

a). $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{13\pi}{24} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{5\pi}{24} + k\pi, x = \frac{13\pi}{24} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

b). $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{\pi}{4} + \pi + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{19\pi}{24} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{24} + k2\pi, x = \frac{19\pi}{24} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

c). $3\sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) - 4 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{4}{3}$

Vì $-1 \leq \sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

d). $\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{2} = x + \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{2} = \pi - \left(x + \frac{\pi}{4}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

e). $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

f). $\cos\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \cos\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow 5x + \frac{\pi}{3} = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

g). $2 \cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) + 5 = 0$

$$\Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) = -\frac{5}{2}. \text{ Vì } -1 \leq \cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) \leq 1 \Rightarrow \text{phương trình vô nghiệm.}$$

h). $2 \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{2\pi}{3}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{4} = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = -\frac{5\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{11\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3}, x = -\frac{5\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

i). $2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{5\pi}{6}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{6} = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

k). $\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos x \Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos(x + \pi)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{3} = x + \pi + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{3} = -(x + \pi) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

$$l). \cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) - \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) = \sin 2x \Leftrightarrow \cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{2} - 2x + k2\pi \\ 4x + \frac{\pi}{5} = -\frac{\pi}{2} + 2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{3} \\ x = -\frac{7\pi}{20} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{3}, x = -\frac{7\pi}{20} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Bài 2: Giải các phương trình sau:

a) $\sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{9\pi}{4}\right)$

b) $\sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{7\pi}{5}\right) = 0$

c) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos x = 0$

d) $\sin^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

e) $\sin^2\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin^2\left(\frac{7\pi}{5} - x\right)$

f) $\sin^2\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) - \cos^2\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

g) $\sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{5} - 3x\right) = \sqrt{3}$

h) $\sin\left(\frac{4\pi}{9} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{18} - x\right) = \sqrt{3}$

LỜI GIẢI

a). $\sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{9\pi}{4}\right)$

$$\Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(x - 2\pi - \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left[\frac{\pi}{2} - \left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right] \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{2\pi}{3} = \frac{3\pi}{4} - x + k2\pi \\ 3x + \frac{2\pi}{3} = \pi - \left(\frac{3\pi}{4} - x\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{5\pi}{24} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận: $x = \frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{2}, x = -\frac{5\pi}{24} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

b). $\sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{7\pi}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \pi - \frac{2\pi}{5}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(x - \frac{2\pi}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(x - \frac{2\pi}{5}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{2\pi}{3} = x - \frac{2\pi}{5} + k2\pi \\ 3x + \frac{2\pi}{3} = \pi - \left(x - \frac{2\pi}{5}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{8\pi}{15} + k\pi \\ x = \frac{11\pi}{60} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = -\frac{8\pi}{15} + k\pi, x = \frac{11\pi}{60} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$

c). $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{4} = \pi - \left(x - \frac{\pi}{2}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

d). $\sin^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1 - \cos\left[2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)\right]}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow 4x - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{4}.$

e). $\sin^2\left(3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin^2\left(\frac{7\pi}{5} - x\right) \Leftrightarrow \frac{1 - \cos\left(6x + \frac{4\pi}{3}\right)}{2} = \frac{1 - \cos\left(\frac{14\pi}{5} - 2x\right)}{2}$

$$\Leftrightarrow 1 - \cos\left(6x + \frac{4\pi}{3}\right) = 1 - \cos\left(\frac{14\pi}{5} - 2x\right) \Leftrightarrow \cos\left(6x + \frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{14\pi}{5} - 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(6x + \frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(2\pi + \frac{4\pi}{5} - 2x\right) \quad \Leftrightarrow \cos\left(6x + \frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{4\pi}{5} - 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + \frac{4\pi}{3} = \frac{4\pi}{5} - 2x + k2\pi \\ 6x + \frac{4\pi}{3} = -\frac{4\pi}{5} + 2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{15} + \frac{k\pi}{4} \\ x = -\frac{8\pi}{15} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = -\frac{\pi}{15} + \frac{k\pi}{4}, x = -\frac{8\pi}{15} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$

f) $\sin^2\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) - \cos^2\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - \cos\left(10x + \frac{2\pi}{3}\right)}{2} - \frac{1 + \cos\left(6x + \frac{\pi}{2}\right)}{2} = 0 \Leftrightarrow -\cos\left(10x + \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(6x + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(10x + \frac{2\pi}{3}\right) = -\cos\left(6x + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \cos\left(10x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(6x + \frac{\pi}{2} + \pi\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x + \frac{2\pi}{3} = 6x + \frac{3\pi}{2} + k2\pi \\ 10x + \frac{2\pi}{3} = -6x - \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{13\pi}{96} + \frac{k\pi}{8} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, x = -\frac{13\pi}{96} + \frac{k\pi}{8} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

g). $\sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{5} - 3x\right) = \sqrt{3} (*)$

Các bạn để ý: $\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) + \left(\frac{4\pi}{5} - 3x\right) = \pi$. Từ đó suy ra: $\sin\left(\frac{4\pi}{5} - 3x\right) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right)$

$$(*) \Leftrightarrow 2\sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) = \sin\frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{5} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{7\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{2\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}, x = \frac{7\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$