

Câu 13: Xác định m để với mọi x ta có $-1 \leq \frac{x^2 + 5x + m}{2x^2 - 3x + 2} < 7$.

- A.** $-\frac{5}{3} \leq m < 1$. **B.** $1 < m \leq \frac{5}{3}$. **C.** $m \leq -\frac{5}{3}$. **D.** $m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $-1 \leq \frac{x^2 + 5x + m}{2x^2 - 3x + 2} < 7$ có tập nghiệm là \mathbb{R} khi hệ sau có tập nghiệm là \mathbb{R} (do $2x^2 - 3x + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$)

$$\begin{cases} -1(2x^2 - 3x + 2) \leq x^2 + 5x + m \\ x^2 + 5x + m < 7(2x^2 - 3x + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x^2 - 26x + 14 - m > 0 & (1) \\ 3x^2 + 2x + m + 2 \geq 0 & (2) \end{cases} \text{ có tập nghiệm là } \mathbb{R}$$

Ta có (1) có tập nghiệm là \mathbb{R} khi $\Delta' < 0 \Leftrightarrow -13 + 13m < 0 \Leftrightarrow m < 1$ (3)

(2) có tập nghiệm là \mathbb{R} khi $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow -5 - 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{3}$ (4)

Từ (2) và (4), ta có $-\frac{5}{3} \leq m < 1$.

Câu 14: Khi xét dấu biểu thức $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 - 1}$ ta có

- A.** $f(x) > 0$ khi $-7 < x < -1$ hoặc $1 < x < 3$.
B. $f(x) > 0$ khi $x < -7$ hoặc $-1 < x < 1$ hoặc $x > 3$.
C. $f(x) > 0$ khi $-1 < x < 0$ hoặc $x > 1$.
D. $f(x) > 0$ khi $x > -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $x^2 + 4x - 21 = 0 \Leftrightarrow x = -7; x = 3$ và $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Lập bảng xét dấu ta có $f(x) > 0$ khi $x < -7$ hoặc $-1 < x < 1$ hoặc $x > 3$.

Câu 15: Tìm m để $(m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A.** $m < -1$. **B.** $m > -1$. **C.** $m < -\frac{4}{3}$. **D.** $m > \frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Với $m = -1$ không thỏa mãn.

$$\text{Với } m \neq -1, (m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ -3m^2 - 4m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m < -\frac{4}{3} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{4}{3}.$$

Câu 16: Tìm m để $f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m - 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A.** $m > \frac{3}{2}$. **B.** $m > \frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{4} < m < \frac{3}{2}$. **D.** $1 < m < 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m - 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 16m + 12 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3.$$

Câu 17: Với giá trị nào của a thì bất phương trình $ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A.** $a = 0$. **B.** $a < 0$. **C.** $0 < a \leq \frac{1}{2}$. **D.** $a \geq \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Để bất phương trình } ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4a^2 \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{1}{2} \\ a \leq -\frac{1}{2} \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a \geq \frac{1}{2}.$$

Câu 18: Với giá trị nào của m thì bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm?

- A.** $m < 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < \frac{1}{4}$. **D.** $m > \frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi bất phương trình $x^2 - x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}.$$

Câu 19: Cho $f(x) = -2x^2 + (m+2)x + m - 4$. Tìm m để $f(x)$ âm với mọi x .

- A.** $-14 < m < 2$. **B.** $-14 \leq m \leq 2$.
C. $-2 < m < 14$. **D.** $m < -14$ hoặc $m > 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m+2)^2 + 8(m-4) < 0 \Leftrightarrow m^2 + 12m - 28 < 0$$

$$\Leftrightarrow -14 < m < 2.$$

Câu 20: Bất phương trình $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} \leq \frac{2}{x+2}$ có nghiệm là

A. $\left(-2, \frac{3-\sqrt{17}}{2}\right) \cup (0, 2) \cup \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, +\infty\right)$. **B.** $x \notin \{-2, 0, 2\}$.

C. $-2 < x < 0$.

D. $0 < x < 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}$.

Với điều kiện trên ta có $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} \leq \frac{2}{x+2} \Leftrightarrow \frac{x(x+2) - (x-2)(x+2) - 2x(x-2)}{(x-2)x(x+2)} \leq 0$.

$\Leftrightarrow \frac{-2x^2 + 6x + 4}{(x-2)x(x+2)} \leq 0$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	$\frac{3-\sqrt{17}}{2}$	0	2	$\frac{3+\sqrt{17}}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0	+	0	-

Vậy nghiệm của bất phương trình là $\left(-2, \frac{3-\sqrt{17}}{2}\right) \cup (0, 2) \cup \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, +\infty\right)$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\left|\frac{3x}{x^2-4}\right| < 1$ là

A. $S = (-\infty, -4) \cup (-1, 1) \cup (4, +\infty)$.

B. $S = (-\infty, -4)$.

C. $S = (-1, 1)$.

D. $S = (4, +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện $x \neq \pm 2$

$$\left|\frac{3x}{x^2-4}\right| < 1 \Leftrightarrow -1 < \frac{3x}{x^2-4} < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{x^2-4} > -1 \\ \frac{3x}{x^2-4} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{x^2-4} + 1 > 0 \\ \frac{3x}{x^2-4} - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+3x-4}{x^2-4} > 0 \\ \frac{-x^2+3x+4}{x^2-4} < 0 \end{cases}$$

Lập bảng xét dấu ta được nghiệm của bất phương trình là $\begin{cases} x < -4 \\ -1 < x < 1 \\ x > 4 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm bất phương trình là: $S = (-\infty, -4) \cup (-1, 1) \cup (4, +\infty)$.

Câu 22: Tìm giá trị nguyên của k để bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

A. $k = 2$.

B. $k = 3$.

C. $k = 4$.

D. $k = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì:

$$\begin{cases} a=1 > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow (4k-1)^2 - 15k^2 + 2k + 7 < 0 \Leftrightarrow 2 < k < 4$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k=3$.

Câu 23: Có bao nhiêu giá trị m nguyên âm để mọi $x > 0$ đều thỏa bất phương trình $(x^2 + x + m)^2 \geq (x^2 - 3x - m)^2$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (x^2 + x + m)^2 \geq (x^2 - 3x - m)^2 \Leftrightarrow (x^2 + x + m)^2 - (x^2 - 3x - m)^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4x(2x+m)(x-1) \geq 0$$

Với $m < 0$ ta có bảng xét dấu

TH1: $-\frac{m}{2} \geq 1$

x	$-\infty$	0		1		$-\frac{m}{2}$	$+\infty$
$4x$	-	0	+		+		+
$x-1$	-		-	0	+		+
$2x+m$	-		-		-	0	+
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Từ Bảng xét dấu ta thấy để BPT nghiệm đúng với $x > 0$ thì $-\frac{m}{2} = 1 \Leftrightarrow m = -2$

TH 2: $-\frac{m}{2} < 1$

x	$-\infty$	0		$-\frac{m}{2}$		1	$+\infty$
$4x$	-	0	+		+		+
$2x+m$	-		-	0	+		+
$x-1$	-		-		-	0	+
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Từ Bảng xét dấu ta thấy để BPT nghiệm đúng với $x > 0$ thì $-\frac{m}{2} = 1 \Leftrightarrow m = -2$

Vậy có 1 giá trị

Câu 24: Bất phương trình $(|x-1|-3)(|x+2|-5) < 0$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} -7 < x < -2 \\ 3 < x < 4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} -2 \leq x < 1 \\ 1 < x < 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 0 < x < 3 \\ 4 < x < 5 \end{cases}$ D. $\begin{cases} -3 < x \leq -2 \\ -1 < x < 1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Lập bảng phá dấu giá trị tuyệt đối giải BPT trong từng khoảng ta được nghiệm là A.

Cách khác:

$$\begin{aligned} \text{Trường hợp 1: } \begin{cases} |x-1|-3 > 0 \\ |x+2|-5 < 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 3 \\ x-1 < -3 \\ -5 < x+2 < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < -2 \\ -7 < x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -7 < x < -2 \\ \text{Trường hợp 2: } \begin{cases} |x-1|-3 < 0 \\ |x+2|-5 > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x-1 < 3 \\ x+2 > 5 \\ x+2 < -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 4 \\ x > 3 \\ x < -7 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x < 4 \end{aligned}$$

Câu 25: Bất phương trình: $\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x$ có nghiệm là:

- A. $3 < x \leq 5$. B. $2 < x \leq 3$. C. $-5 < x \leq -3$. D. $-3 < x \leq -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} -x^2+6x-5 \geq 0 \\ 8-2x < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 8-2x \geq 0 \\ -x^2+6x-5 > (8-2x)^2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x > 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq 4 \\ -5x^2+38x-69 > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x > 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq 4 \\ 3 < x < \frac{25}{3} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 3 < x \leq 5.$$

Câu 27: Bất phương trình: $\sqrt{2x+1} < 3-x$ có nghiệm là:

- A. $\left[-\frac{1}{2}; 4-2\sqrt{2}\right)$. B. $(3; 4+2\sqrt{2})$. C. $(4-2\sqrt{2}; 3)$. D. $(4+2\sqrt{2}; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt{2x+1} < 3-x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 3-x > 0 \\ 2x+1 < (3-x)^2 \end{cases} \\ \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x < 3 \\ -x^2+8x-8 < 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x < 3 \end{cases} \\ \begin{cases} x > 4+2\sqrt{2} \\ x < 4-2\sqrt{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x < 4-2\sqrt{2}.$$