- S là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (SMN) và (SAC).
- Gọi $O = AC \cap BD$ là tâm của hình hình hành.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi $T = AC \cap MN$

$\Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC) \\ O \in MN \subset (SMN) \Rightarrow O \in (SMN) \end{cases} \Rightarrow O$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (SMN) và (SAC).

Vậy $(SMN) \cap (SAC) = SO$.

Ví dụ 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SB. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $IJCD$ là hình thang.

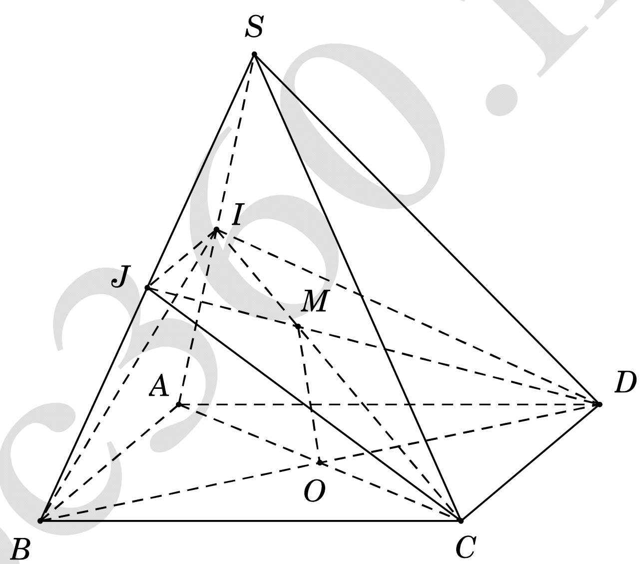
B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.

C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$.

D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$ (O là tâm $ABCD$).

Lời giải

Chọn D



- Ta có IJ là đường trung bình của tam giác SAB $\Rightarrow IJ \,//\, AB \,//\, CD \Rightarrow IJ \,//\, CD$

$\Rightarrow IJCD$ là hình thang. Do đó A đúng.

- Ta có $\begin{cases} IB \subset (SAB) \\ IB \subset (IBC) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (IBC) = IB$. Do đó B đúng.
- Ta có $\begin{cases} JD \subset (SBD) \\ JD \subset (JBD) \end{cases} \Rightarrow (SBD) \cap (JBD) = JD$. Do đó C đúng.
- Trong mặt phẳng $(IJCD)$, gọi $M = IC \cap JD \Rightarrow (IAC) \cap (JBD) = MO$. Do đó D sai.

Ví dụ 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AD \,//\, BC)$. Gọi M là trung điểm CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:

A. SI (I là giao điểm của AC và BM).

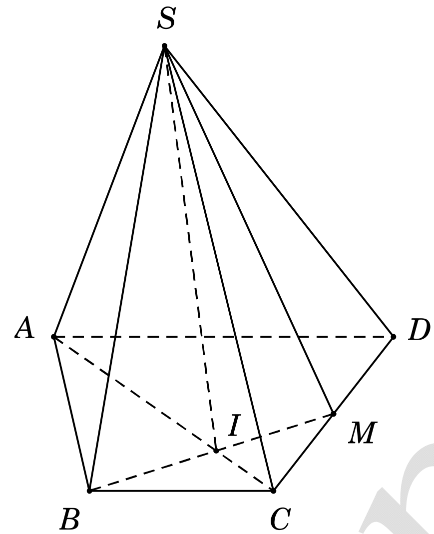
B. SJ (J là giao điểm của AM và BD).

C. SO (O là giao điểm của AC và BD).

D. SP (P là giao điểm của AB và CD).

Lời giải

Chọn A



- S là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (MSB) và (SAC).
- Ta có $\begin{cases} I \in BM \subset (SBM) \Rightarrow I \in (SBM) \\ I \in (AC) \in (SAC) \Rightarrow I \in (SAC) \end{cases} \Rightarrow I$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (MSB) và (SAC).

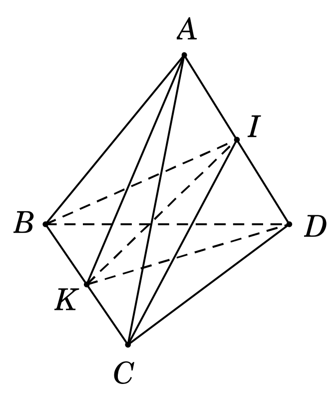
Vậy $(MSB) \cap (SAC) = SI$.

Ví dụ 8: Cho 4 điểm không đồng phẳng A, B, C, D. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của (IBC) và (KAD) là:

A. IK. **B.** BC. **C.** AK. **D.** DK.

Lời giải

Chọn A



Điểm K là trung điểm của BC suy ra $K \in (IBC) \Rightarrow IK \subset (IBC)$.

Điểm I là trung điểm của AD suy ra $I \in (KAD) \Rightarrow IK \subset (KAD)$.

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD) là IK.

Ví dụ 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD$. Gọi I là giao điểm của AC và BD. Trên cạnh SB lấy điểm M. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ADM) và (SAC).

A. SI.

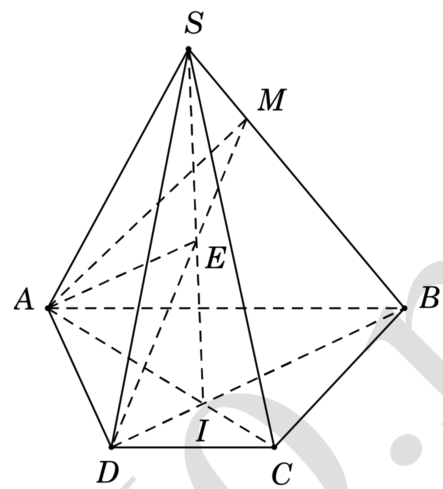
B. AE (E là giao điểm của DM và SI).

C. DM.

D. DE (E là giao điểm của DM và SI).

Lời giải

Chọn B



Ta có A là điểm chung thứ nhất của (ADM) và (SAC).

Trong mặt phẳng (SBD), gọi $E = SI \cap DM$.

Ta có:

- $E \in SI$ mà $SI \subset (SAC)$ suy ra $E \in (SAC)$.
- $E \in DM$ mà $DM \subset (ADM)$ suy ra $E \in (ADM)$.

Do đó E là điểm chung thứ hai của (ADM) và (SAC).

Vậy AE là giao tuyến của (ADM) và (SAC).

Ví dụ 10: Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc miền trong của tam giác ACD. Gọi I và J lần lượt là hai điểm trên cạnh BC và BD sao cho IJ không song song với CD. Gọi H, K lần lượt là giao điểm của IJ với CD của MH và AC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (IJM) là:

A. KI.

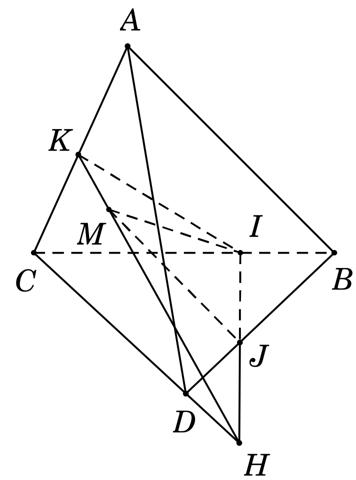
B. KJ.

C. MI.

D. MH.

Lời giải

Chọn A



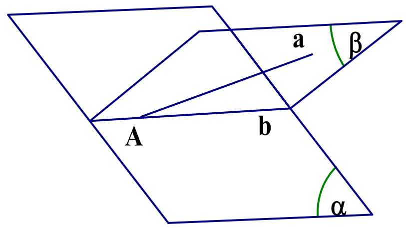
Trong mặt phẳng (BCD), IJ cắt CD tại $H \Rightarrow H \in (ACD)$.

Điểm $H \in IJ$ suy ra bốn điểm M, I, J, H đồng phẳng.

Nên trong mặt phẳng (IJM), MH cắt IJ tại H và $MH \subset (IJM)$.

Mặt khác $\begin{cases} M \in (ACD) \\ H \in (ACD) \end{cases} \Rightarrow MH \subset (ACD)$. Vậy $(ACD) \cap (IJM) = MH$.

Dạng 2 : Xác định giao điểm của đường thẳng a và mặt phẳng (α)



<u>Phương pháp</u> : **<u>Cách 1:</u>**

• Tìm đường thẳng b nằm trong mặt phẳng (α)

• Giao điểm I của a và b là giao đt I của a và mặt phẳng (α)

<u>Cách 2:</u>

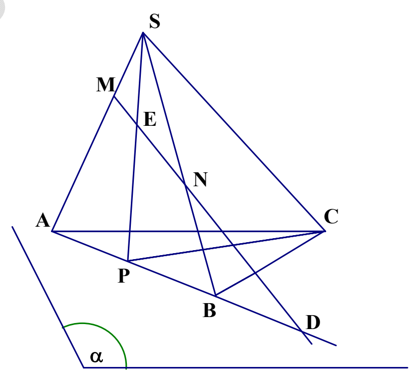
- Chọn mp phụ (β) chứa đường thẳng a sao cho giao tuyến của mp (α) và mp (β) dễ xác định
- Tìm giao tuyến b của mp (α) và mp (β)
- b cắt a tại I, khi đó I là giao điểm của a và mặt phẳng (α)

Ví dụ :

1. Trong mp (α) cho tam giác ABC . Một điểm S không thuộc (α) . Trên cạnh AB lấy một điểm P và trên các đoạn thẳng SA, SB ta lấy lần lượt hai điểm M, N sao cho MN không song song với AB .

a. Tìm giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (SPC)

b. Tìm giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (α)



<u>Giải</u>

a. Tìm giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (SPC)

<u>Cách 1</u> : Trong (SAB) , gọi E = SP ∩ MN

• E ∈ SP mà SP ⊂ (SPC) ⇒ E ∈(SPC)

• E ∈ MN

Vậy : E = MN ∩ (SPC)

<u>Cách 2</u> : • Chọn mp phụ (SAB) ⊃ MN

• (SAB) ∩ (SPC) = SP

• Trong (SAB), gọi E = MN ∩ SP

E ∈ MN

E ∈ SP mà SP ⊂ (SPC)

Vậy : E = MN ∩ (SPC)

b. Tìm giao điểm của đường thẳng MN với mp (α)

<u>Cách 1</u>: Trong (SAB) , MN không song song với AB

Gọi D = AB ∩ MN

• D ∈ AB mà AB ⊂ (α) ⇒ D ∈(α)

• D ∈ MN

Vậy: D = MN ∩ (α)

<u>Cách 2</u> : • Chọn mp phụ (SAB) ⊃ MN

• (SAB) ∩ (α) = AB

• Trong (SAB) , MN không song song với AB

Gọi D = MN $\cap$ AB

D $\in$ AB mà AB $\subset (\alpha) \Rightarrow$ D $\in (\alpha)$

D $\in$ MN

Vậy : D = MN $\cap (\alpha)$

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$.Trên hai đoạn AB và AC lấy hai điểm M,N sao cho $\dfrac{AM}{BM}=1$ và $\dfrac{AN}{NC}=2$. Hãy xác định giao điểm của đường thẳng BC và mặt phẳng (DMN).

A.Là giao điểm của BC và DN.

B. Là giao điểm của BC và MN.

C. Là giao điểm của BC và DM.

D. Là giao điểm của BN và CM.

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm AD, BC và G là trọng tâm tam giác ABC. Giao điểm của đường thẳng GM và mặt phẳng (BCD) là

A.Giao điểm của GM và ND.

B.Giao điểm của GD và MN.

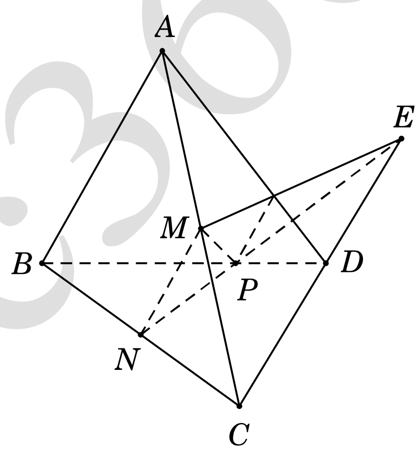
C.Giao điểm của GM và BC.

D.Giao điểm của GM và CD.

Câu 21. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của

A. CD và NP. **B.** CD và MN. **C.** CD và MP. **D.** CD và AP.

Lời giải.



Cách 1. Xét mặt phẳng BCD chứa CD.

Do NP không song song CD nên NP cắt CD tại E.

Điểm $E \in NP \Rightarrow E \in (MNP)$. Vậy $CD \cap (MNP)$ tại E. **Chọn A.**

Cách 2. Ta có $\begin{cases} N \in BC \\ P \in BD \end{cases} \Rightarrow NP \subset (BCD)$ suy ra NP, CD đồng phẳng.

Gọi E là giao điểm của NP và CD mà $NP \subset (MNP)$ suy ra $CD \cap (MNP) = E$.

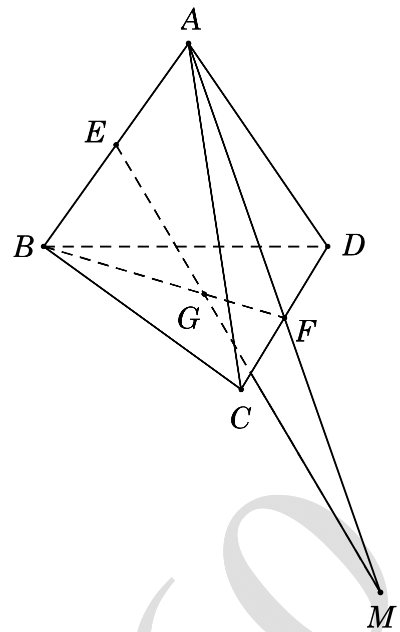
Vậy giao điểm của CD và $mp(MNP)$ là giao điểm E của NP và CD.

Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD; G là trọng tâm tam giác BCD. Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

A. điểm F.

B. giao điểm của đường thẳng EG và AF.
C. giao điểm của đường thẳng EG và AC.
D. giao điểm của đường thẳng EG và CD.

Lời giải.



Vì G là trọng tâm tam giác BCD, F là trung điểm của $CD \Rightarrow G \in (ABF)$.

Ta có E là trung điểm của $AB \Rightarrow E \in (ABF)$.

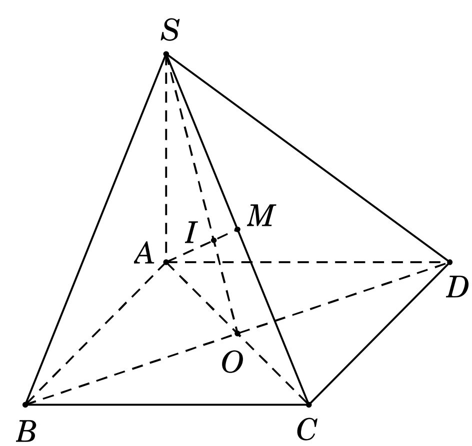
Gọi M là giao điểm của EG và AF mà $AF \subset (ACD)$ suy ra $M \in (ACD)$.

Vậy giao điểm của EG và $mp\,(ACD)$ là giao điểm $M = EG \cap AF$. **Chọn B.**

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC. Gọi I là giao điểm của AM với mặt phẳng (SBD). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IM}$. **B.** $\overrightarrow{IA} = -3\overrightarrow{IM}$. **C.** $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IM}$. **D.** $IA = 2,5IM$.

Lời giải.



Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$ suy ra O là trung điểm của AC.

Nối AM cắt SO tại I mà $SO \subset (SBD)$ suy ra $I = AM \cap (SBD)$.

Tam giác SAC có M, O lần lượt là trung điểm của SC, AC.

Mà $I = AM \cap SO$ suy ra I là trọng tâm tam giác $SAC \Rightarrow AI = \frac{2}{3}AM \Leftrightarrow IA = 2IM$.

Điểm I nằm giữa A và M suy ra $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{MI} = -2\overrightarrow{IM}$. **Chọn A.**

Câu 24. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C. Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là

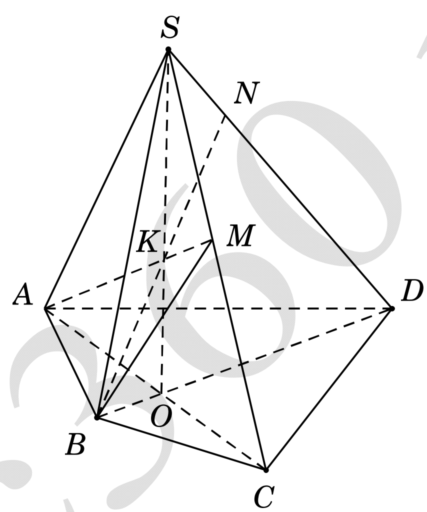
A. giao điểm của SD và AB.

B. giao điểm của SD và AM.

C. giao điểm của SD và BK (với $K = SO \cap AM$).

D. giao điểm của SD và MK (với $K = SO \cap AM$).

Lời giải.



● Chọn mặt phẳng phụ (SBD) chứa SD.

● Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBD) và (ABM).

Ta có B là điểm chung thứ nhất của (SBD) và (ABM).

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$. Trong mặt phẳng (SAC), gọi $K = AM \cap SO$. Ta có:

- $K \in SO$ mà $SO \subset (SBD)$ suy ra $K \in (SBD)$.
- $K \in AM$ mà $AM \subset (ABM)$ suy ra $K \in (ABM)$.

Suy ra K là điểm chung thứ hai của (SBD) và (ABM).

Do đó $(SBD) \cap (ABM) = BK$.

● Trong mặt phẳng (SBD), gọi $N = SD \cap BK$. Ta có:

- $N \in BK$ mà $BK \subset (ABM)$ suy ra $N \in (ABM)$.
- $N \in SD$.

Vậy $N = SD \cap (ABM)$. **Chọn C.**

Câu 25. Cho bốn điểm $A,\ B,\ C,\ S$ không cùng ở trong một mặt phẳng. Gọi $I,\ H$ lần lượt là trung điểm của $SA,\ AB$. Trên SC lấy điểm K sao cho IK không song song với AC (K không trùng với các đầu mút). Gọi E là giao điểm của đường thẳng BC với mặt phẳng (IHK). Mệnh đề nào sau đây đúng?

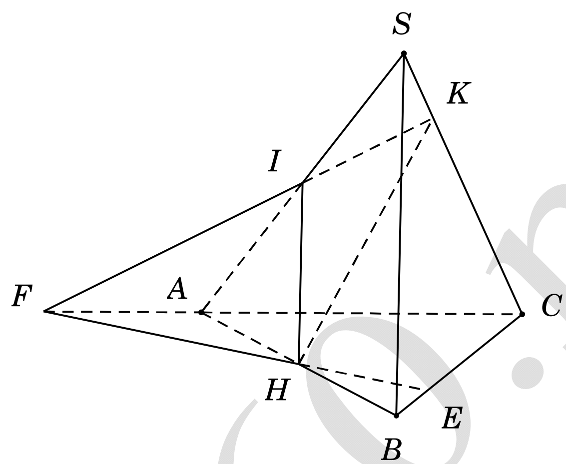
A. E nằm ngoài đoạn BC về phía $B.$

B. E nằm ngoài đoạn BC về phía $C.$

C. E nằm trong đoạn $BC.$

D. E nằm trong đoạn BC và $E \neq B,\ E \neq C.$

Lời giải.



● Chọn mặt phẳng phụ (ABC) chứa BC.

● Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và (IHK).

Ta có H là điểm chung thứ nhất của (ABC) và (IHK).

Trong mặt phẳng (SAC), do IK không song song với AC nên gọi $F = IK \cap AC$. Ta có

- $F \in AC$ mà $AC \subset (ABC)$ suy ra $F \in (ABC)$.
- $F \in IK$ mà $IK \subset (IHK)$ suy ra $F \in (IHK)$.

Suy ra F là điểm chung thứ hai của (ABC) và (IHK).

Do đó $(ABC) \cap (IHK) = HF$.

● Trong mặt phẳng (ABC), gọi $E = HF \cap BC$. Ta có

- $E \in HF$ mà $HF \subset (IHK)$ suy ra $E \in (IHK)$.
- $E \in BC$.

Vậy $E = BC \cap (IHK)$. **Chọn D.**

Dạng 3 : Tìm thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (α) :

Thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (P) là đa giác giới hạn bởi các giao tuyến của (P) với các mặt hình chóp .

Phương pháp :

Xác định lần lượt các giao tuyến của (P) với các mặt của hình chóp theo các bước sau :

- Từ điểm chung có sẵn , xác định giao tuyến đầu tiên của (P) với một mặt của hình chóp (Có thể là mặt trung gian)