Gọi phương trình đường thẳng d đi qua điểm P có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B)$, $A^2+B^2\neq 0$.

Theo giả thiết ta có $(d,d_1)=(d,d_2)\Leftrightarrow \cos(d,d_1)=\cos(d,d_2)$

$\Leftrightarrow \dfrac{|2A-B|}{\sqrt{5}.\sqrt{A^2+B^2}}=\dfrac{|2A+4B|}{2\sqrt{5}.\sqrt{A^2+B^2}}$

$\Leftrightarrow 2.|2A-B|=|2A+4B|\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2(2A-B)=2A+4B\\2(2A-B)=-2A-4B\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}A=3B\\A=-\dfrac{1}{3}B\end{array}\right.$.

Với $A=3B$ chọn $B=1;A=3\Rightarrow d:3x+y-10=0$.

Với $A=-\dfrac{1}{3}B$ chọn $B=-3;A=1\Rightarrow d:x-3y=0$.

Câu 43: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy, cho tam giác cân PRQ, biết phương trình cạnh đáy $PQ:2x-3y+5=0$, cạnh bên $PR:x+y+1=0$. Tìm phương trình cạnh bên RQ biết rằng nó đi qua điểm $D(1;1)$

A. $RQ:17x+7y+24=0$. **B.** $RQ:17x-7y-24=0$.

C. $RQ:17x+7y-24=0$. **D.** $RQ:17x-7y+24=0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi phương trình cạnh bên RQ đi qua điểm D có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B)$, $A^2+B^2\neq 0$.

Vì tam giác PRQ cân tại R nên $(RQ,PQ)=(PQ,PR)\Leftrightarrow \cos(RQ,PQ)=\cos(PQ,PR)$

$\Leftrightarrow \dfrac{|2A-3B|}{\sqrt{13}.\sqrt{A^2+B^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{13}.\sqrt{2}}\Leftrightarrow \sqrt{2}.|2A-3B|=\sqrt{A^2+B^2}$

$\Leftrightarrow 7A^2-24AB+17B^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}A=\dfrac{17}{7}B\\A=B\end{array}\right.$

Với $A=\dfrac{17}{7}B$ chọn $B=7;A=17\Rightarrow RQ:17x+7y-24=0$.

Với $A=B$ chọn $B=1;A=11\Rightarrow RQ:x+y-2=0$ loại vì $RQ//\text{PR}$.

Vậy đường thẳng cần tìm là $RQ:17x+7y-24=0$.

Câu 44: Trong mặt phẳng Oxy, cho 3 đường thẳng $d_1:3x+4y-6=0$; $d_2:4x+3y-1=0$ và $d_3:y=0$. Gọi $A=d_1\cap d_2$; $B=d_2\cap d_3$; $C=d_3\cap d_1$. Viết phương trình đường phân giác trong của góc B.

A. $4x-2y-1=0$. **B.** $4x-2y+1=0$. **C.** $4x+8y-1=0$. **D.** $4x+8y+1=0$.

Lời giải

Chọn A.

$A=d_1\cap d_2$, suy ta tọa độ điểm $A(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}3x+4y-6=0\\4x+3y-1=0\end{cases}\Rightarrow A(-2;3)$.

$B=d_2\cap d_3$, suy ta tọa độ điểm $B(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}y=0\\4x+3y-1=0\end{cases}\Rightarrow B\left(\dfrac{1}{4};0\right)$.

$C=d_3\cap d_1$, suy ta tọa độ điểm $C(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}3x+4y-6=0\\y=0\end{cases}\Rightarrow C(2;0)$.

Phương trình các đường phân giác góc B là $\frac{4x+3y-1}{5}=\pm y \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4x-2y-1=0\ (\Delta_1)\\4x+8y-1=0\ (\Delta_2)\end{array}\right.$.

Xét đường thẳng $(\Delta_1): 4x-2y-1=0$, ta có $(4x_A-2y_A-1)(4x_C-2y_C-1)=-105<0$

Suy ra A và C nằm khác phía đối với (Δ_1).

Do đó đường phân giác trong góc B là $(\Delta_1): 4x-2y-1=0$.

Câu 45: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy, cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình: $d_1: x+y=1,\ d_2: x-3y+3=0$. Hãy viết phương trình đường thẳng d_3 đối xứng với d_1 qua đường thẳng d_2.

A. $7x+y-1=0$. **B.** $7x+y+1=0$. **C.** $7x-y-1=0$. **D.** $7x-y+1=0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $I(x;y)=d_1\cap d_2$. Khi đó tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

$\begin{cases}x+y=1\\x-3y+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=1\end{cases}\Rightarrow I(0;1)$.

Chọn $M(1;0)\in d_1$. Gọi Δ đi qua M và vuông góc với d_2.

Suy ra Δ có dạng $3x+y+c=0$.

Vì $M(1;0)\in\Delta\Rightarrow c=-3\Rightarrow\Delta: 3x+y-3=0$.

Gọi $H(x;y)=d_2\cap\Delta$. Khi đó tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}3x+y-3=0\\x-3y+3=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{3}{5}\\y=\frac{6}{5}\end{cases}\Rightarrow H\left(\frac{3}{5};\frac{6}{5}\right)$.

Gọi N là điểm đối xứng của M qua d_2. Khi đó H là trung điểm của MN.

$\Leftrightarrow\begin{cases}x_N=2x_H-x_M=\frac{1}{5}\\y_N=2y_H-y_M=\frac{12}{5}\end{cases}\Rightarrow N\left(\frac{1}{5};\frac{12}{5}\right)$.

Vậy đường thẳng d_3 chính là đường thẳng IN, ta có

$\frac{x-0}{0-\frac{1}{5}}=\frac{y-1}{\frac{12}{5}-1}\Leftrightarrow 7x+y-1=0$.

Câu 46: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho ΔABC có đỉnh $A(3;0)$ và phương trình hai đường cao $(BB'): 2x+2y-9=0$ và $(CC'): 3x-12y-1=0$. Viết phương trình cạnh BC.

A. $4x-5y-20=0$. **B.** $4x+5y+20=0$. **C.** $4x+5y-20=0$. **D.** $4x-5y+20=0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $H(x;y)$ là trực tâm của tam giác ΔABC. Khi đó tọa độ điểm $H(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2x+2y-9=0\\3x-12y-1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{11}{3}\\y=\dfrac{5}{6}\end{cases} \Rightarrow H\left(\dfrac{11}{3};\dfrac{5}{6}\right)$.

Phương trình cạnh AC đi qua $A(3;0)$ và vuông góc với BB'

nên (AC) có dạng $2x-2y+c=0$.

Vì $A(3;0)\in(AC)$ nên $6+c=0\Rightarrow c=-6$. Do đó $(AC): 2x-2y-6=0 \Leftrightarrow x-y-3=0$.

Ta có $C=AC\cap CC'$ nên tọa độ điểm $C(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình

$\begin{cases}3x-12y-1=0\\x-y-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{35}{9}\\y=\dfrac{8}{9}\end{cases} \Rightarrow C\left(\dfrac{35}{9};\dfrac{8}{9}\right)$.

Phương trình cạnh BC đi qua điểm $C\left(\dfrac{35}{9};\dfrac{8}{9}\right)$ nhận $\overrightarrow{AH}=\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{6}\right)=\dfrac{1}{6}(4;5)$. làm véctơ pháp tuyến$\Rightarrow (BC)$: $4x+5y-20=0$.

Câu 47: Cho tam giác ABC, đỉnh $B(2;-1)$, đường cao $AA': 3x-4y+27=0$ và đường phân giác trong của góc C là $CD: x+2y-5=0$. Khi đó phương trình cạnh AB là

A. $4x-7y-15=0$. **B.** $2x+5y+1=0$. **C.** $4x+7y-1=0$. **D.** $2x-5y-9=0$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình cạnh BC đi qua $B(2;-1)$ và vuông góc với AA' là $4x+3y-5=0$.

Gọi $C(x;y)$, tọa độ điểm $C(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}x+2y-5=0\\4x+3y-5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-1\\y=3\end{cases} \Rightarrow C(-1;3)$

Gọi M là điểm đối xứng của B qua CD. Khi đó tọa độ điểm $M(x;y)$ thỏa mãn

$\begin{cases}2(x-2)-(y+1)=0\\\dfrac{x+2}{2}+2\left(\dfrac{y-1}{2}\right)-5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x-y-5=0\\x+2y-10=0\end{cases} \Rightarrow M(4;3)$.

Phương trình cạnh AC chính là MC, ta có $AC: y=3$.

Gọi $A(x;y)$, tọa độ điểm $A(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}3x-4y+27=0\\y=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-5\\y=3\end{cases} \Rightarrow A(-5;3)$.

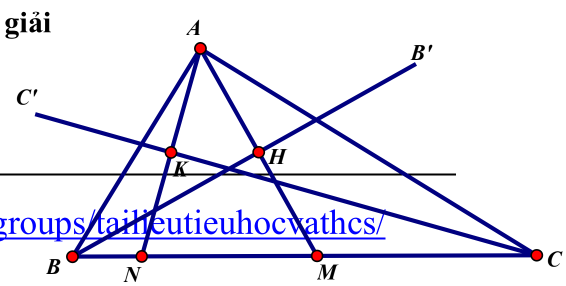
Phương trình cạnh AB là $\dfrac{x+5}{7}=\dfrac{y-3}{-4} \Leftrightarrow 4x+7y-1=0$.

Câu 48: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descarter vuông góc Oxy, cho ΔABC có điểm $A(2;-1)$ và hai đường phân giác trong của hai góc B, C lần lượt có phương trình $(\Delta_B): x-2y+1=0$, $(\Delta_C): x+y+3=0$. Viết phương trình cạnh BC.

A. $BC: 4x+y+3=0$ **B.** $BC: 4x-y+3=0$. **C.** $BC: 4x-y-3=0$ **D.** $BC: 4x+y-3=0$

Lời giải

Chọn B.



+) Gọi $H\left(x_H; y_H\right)$ là hình chiếu của điểm A lên Δ_B

$\Rightarrow \overrightarrow{AH} \perp \vec{u}_{\Delta_B} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\vec{u}_{\Delta_B} = 0.$

Ta có $H\left(2y_H - 1; y_H\right) \in \Delta_B;$

$\overrightarrow{AH} = \left(2y_H - 3; y_H + 1\right);\ \vec{u}_{\Delta_B} = (2;1).$

$\Rightarrow \overrightarrow{AH}.\vec{u}_{\Delta_B} = 0 \Leftrightarrow 2\left(2y_H - 3\right) + \left(y_H + 1\right) = 0 \Leftrightarrow y_H = 1 \Rightarrow H(1;1).$

Gọi M là điểm đối xứng của A qua Δ_B.

Khi đó H là trung điểm của AM $\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2x_H - x_A = 0 \\ y_M = 2y_H - y_A = 3 \end{cases} \Rightarrow M(0;3).$

+) Gọi $K\left(x_K; y_K\right)$ là hình chiếu của điểm A lên $\Delta_C \Rightarrow \overrightarrow{AK} \perp \vec{u}_{\Delta_C} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK}.\vec{u}_{\Delta_C} = 0.$

Ta có $K\left(x_K; -x_K - 3\right) \in \Delta_C;\ \overrightarrow{AK} = \left(x_K - 2; -x_K - 2\right);\ \vec{u}_{\Delta_C} = (1;-1).$

$\Rightarrow \overrightarrow{ADK}.\vec{u}_{\Delta_C} = 0 \Leftrightarrow x_K - 2 + x_K + 2 = 0 \Leftrightarrow x_K = 0 \Rightarrow K(0;-3).$

Gọi N là điểm đối xứng của A qua Δ_C.

Khi đó K là trung điểm của AN $\Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_K - x_A = -2 \\ y_M = 2y_K - y_A = -5 \end{cases} \Rightarrow N(-2;-5).$

Phương trình đường thẳng BC chính là phương trình đường thẳng MN.

$\Rightarrow$ đường thẳng BC : $\dfrac{x-0}{-2} = \dfrac{y-3}{-8} \Leftrightarrow 4x - y + 3 = 0$

Câu 49: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descarter vuông góc Oxy, cho ΔABC vuông cân tại $A(4;1)$ và cạnh huyền BC có phương trình: $3x - y + 5 = 0$. Viết phương trình hai cạnh góc vuông AC và AB.

A. $x - 2y - 2 = 0$ và $2x + y + 9 = 0$.
B. $x - 2y + 2 = 0$ và $2x + y - 9 = 0$.
C. $x - 2y + 2 = 0$ và $2x + y + 9 = 0$.
D. $x + 2y - 2 = 0$ và $2x - y + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Viết phương trình đường thẳng đi qua A tạo với đường thẳng BC một góc $45°$.

Cách 2:

Gọi $H(x;y)$ là hình chiếu của $A(4;1)$ lên BC.

d đi qua $A(4;1)$ và vuông góc với BC nên d có dạng $x + 3y + c = 0$.

Vì $A(4;1) \in d \Rightarrow 7 + c = 0 \Leftrightarrow c = -7$ nên $d: x + 3y - 7 = 0$.

Khi đó tọa độ điểm $H(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y + 5 = 0 \\ x + 3y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{4}{5} \\ y = \dfrac{13}{5} \end{cases}$

$\Rightarrow H\left(-\dfrac{4}{5}; \dfrac{13}{5}\right).$

Vì ΔABC vuông cân tại A nên A, B, C thuộc đường tròn (C) ngoại tiếp ΔABC có tâm $H\left(-\dfrac{4}{5}; \dfrac{13}{5}\right)$ và bán kính $R = AH = \dfrac{8\sqrt{10}}{5}$.

Phương trình đường tròn (C) : $\left(x+\frac{4}{5}\right)^2+\left(y-\frac{13}{5}\right)^2=\frac{128}{5}$.

Tọa độ điểm B, C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}3x-y+5=0\\ \left(x+\frac{4}{5}\right)^2+\left(y-\frac{13}{5}\right)^2=\frac{128}{5}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=3x+5\\ \left(x+\frac{4}{5}\right)^2+\left(3x+5-\frac{13}{5}\right)^2=\frac{128}{5}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=3x+5\\ 25x^2+40x-48=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{4}{5}\Rightarrow y=\frac{37}{5}\\ x=-\frac{12}{5}\Rightarrow y=-\frac{11}{5}\end{array}\right.$$

Suy ra 2 điểm $B\left(\frac{4}{5};\frac{37}{5}\right)$; $C\left(-\frac{12}{5};-\frac{11}{5}\right)$ hoặc $C\left(\frac{4}{5};\frac{37}{5}\right)$; $B\left(-\frac{12}{5};-\frac{11}{5}\right)$.

Vậy phương trình hai cạnh AB và AC là

(AB): $\dfrac{x-4}{\frac{4}{5}-4}=\dfrac{y-1}{\frac{37}{5}-1}\Leftrightarrow 2x+y-9=0$; (AC): $\dfrac{x-4}{-\frac{12}{5}-4}=\dfrac{y-1}{-\frac{11}{5}-1}\Leftrightarrow x-2y-2=0$.

Hoặc (AC): $\dfrac{x-4}{\frac{4}{5}-4}=\dfrac{y-1}{\frac{37}{5}-1}\Leftrightarrow 2x+y-9=0$; (AB): $\dfrac{x-4}{-\frac{12}{5}-4}=\dfrac{y-1}{-\frac{11}{5}-1}\Leftrightarrow x-2y-2=0$.

Câu 50: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ΔABC vuông tại A, có đỉnh $C(-4;1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết diện tích tam giác ΔABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.

A. $BC:3x-4y+16=0$. **B.** $BC:3x-4y-16=0$

C. $BC:3x+4y+16=0$. **D.** $BC:3x+4y++8=0$

Lời giải

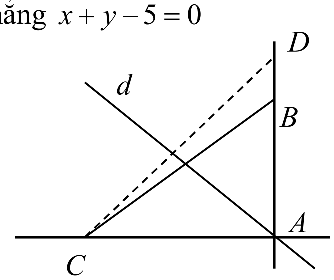
Chọn A.

Cách 1:

Gọi D là điểm đối xứng của $C(-4;1)$ qua đường thẳng $x+y-5=0$

suy ra tọa độ điểm $D(x;y)$ là nghiệm của

hệ phương trình $\begin{cases}(x+4)-(y-1)=0\\ \frac{x-4}{2}+\frac{y+1}{2}-5=0\end{cases}\Rightarrow D(4;9)$.



Điểm A thuộc đường tròn đường kính CD

nên tọa độ điểm $A(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}x+y-5=0\\ x^2+(y-5)^2=32\end{cases}$ với $x>0$, suy ra điểm $A(4;1)$.

Ta có $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=24\Leftrightarrow AB=\frac{2S_{ABC}}{AC}=6$

B thuộc đường thẳng $AD: x=4$, suy ra tọa độ $B(4;y)$ thỏa mãn $(y-1)^2=36$

$\Rightarrow B(4;7)$ hoặc $B(4;-5)$.

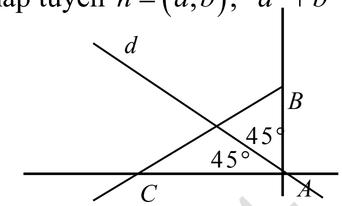
Do d là phân giác trong góc A, nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$ cùng hướng, suy ra $B(4;7)$.

Do đó, đường thẳng BC có phương trình : $3x-4y+16=0$.

Cách 2:

Gọi đường thẳng AC đi qua điểm $C(-4;1)$ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b)$, $a^2+b^2\neq 0$.

Vì $(AC,d)=45^\circ \Leftrightarrow \left|\cos\left(\vec{n}_{AC},\vec{n}_d\right)\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$



$\dfrac{|a+b|}{\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} a=0;\ \ b=1\\ b=0;\ \ a=1\end{array}\right.$

Với $b=0;\ a=1$ suy đường thẳng $AC: x+4=0 \Rightarrow A=AC\cap d \Rightarrow A(-4;\ 9)$ (loại vì $x_A>0$)

Với $a=0;\ b=1$ suy đường thẳng $AC: y-1=0 \Rightarrow A=AC\cap d \Rightarrow A(4;\ 1)$.

nên tọa độ điểm $A(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases} x+y-5=0\\ x^2+(y-5)^2=32\end{cases}$ với $x>0$, suy ra điểm $A(4;1)$.

Gọi điểm $B(x;y)$.

Ta có ΔABC vuông tại A nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0 \Leftrightarrow x=4 \Rightarrow B(4;y)$.

Lại có $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC=24 \Leftrightarrow AB=\dfrac{2S_{ABC}}{AC}=6 \Leftrightarrow (y-1)^2=36$.

$\Rightarrow B(4;7)$ hoặc $B(4;-5)$.

Do d là phân giác trong góc A, nên hai điểm A và B nằm khác phía đối với đường thẳng d, suy ra $B(4;7)$.

Do đó, đường thẳng BC có phương trình : $3x-4y+16=0$.