

Chọn D.

Gọi phương trình cần tìm có dạng $(C): x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$.

Do $A, B, O \in (C)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} 2a + c = -4 \\ 6b + c = -36 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -6 \\ c = 0 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn là $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$.

Câu 24: Đường tròn nào dưới đây đi qua điểm $A(4; -2)$.

A. $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 4x + 7y - 8 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + 2x - 20 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Thay tọa độ điểm $A(4; -2)$ vào các đáp án ta được đáp án A thỏa mãn:

$$4^2 + (-2)^2 - 2 \cdot 4 + 6 \cdot (-2) = 0.$$

Câu 25: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 4$ và $(C_2): (x+10)^2 + (y-16)^2 = 1$.

A. Cắt nhau.

B. Không cắt nhau.

C. Tiếp xúc ngoài.

D. Tiếp xúc trong.

Lời giải

Chọn B.

Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(0;0)$ và bán kính $R_1 = 2$.

Đường tròn có tâm $I_2(-10;16)$ và bán kính $R_2 = 1$.

Ta có $I_1I_2 = 2\sqrt{89}$ và $R_1 + R_2 = 3$. Do đó $I_1I_2 > R_1 + R_2$ nên 2 đường tròn không cắt nhau.

Câu 26: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 5$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 4x - 8y + 15 = 0$

A. $(1;2)$ và $(\sqrt{2};\sqrt{3})$.

B. $(1;2)$.

C. $(1;2)$ và $(\sqrt{3};\sqrt{2})$.

D. $(1;2)$ và $(2;1)$.

Lời giải

Chọn B.

Tọa độ giao điểm của hai đường tròn là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 5 = x^2 + y^2 - 4x - 8y + 15 \\ x^2 + y^2 - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - 2y \\ (5 - 2y)^2 + y^2 - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Câu 27: Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Ox ?

A. $x^2 + y^2 - 2x - 10y = 0$.

B. $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 9 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 10y + 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Do đường tròn tiếp xúc với trục Ox nên $R = d(I, Ox) = |y_I|$.

Phương trình trục Ox là $y = 0$.

Đáp án A sai vì: Tâm $I(1;5)$ và bán kính $R = \sqrt{26}$. Ta có $d(I, Ox) = |y_I| \neq R$.

Đáp án B đúng vì: Tâm $I(-3; -\frac{5}{2})$ và bán kính $R = \frac{5}{2}$. Ta có $d(I, Ox) = |y_I| = R$.

Đáp án C sai vì: Tâm $I(0;5)$ và bán kính $R = \sqrt{24}$. Ta có $d(I, Ox) = |y_I| \neq R$.

Đáp án D sai vì: Tâm $I(0;0)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$. Ta có $d(I, Ox) = |y_I| \neq R$.

Câu 28: Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Oy ?

A. $x^2 + y^2 - 10y + 1 = 0$

B. $x^2 + y^2 + 6x + 5y - 1 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 2x = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Do đường tròn tiếp xúc với trục Oy nên $R = d(I, Oy) = |x_I|$.

Phương trình trục Oy là $x = 0$.

Đáp án A sai vì: Tâm $I(0;5)$ và bán kính $R = \sqrt{24}$. Ta có $d(I, Oy) = |x_I| \neq R$.

Đáp án B sai vì: Tâm $I\left(-3; -\frac{5}{2}\right)$ và bán kính $R = \frac{\sqrt{65}}{2}$. Ta có $d(I, Oy) = |x_I| \neq R$.

Đáp án C đúng vì: Tâm $I(1;0)$ và bán kính $R = 1$. Ta có $d(I, Oy) = |x_I| = R$.

Đáp án D sai vì: Tâm $I(0;0)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$. Ta có $d(I, Oy) = |x_I| \neq R$.

Câu 29: Tâm đường tròn $x^2 + y^2 - 10x + 1 = 0$ cách trục Oy bao nhiêu ?

A. -5.

B. 0.

C. 10.

D. 5.

Lời giải

Chọn D.

Đường tròn có tâm $I(5;0)$.

Khoảng cách từ tâm I tới trục Oy nên $d(I, Oy) = |x_I| = 5$.

Câu 30: Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm $O(0;0)$, $A(a;0)$, $B(0;b)$.

A. $x^2 + y^2 - 2ax - by = 0$.

B. $x^2 + y^2 - ax - by + xy = 0$.

C. $x^2 + y^2 - ax - by = 0$.

D. $x^2 - y^2 - ay + by = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi phương trình cần tìm có dạng $(C): x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$.

Do $A, B, O \in (C)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} ma + p = -a^2 \\ nb + p = -b^2 \\ p = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -a \\ n = -b \\ p = 0 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn là $x^2 + y^2 - ax - by = 0$.

Câu 31: Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn

$(C): x^2 + y^2 - 9 = 0$.

A. $m = -3$.

B. $m = 3$ và $m = -3$.

C. $m = 3$.

D. $m = 15$ và $m = -15$.

Lời giải

Chọn D.

Do đường tròn tiếp xúc với đường thẳng Δ nên $R = d(I, \Delta) = \frac{|4.0 + 3.0 + m|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 3 \Leftrightarrow m = \pm 15$.

Câu 32: Đường tròn $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ cắt đường thẳng $x + y - a - b = 0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu ?

- A. $2R$ B. $R\sqrt{2}$ C. $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ D. R

Lời giải

Chọn A.

$x + y - a - b = 0 \Leftrightarrow y = a + b - x$ thay vào $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ ta có

$$(x - a)^2 + (x - a)^2 = R^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a + \frac{R}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = b - \frac{R}{\sqrt{2}} \\ x = a - \frac{R}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = b + \frac{R}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là: $A\left(a + \frac{R}{\sqrt{2}}; b - \frac{R}{\sqrt{2}}\right); B\left(a - \frac{R}{\sqrt{2}}; b + \frac{R}{\sqrt{2}}\right)$

$$\overline{AB} = \left(-\frac{2R}{\sqrt{2}}; \frac{2R}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow AB = 2R.$$

Câu 33: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$ và đường tròn $(C) x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$

- A. $(3; 3)$ và $(-1; 1)$. B. $(-1; 1)$ và $(3; -3)$ C. $(3; 3)$ và $(1; 1)$ D. Không có

Lời giải

Chọn D.

$x - 2y + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 2y - 3$ thay vào $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ ta được

$$(2y - 3)^2 + y^2 - 2(2y - 3) - 4y = 0 \Leftrightarrow 5y^2 - 16y + 15 = 0 \quad (VN).$$

Câu 34: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 4x = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 + 8y = 0$.

- A. Tiếp xúc trong. B. Không cắt nhau. C. Cắt nhau. D. Tiếp xúc ngoài.

Lời giải

Chọn C.

(C_1) có bán kính $R_1 = 2$; (C_2) có bán kính $R_2 = 4$

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x = 0 \\ x^2 + y^2 + 8y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x = 0 \\ x = -2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y^2 + 8y = 0 \\ x = -2y \end{cases}$$

Câu 35: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: x + y - 7 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 25 = 0$.

- A. $(3; 4)$ và $(-4; 3)$. B. $(4; 3)$. C. $(3; 4)$. D. $(3; 4)$ và $(4; 3)$.

Lời giải

Chọn D.

$\Delta: x + y - 7 = 0 \Leftrightarrow y = 7 - x$ thay vào phương trình (C) ta được:

$$x^2 + (7 - x)^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 4 \\ x = 4 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là $(3; 4)$ và $(4; 3)$.

Câu 36: Đường tròn $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$ cắt đường thẳng $\Delta: x - y + 2 = 0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu ?

- A. 5. B. $2\sqrt{23}$. C. 10. D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$ có tâm $I(1; 1)$ và bán kính $R = 5$.

Gọi $d(I, \Delta) = \frac{|1-1+2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} < R$ suy ra đường thẳng Δ cắt đường tròn theo dây cung AB và

$$AB = 2\sqrt{R^2 - d^2} = 2\sqrt{23}.$$

Câu 37: Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Oy ?

A. $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 1 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + x + y - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-5)^2 + (y+1)^2 = 25$ có tâm $I_1(5; -1)$ và bán kính $R = 5$.

Vì $d(I_1; Oy) = 5 = R$ nên **A** đúng.

Câu 38: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 2 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 2x = 0$

A. $(2; 0)$ và $(0; 2)$.

B. $(\sqrt{2}; 1)$ và $(1; -\sqrt{2})$.

C. $(1; -1)$ và $(1; 1)$.

D. $(-1; 0)$ và $(0; -1)$.

Lời giải

Chọn C.

Xét hệ:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy có hai giao điểm là: $(1; -1)$ và $(1; 1)$.

Câu 39: Đường tròn $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ tiếp xúc đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

A. Trục tung.

B. $\Delta_1: 4x + 2y - 1 = 0$.

C. Trục hoành.

D. $\Delta_2: 2x + y - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ có tâm $I(2; 1)$, bán kính $R = 2$.

Vì $d(I, Oy) = 2$, $d(I, Ox) = 1$, $d(I, \Delta_1) = \frac{9}{2\sqrt{5}}$, $d(I, \Delta_2) = \frac{1}{\sqrt{5}}$ nên **A** đúng.

Câu 40: Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 3 = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C):$

$(x-m)^2 + y^2 = 9$

A. $m = 0$ và $m = 1$.

B. $m = 4$ và $m = -6$.

C. $m = 2$.

D. $m = 6$.

Lời giải

Chọn B.

Đường tròn có tâm $I(m; 0)$ và bán kính $R = 3$.

Đường thẳng tiếp xúc với đường tròn khi và chỉ khi $d(I; \Delta) = R = 3 \Leftrightarrow \frac{|3m+3|}{5} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -6 \end{cases}$

Câu 41: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$ và đường thẳng $d: x + y - 1 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh A của hình vuông $ABCD$ ngoại tiếp (C) biết $A \in d$.

A. $A(2, -1)$ hoặc $A(6, -5)$.

B. $A(2, -1)$ hoặc $A(6, 5)$.

C. $A(2, 1)$ hoặc $A(6, -5)$.

D. $A(2, 1)$ hoặc $A(6, 5)$.

Lời giải

Chọn A.

Đường tròn (C) có tâm $I(4, -3)$, bán kính $R = 2$

Tọa độ của $I(4, -3)$ thỏa phương trình $d : x + y - 1 = 0$. Vậy $I \in d$.

Vậy AI là một đường chéo của hình vuông ngoại tiếp đường tròn, có bán kính $R = 2$, $x = 2$ và $x = 6$ là 2 tiếp tuyến của (C) nên

Hoặc là A là giao điểm các đường d và $x = 2 \Rightarrow A(2, -1)$

Hoặc là A là giao điểm các đường (d) và $x = 6 \Rightarrow A(6, -5)$.

Câu 42: Cho tam giác ABC đều. Gọi D là điểm đối xứng của C qua AB . Vẽ đường tròn tâm D qua A , B ; M là điểm bất kì trên đường tròn đó ($M \neq A, M \neq B$). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Độ dài MA, MB, MC là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.

B. MA, MB, MC là ba cạnh của 1 tam giác vuông.

C. $MA = MB = MC$.

D. $MC > MB > MA$.

Lời giải.

Chọn A

Chọn hệ trục Oxy sao cho Ox trùng với AB , chiều dương hướng từ A đến B , trục Oy là đường trung trực của đoạn $AB \Rightarrow A(-1; 0); B(1; 0); C(0; \sqrt{3}); D(0; -\sqrt{3})$.

Phương trình đường tròn tâm D qua A, B là:
 $x^2 + (y + \sqrt{3})^2 = 4$ (1).

Giả sử $M(a; b)$ là điểm bất kì trên đường tròn (1). Ta có:

$$MA^2 = (a+1)^2 + b^2, \quad MB^2 = (a-1)^2 + b^2,$$

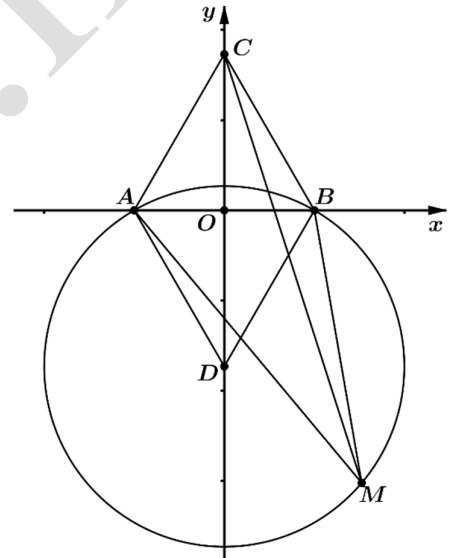
$$MC^2 = a^2 + (b - \sqrt{3})^2.$$

$$MA^2 + MB^2 = a^2 + (b - \sqrt{3})^2 + a^2 + b^2 + 2b\sqrt{3} - 1$$

$$= MC^2 + a^2 + (b + \sqrt{3})^2 - 4.$$

$$M \text{ nằm trên đường tròn (1) nên : } a^2 + (b + \sqrt{3})^2 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow MA^2 + MB^2 = MC^2 \Rightarrow MA, MB, MC \text{ là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.}$$



Câu 43: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho ba điểm $A(0; a), B(b; 0), C(-b; 0)$ với $a > 0, b > 0$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với đường thẳng AB tại B và tiếp xúc với đường thẳng AC tại C .

A. $x^2 + \left(y - \frac{b^2}{a}\right)^2 = b^2 + \frac{b^4}{a^2}$.

B. $x^2 + \left(y + \frac{b^2}{a}\right)^2 = b^2 + \frac{b^4}{a^2}$.

C. $x^2 + \left(y + \frac{b^2}{a}\right)^2 = b^2 - \frac{b^4}{a^2}$.

D. $x^2 + \left(y - \frac{b^2}{a}\right)^2 = b^2 - \frac{b^4}{a^2}$.

Lời giải.

Chọn B.

ΔABC cân tại A ; tâm I của (C) thuộc $Oy \Rightarrow I(0; y_0)$