

Vậy nghiệm phương trình : $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$; $x = \text{arc cot}(-3) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 3: Giải các phương trình sau:

1) $\cos 2x - 3\sin x - 2 = 0$

2) $\sin^2 x - \cos x + 1 = 0$

3) $\frac{1}{\sin^2 x} = \cot x + 3$

4) $\tan x - \cot x = \frac{3}{2}$

LỜI GIẢI

1) $\cos 2x - 3\sin x - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0 (*)$$

Đặt $t = \sin x, -1 \leq t \leq 1$.

$$(*) \Leftrightarrow 2t^2 + 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 (N) \\ t = -\frac{1}{2} (N) \end{cases}$$

• Với $t = -1 \Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

• Với $t = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$; $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$; $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

2) $\sin^2 x - \cos x + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow 1 - \cos^2 x - \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos^2 x + \cos x - 2 = 0 (*)$$

Đặt $t = \cos x, -1 \leq t \leq 1$

$$(*) \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 (N) \\ t = -2 (L) \end{cases}$$

- Với $t = -1 \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

3) $\frac{1}{\sin^2 x} = \cot x + 3. (1)$

Điều kiện : $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$

(1) $\Leftrightarrow 1 + \cot^2 x = \cot x + 3 \Leftrightarrow \cot^2 x - \cot x - 2 = 0 (*)$

Đặt $t = \cot x$

(*) $\Leftrightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \vee t = 2$

- Với $t = -1 \Leftrightarrow \cot x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$
- Với $t = 2 \Leftrightarrow \cot x = 2 \Leftrightarrow x = \text{arc cot } 2 + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = \text{arc cot } 2 + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

4) $\tan x - \cot x = \frac{3}{2} (1)$

Điều kiện : $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}$

(1) $\Leftrightarrow \tan x - \frac{1}{\tan x} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2 \tan^2 x - 3 \tan x - 2 = 0 (*)$

Đặt $t = \tan x$

(*) $\Leftrightarrow 2t^2 - 3t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \vee t = -\frac{1}{2}$

- Với $t = 2 \Leftrightarrow \tan x = 2 \Leftrightarrow x = \arctan 2 + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

- Với $t = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \tan x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \arctan\left(-\frac{1}{2}\right) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = \arctan 2 + k\pi; x = \arctan\left(-\frac{1}{2}\right) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 4: Giải các phương trình sau:

1) $\cos^3 x + 3\cos^2 x + 2\cos x = 0$

2) $23\sin x - \sin 3x = 24$

3) $2\cos 3x \cdot \cos x - 4\sin^2 2x + 1 = 0$

4) $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{15}{8}\cos 2x - \frac{1}{2}$

Lời giải

1) $\cos^3 x + 3\cos^2 x + 2\cos x = 0$ (*)

Đặt $t = \cos x, -1 \leq t \leq 1$

$$(*) t^3 + 3t^2 + 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \text{ (N)} \\ t = -1 \text{ (N)} \\ t = -2 \text{ (L)} \end{cases}$$

- Với $t = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

- Với $t = -1 \Leftrightarrow \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

2) $23\sin x - \sin 3x = 24$

$$\Leftrightarrow 23\sin x - (3\sin x - 4\sin^3 x) = 24 \Leftrightarrow 4\sin^3 x + 20\sin x - 24 = 0 \quad (*)$$

Đặt $t = \sin x, -1 \leq t \leq 1$

$$(*) \Leftrightarrow 4t^3 + 20t - 24 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \text{ (N)}$$

- Với $t = 1 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

3) $2 \cos 3x \cdot \cos x - 4 \sin^2 2x + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \cos 4x + \cos 2x - 2(1 - \cos 2x) + 1 = 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 2x + 3 \cos 2x - 2 = 0 \quad (*)$$

Đặt $t = \cos 2x, -1 \leq t \leq 1$

$$(*) \Leftrightarrow 2t^2 + 3t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \quad (N) \\ t = -2 \quad (L) \end{cases}$$

- Với $t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

4) $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{15}{8} \cos 2x - \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow 9 \cos^4 x + 2 \sin^4 x + 8 \sin^2 x \cdot \cos^2 x = 23 \cos^2 x - 7 \quad (*)$$

Đặt $t = \cos^2 x, 0 \leq t \leq 1$. Thay $\sin^2 x = 1 - t$

$$(*) \Leftrightarrow 9t^2 + 2(1-t)^2 + 8(1-t)t = 23t - 7$$

$$\Leftrightarrow 3t^2 - 19t + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{4} \quad (N) \\ t = 4 \quad (L) \end{cases}$$

- Với $t = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 5: Giải các phương trình lượng giác sau:

- | | |
|---|---|
| 1). $\tan x - \cot x = \frac{3}{2}$ | 2). $\frac{1}{\sin^2 x} = \cot x + 3$ |
| 3). $5 \cos x - 2 \sin \frac{x}{2} + 7 = 0$ | 4). $\cos \left(2x + \frac{2\pi}{3} \right) + 3 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 1 = 0$ |
| 5). $23 \sin x - \sin 3x = 24$ | 6). $\sin^3 x + 3 \sin^2 x + 2 \sin x = 0$ |
| 7). $\cos^2 \left(\frac{\pi}{3} + x \right) + 4 \cos \left(\frac{\pi}{6} - x \right) = 4$ | 8). $\cos 4x + 12 \sin x \cos x - 5 = 0$ |
| 9). $\frac{3}{\sin^2 x} - 2\sqrt{3} \cot x - 6 = 0$ | 10). $4 \cos^2 (6x - 2) + 16 \cos^2 (1 - 3x) = 13$ |
| 11). $\cos 2x - 3 \cos x = 4 \cos^2 \frac{x}{2}$ | 12). $2 \sin^2 \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) - 6 \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) + 2 = 0$ |
| 13). $\cos 5x \cdot \cos x = \cos 4x \cdot \cos 2x + 3 \cos^2 x + 1$ | |

LỜI GIẢI

1). $\tan x - \cot x = \frac{3}{2}$ (1). Điều kiện $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$

(1) $\Leftrightarrow \tan x - \frac{1}{\tan x} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2 \tan^2 x - 3 \tan x - 2 = 0$ (1')

Đặt $\tan x = t$. Phương trình (1') trở thành: $2t^2 - 3t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \vee t = -\frac{1}{2}$

Với $t = 2 \Leftrightarrow \tan x = 2 \Leftrightarrow x = \arctan 2 + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Với $t = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \tan x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \arctan \left(-\frac{1}{2} \right) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = \arctan 2 + k\pi, x = \arctan \left(-\frac{1}{2} \right) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

2). $\frac{1}{\sin^2 x} = \cot x + 3$ (1). Điều kiện $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$

(1) $\Leftrightarrow 1 + \cot^2 x = \cot x + 3 \Leftrightarrow \cot^2 x - \cot x - 2 = 0$ (1')