

a) Đi qua 2 điểm  $E(0; 1)$  và  $F\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

b) Đi qua 2 điểm  $M\left(4; \frac{9}{5}\right)$  và  $N\left(3; \frac{12}{5}\right)$

**Giải:** a) Gọi PTCT của (E) có dạng:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Ta có:  $E(0; 1)$  và  $F\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \in (E)$ , ta có hệ: 
$$\begin{cases} \frac{0}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \\ \frac{1}{a^2} + \frac{\frac{3}{4}}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a^2} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 1 \end{cases}$$

Vậy: PTCT của (E) là:  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$

b) Gọi PTCT của (E) có dạng:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Ta có:  $M\left(4; \frac{9}{5}\right)$  và  $N\left(3; \frac{12}{5}\right) \in (E)$ , ta có hệ: 
$$\begin{cases} \frac{16}{a^2} + \frac{\frac{81}{25}}{b^2} = 1 \\ \frac{9}{a^2} + \frac{\frac{144}{25}}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a^2} = \frac{1}{25} \\ \frac{1}{b^2} = \frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 9 \end{cases}$$

Vậy: PTCT của (E) là:  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

**Bài 4:** Cho (E):  $9x^2 + 25y^2 = 225$ . Tìm điểm  $M \in (E)$  sao cho M nhìn  $F_1F_2$  dưới một góc vuông

**Giải:** Ta có:  $9x^2 + 25y^2 = 225 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

Suy ra:  $\begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$

M nhìn  $F_1F_2$  dưới một góc vuông  $\Rightarrow M \in$  đường tròn (C) tâm O và bán kính bằng  $c = 4$

$\Rightarrow$  PT đường (C) là:  $x^2 + y^2 = 16$

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ: 
$$\begin{cases} 9x^2 + 25y^2 = 225 \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{175}{16} \\ y^2 = \frac{81}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{5\sqrt{7}}{4} \\ y = \pm \frac{9}{4} \end{cases}$$

Vậy:  $M_{1,2}\left(\pm \frac{5\sqrt{7}}{4}; \frac{9}{4}\right)$  và  $M_{3,4}\left(\frac{5\sqrt{7}}{4}; \pm \frac{9}{4}\right)$

**Bài 5:** Viết PTCT của (E) đi qua điểm  $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$  và điểm M nhìn 2 tiêu điểm dưới 1 góc vuông.

**Giải:** Điểm M nhìn 2 tiêu điểm dưới 1 góc vuông  $\Leftrightarrow c = OM \Leftrightarrow c^2 = OM^2$

$\Leftrightarrow c^2 = \left(\frac{3}{\sqrt{5}} - 0\right)^2 + \left(\frac{4}{\sqrt{5}} - 0\right)^2 = 5$       Gọi PTCT của (E) có dạng:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Ta có:  $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}\right) \in (E)$ , nên:  $\frac{9}{a^2} + \frac{16}{b^2} = 1$  mà  $a^2 = b^2 + c^2 = b^2 + 5$

Suy ra:  $\frac{9}{b^2 + 5} + \frac{16}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{9}{5}b^2 + \frac{16}{5}(b^2 + 5) = b^2(b^2 + 5) \Leftrightarrow \frac{9}{5}b^2 + \frac{16}{5}b^2 + 16 = b^4 + 5b^2$

$\Leftrightarrow b^4 - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 4 \\ b^2 = -4(\text{loại}) \end{cases}$  suy ra:  $a^2 = b^2 + 5 = 4 + 5 = 9$

Vậy: PTCT của (E) là:  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

### III: BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1:** Xác định độ dài các trục, tọa độ các tiêu điểm, tọa độ các đỉnh và tiêu điểm của (E), biết:

a) (E):  $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{4} = 1$

b) (E):  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$

c) (E):  $x^2 + 5y^2 = 5$

d)  $16x^2 + 25y^2 - 400 = 0$

**Bài 2:** Lập PTCT của (E), biết:

a) Độ dài 2 trục lớn và nhỏ lần lượt là 20 và 8

- b) Độ dài trục lớn bằng 14 và tiêu cự bằng 10
- c) Có 1 tiêu điểm  $F_1(-3; 0)$  và đi qua điểm  $M(-2; \sqrt{2})$
- d) Đi qua điểm  $A(-2; 12)$  và tỉ số  $\frac{c}{a}$  bằng  $\frac{1}{2}$
- e) Tiêu cự bằng 6 và tỉ số  $\frac{c}{a}$  bằng  $\frac{3}{5}$
- f) Độ dài trục lớn bằng  $4\sqrt{5}$  và đi qua  $M(\sqrt{15}; -1)$

**Bài 3:** Lập PTCT của (E), biết:

- a) Đi qua 2 điểm  $E(0; 3)$  và  $F\left(3; -\frac{12}{5}\right)$
- b) Đi qua 2 điểm  $M(4; -\sqrt{3})$  và  $N(2\sqrt{2}; 3)$
- c) Đi qua 2 điểm  $A(2; 1)$  và  $B\left(\sqrt{5}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
- d) Đi qua 2 điểm  $E(3; 0)$  và  $F\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}; 2\right)$

**Bài 4:** Cho (E):  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ . Tìm điểm  $M \in (E)$  sao cho  $MF_1 = 2MF_2$

**Bài 5:** Cho (E):  $7x^2 + 16y^2 = 112$ . Tìm điểm  $M \in (E)$  sao cho M nhìn  $F_1F_2$  dưới một góc vuông

**Bài 6:** Viết PTCT của (E) đi qua điểm  $M\left(\frac{5}{\sqrt{13}}; -\frac{12}{\sqrt{13}}\right)$  và điểm M nhìn 2 tiêu điểm dưới 1 góc vuông.