

A. Với ba tia  $Ou, Ov, Ow$ , ta có:  $sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) - 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

B. Với ba điểm  $U, V, W$  trên đường tròn định hướng:  $sđ\overset{p}{UV} + sđ\overset{p}{VW} = sđ\overset{p}{UW} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

C. Với ba tia  $Ou, Ov, Ox$ , ta có:  $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ox, Ov) - sđ(Ox, Ou) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

D. Với ba tia  $Ou, Ov, Ow$ , ta có:  $sđ(Ov, Ou) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Sử dụng hệ thức **Sa-lơ** về số đo của góc lượng giác thì ba khẳng định ở câu **A, B, C** đều đúng.

**Câu 37:** Trên đường tròn lượng giác góc  $A$  cho các cung có số đo:

(I).  $\frac{\pi}{4}$ .

(II).  $-\frac{7\pi}{4}$ .

(III).  $\frac{13\pi}{4}$ .

(IV).  $-\frac{5\pi}{4}$ .

Hỏi các cung nào có điểm cuối trùng nhau?

A. Chỉ (I) và (II).

B. Chỉ (I), (II) và (III).

C. Chỉ (II), (III) và (IV).

D. Chỉ (I), (II) và (IV).

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có:  $-\frac{7\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - 2\pi$ ;  $\frac{13\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} + 2\pi$ ;  $-\frac{5\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} - 2\pi$ .

Suy ra chỉ có hai cung  $\frac{\pi}{4}$  và  $-\frac{7\pi}{4}$  có điểm cuối trùng nhau.

**Câu 38:** Trong 20 giây bánh xe của xe gắn máy quay được 60 vòng. Tính độ dài quãng đường xe gắn máy đã đi được trong vòng 3 phút, biết rằng bán kính bánh xe gắn máy bằng 6,5 cm (lấy  $\pi = 3,1416$ ).

A. 22054 cm.

B. 22063 cm.

C. 22054 mm.

D. 22044 cm.

**Lời giải**

**Chọn A.**

***Lời giải***

Theo công thức tính độ dài cung tròn ta có  $l = R\alpha = \frac{\pi a}{180} \cdot R$  nên

Trong 3 phút bánh xe quay được  $\frac{60 \cdot 180}{20} = 540$  vòng, bánh xe lăn được:

$l = 6,5 \cdot 540 \cdot 2\pi \approx 6,5 \cdot 540 \cdot 2 \cdot 3,1416 \text{ (cm)} \approx 22054 \text{ (cm)}$ .

**Câu 39:** Trong mặt phẳng định hướng cho tia  $Ox$  và hình vuông  $OABC$  vẽ theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ, biết  $sđ(Ox, OA) = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ . Khi đó  $sđ(OA, AC)$  bằng:

A.  $120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ .

B.  $-45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ .

C.  $45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ .

D.  $90^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

**Tia**  $AO$  quay một góc  $45^\circ$  theo chiều âm( cùng chiều kim đồng hồ ) sẽ trùng tia  $AC$  nên góc số  $(OA, AC) = -45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 40:** Trong mặt phẳng định hướng cho ba tia  $Ou, Ov, Ox$ . Xét các hệ thức sau:

(I).  $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ou, Ox) + sđ(Ox, Ov) + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

(II).  $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ox, Ov) + sđ(Ox, Ou) + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

(III).  $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ov, Ox) + sđ(Ox, Ou) + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Hệ thức nào là hệ thức Sa-lơ về số đo các góc:

- A. Chỉ (I).                      B. Chỉ (II).                      C. Chỉ (III).                      D. Chỉ (I) và (III).

**Lời giải**

**Chọn A.**

Hệ thức Sa-lơ: Với ba tia tùy ý  $Ou, Ov, Ox$ , ta có

$$sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ox) = sđ(Ou, Ox) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

**Câu 41:** Góc lượng giác có số đo  $\alpha$  (rad) thì mọi góc lượng giác cùng tia đầu và tia cuối với nó có số đo dạng :

- A.  $\alpha + k180^\circ$  ( $k$  là số nguyên, mỗi góc ứng với một giá trị của  $k$ ).  
 B.  $\alpha + k360^\circ$  ( $k$  là số nguyên, mỗi góc ứng với một giá trị của  $k$ ).  
 C.  $\alpha + k2\pi$  ( $k$  là số nguyên, mỗi góc ứng với một giá trị của  $k$ ).  
 D.  $\alpha + k\pi$  ( $k$  là số nguyên, mỗi góc ứng với một giá trị của  $k$ ).

**Lời giải**

**Chọn C.**

Nếu một góc lượng giác  $(Ou, Ov)$  có số đo  $\alpha$  radian thì mọi góc lượng giác cùng tia đầu  $Ou$ , tia cuối  $Ov$  có số đo  $\alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ , mỗi góc tương ứng với một giá trị của  $k$ . Các cung lượng giác tương ứng trên đường tròn định hướng tâm  $O$  cũng có tính chất như vậy. Tương tự cho đơn vị độ.

**Câu 42:** Cho hai góc lượng giác có số  $(Ox, Ou) = -\frac{5\pi}{2} + m2\pi, m \in \mathbb{Z}$  và  $sđ(Ox, Ov) = -\frac{\pi}{2} + n2\pi, n \in \mathbb{Z}$

. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $Ou$  và  $Ov$  trùng nhau.                      B.  $Ou$  và  $Ov$  đối nhau.  
 C.  $Ou$  và  $Ov$  vuông góc.                      D. Tạo với nhau một góc  $\frac{\pi}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có:  $sđ(Ox, Ou) = -\frac{5\pi}{2} + m2\pi = -\frac{\pi}{2} - 2\pi + m2\pi = -\frac{\pi}{2} + (m-1)2\pi, m \in \mathbb{Z}$ .

Vậy  $n = m-1$  do đó  $Ou$  và  $Ov$  trùng nhau.

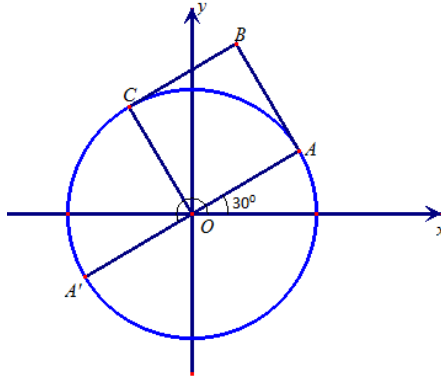
**Câu 43:** Nếu góc lượng giác có  $sđ(Ox, Oz) = -\frac{63\pi}{2}$  thì hai tia  $Ox$  và  $Oz$

- A. Trùng nhau.                      B. Vuông góc.





Chọn D.



$$s\vec{d}(Ox, BC) = s\vec{d}(Ox, OA') = 210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 54:** Xét góc lượng giác  $\frac{\pi}{4}$ , trong đó  $M$  là điểm biểu diễn của góc lượng giác. Khi đó  $M$  thuộc góc phần tư nào ?

A. I.

B. II.

C. III.

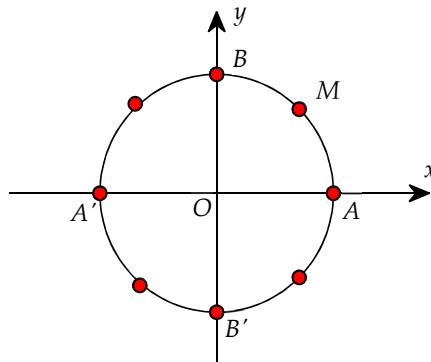
D. IV.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có  $\frac{\frac{\pi}{4}}{2\pi} = \frac{1}{8}$ . Ta chia đường tròn thành tám phần bằng nhau.

Khi đó điểm  $M$  là điểm biểu diễn bởi góc có số đo  $\frac{\pi}{4}$ .



**Câu 55:** Cho  $L, M, N, P$  lần lượt là các điểm chính giữa các cung  $AB, BC, CD, DA$ . Cung  $\alpha$  có mút đầu trùng với  $A$  và có số đo  $\alpha = -\frac{3\pi}{4} + k\pi$ . Mút cuối của  $\alpha$  trùng với điểm nào trong các điểm  $L, M, N, P$ ?

A.  $L$  hoặc  $N$ .

B.  $M$  hoặc  $P$ .

C.  $M$  hoặc  $N$ .

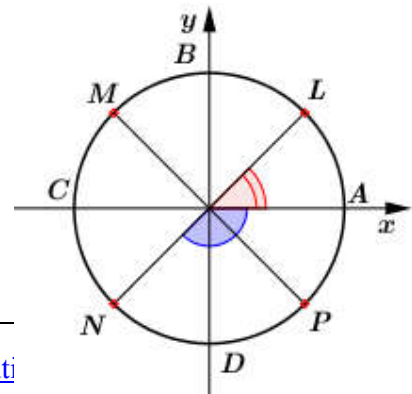
D.  $L$  hoặc  $P$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Vì  $L$  là điểm chính giữa  $\widehat{AB}$  nên  $\widehat{AL} = \frac{\pi}{4}$

Vì  $N$  là điểm chính giữa  $\widehat{CD}$  nên  $\widehat{AN} = \frac{-3\pi}{4}$



Ta có  $\widehat{AN} = \frac{-3\pi}{4}$  và  $\widehat{AL} = \widehat{AN} + \pi$

Vậy  $L$  hoặc  $N$  là mút cuối của  $\alpha = -\frac{3\pi}{4} + k\pi$ .

**Câu 56:** Cung  $\alpha$  có mút đầu là  $A$  và mút cuối trùng với một trong bốn điểm  $M, N, P, Q$ . Số đo của  $\alpha$  là

- A.  $\alpha = 45^\circ + k.180^\circ$ .    B.  $\alpha = 135^\circ + k.360^\circ$ .    C.  $\alpha = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4}$ .    D.  $\alpha = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ .

**Lời giải**

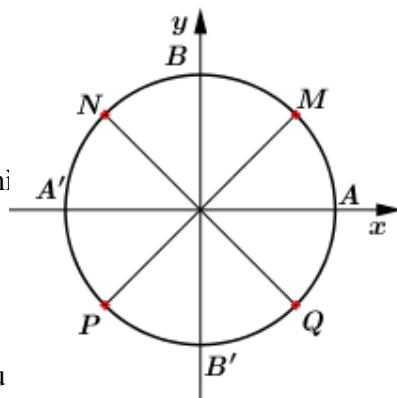
**Chọn D.**

Số đo cung  $\widehat{AM} = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$

Ta có  $\widehat{MN} = \widehat{NP} = \widehat{PQ} = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$

Để mút cuối cùng trùng với một trong bốn điểm  $M, N, P, Q$  thì chu kì của cung  $\alpha$  là  $\frac{\pi}{2}$

Vậy số đo cung  $\alpha = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ .



**Câu 57:** Biết  $OMB'$  và  $ONB'$  là các tam giác đều. Cung  $\alpha$  có mút đầu hoặc  $N$ . Tính số đo của  $\alpha$ ?

- A.  $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}$ .    B.  $\alpha = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$ .    C.  $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\frac{2\pi}{3}$ .    D.  $\alpha = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Cung  $\alpha$  có mút đầu là  $A$  và mút cuối là  $B$  nên  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  (1)

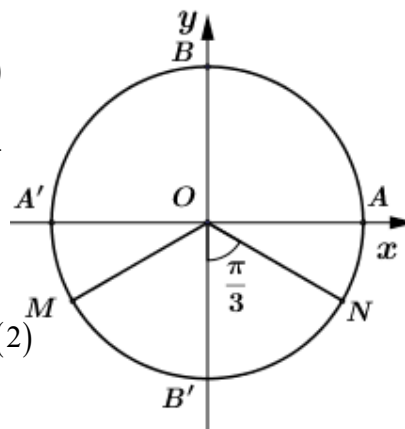
$OMB'$  và  $ONB'$  là các tam giác đều nên  $\widehat{MOB'} = \widehat{NOB'} = \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \widehat{BA'M} = \widehat{MB'N} = \frac{2\pi}{3}$

Cung  $\alpha$  có mút đầu là  $A$  và mút cuối là  $M$  hoặc  $N$  nên  $\widehat{AM} = \widehat{AB} + \widehat{BM} = \widehat{AB} + \frac{2\pi}{3}$ ,  $\widehat{AN} = \widehat{AM} + \widehat{MN} = \widehat{AM} + \frac{2\pi}{3}$  (2)

Chu kì của cung  $\alpha$  là  $\frac{2\pi}{3}$

Từ (1), (2) ta có  $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\frac{2\pi}{3}$ .

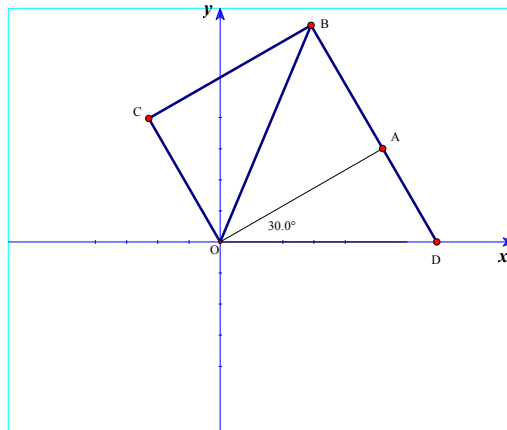


**Câu 58:** Trong mặt phẳng định hướng cho tia  $Ox$  và hình vuông  $OABC$  vẽ theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ, biết số  $(Ox, OA) = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ . Khi đó số  $(Ox, AB)$  bằng

- A.  $120^\circ + n360^\circ, n \in \mathbb{Z}$ .    B.  $60^\circ + n360^\circ, n \in \mathbb{Z}$ .  
C.  $-30^\circ + n360^\circ, n \in \mathbb{Z}$ .    D.  $60^\circ + n360^\circ, n \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**



Xét tam giác OBD, ta có  $\widehat{OBD} = 45^\circ$ ,  $\widehat{BOD} = 75^\circ \Rightarrow \widehat{BDO} = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ$ .