
$$\text{Do đó } EF = (AMND) \cap (PBCQ). \text{ Mà } \begin{cases} AD \parallel BC \\ MN \parallel PQ \end{cases} \Rightarrow EF \parallel AD \parallel BC \parallel MN \parallel PQ.$$

Tính EF : Gọi $K = CP \cap EF \Rightarrow EF = EK + KF$

$$\text{Ta có } EK \parallel BC \Rightarrow \frac{EK}{BC} = \frac{PE}{PB} \quad (1), PM \parallel AB \Rightarrow \frac{PE}{EB} = \frac{PM}{AB}$$

$$\text{Mà } \frac{PM}{AB} = \frac{SP}{SA} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{PE}{EB} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Từ (1) suy ra } \frac{EK}{BC} = \frac{PE}{PB} = \frac{PE}{PE+EB} = \frac{1}{1+\frac{EB}{PE}} = \frac{2}{5} \Rightarrow EK = \frac{2}{5}BC = \frac{2}{5}b$$



Tương tự $KF = \frac{2}{5}a$. Vậy $EF = EK + KF = \frac{2}{5}(a+b)$.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AC, BC, BD, AD . Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

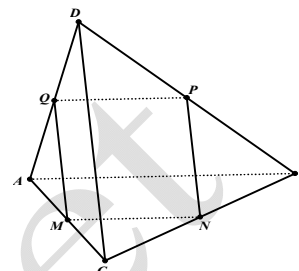
- A. $AB = BC$. B. $BC = AD$. C. $AC = BD$. D. $AB = CD$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: MN song song với PQ vì cùng song song với AB , MQ song song với PN vì cùng song song với CD nên tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Tứ giác $MNPQ$ là hình thoi khi $MQ = PQ \Leftrightarrow AB = CD$.



Dạng 3. Chứng minh bốn điểm đồng phẳng, ba đường đồng quy.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA, SD . Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

- A. M, P, R, T . B. M, Q, T, R . C. M, N, R, T . D. P, Q, R, T .

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có RT là đường trung bình của tam giác SAD nên $RT \parallel AD$.

MQ là đường trung bình của tam giác ACD nên $MQ \parallel AD$.

Suy ra $RT \parallel MQ$. Do đó M, Q, R, T đồng phẳng.

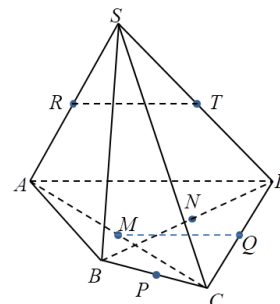
Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác lồi. Gọi M, N, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh bên SA, SB, SC và SD .

a) Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. ME, NF, SO đôi một song song (O là giao điểm của AC và BD).
 B. ME, NF, SO không đồng quy (O là giao điểm của AC và BD).
 C. ME, NF, SO đồng quy (O là giao điểm của AC và BD).
 D. ME, NF, SO đôi một chéo nhau (O là giao điểm của AC và BD).

b) Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng.
 B. Bốn điểm M, N, E, F không đồng phẳng.
 C. MN, EF chéo nhau.
 D. Cả A, B, C đều sai



Hướng dẫn giải:

a) **Chọn C.**

Trong (SAC) gọi $I = ME \cap SO$, dễ thấy I là trung điểm của SO , suy ra FI là đường trung bình của tam giác SOD .

Vậy $FI \parallel OD$.

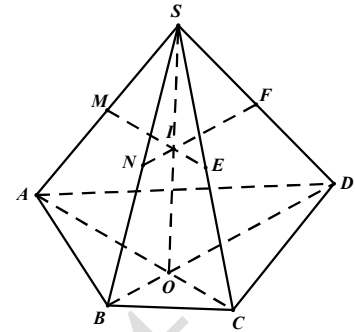
Tương tự ta có $NI \parallel OB$ nên N, I, F thẳng hàng hay $I \in NF$.

Vậy minh ME, NF, SO đồng quy.

b) **Chọn A.**

Do $ME \cap NF = I$ nên ME và NF xác định một mặt phẳng.

Suy ra M, N, E, F đồng phẳng.



- Câu 3:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, BD, AB, AD, BC, CD . Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?
A. P, Q, R, S . **B.** M, N, R, S . **C.** M, N, P, Q . **D.** M, P, R, S .

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Do PQ là đường trung bình của tam giác $ABD \Rightarrow PQ \parallel BD$.

Tương tự, ta có $RS \parallel BD$. Vậy $PQ \parallel RS \Rightarrow P, Q, R, S$ cùng nằm trên một mặt phẳng.

Các bộ bốn điểm M, N, R, S ; M, N, P, Q và M, P, R, S đều không đồng phẳng.

