

c) Viết PTTQ đường trung tuyến AM và đường cao AH của Δ

d) Viết PTTQ đường trung trực của cạnh BC của Δ

Giải: a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (6; 3)$, $\overrightarrow{AC} = (10; -3)$

$$\text{Suy ra: } \cos A = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{6 \cdot 10 + 3 \cdot (-3)}{\sqrt{6^2 + 3^2} \cdot \sqrt{10^2 + (-3)^2}} \approx 0,7282 \Rightarrow \hat{A} \approx 43^\circ 16'$$

b) * Cạnh AB có VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (6; 3) \Rightarrow$ cạnh AB có VTPT là: $\vec{n} = (3; -6)$

$$\text{Suy ra: cạnh AB: } \begin{cases} \text{đi qua điểm A}(-4; 1) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = (3; -6) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{PTTQ của cạnh AB là: } 3(x + 4) - 6(y - 1) = 0 \text{ hay } 3x - 6y + 18 = 0$$

* Cạnh BC có VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{BC} = (4; -6) \Rightarrow$ cạnh BC có VTPT là: $\vec{n} = (6; 4)$

$$\text{Suy ra: cạnh BC: } \begin{cases} \text{đi qua điểm B}(2; 4) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = (6; 4) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{PTTQ của cạnh BC là: } 6(x - 2) + 4(y - 4) = 0 \text{ hay } 6x + 4y - 28 = 0 \text{ hay } 3x + 2y - 14 = 0$$

c) * M là trung điểm của BC $\Rightarrow M(4; 1)$

Trung tuyến AM có VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{AM} = (8; 0) \Rightarrow$ t. tuyến AM có VTPT là: $\vec{n} = (0; 8)$

$$\text{Suy ra: trung tuyến AM: } \begin{cases} \text{đi qua điểm A}(-4; 1) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = (0; 8) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{PTTQ của t. tuyến AM là: } 0(x + 4) + 8(y - 1) = 0 \text{ hay } 8y - 8 = 0 \text{ hay } y - 1 = 0$$

* Đường cao AH vuông góc với BC nên đ. cao AH có VTPT $\vec{n} = \overrightarrow{BC} = (4; -6)$

$$\text{Suy ra: đường cao AH: } \begin{cases} \text{đi qua điểm A}(-4; 1) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = (4; -6) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{PTTQ của đường cao AH là: } 4(x + 4) - 6(y - 1) = 0 \text{ hay } 4x - 6y + 22 = 0$$

d) Gọi M là trung điểm của BC $\Rightarrow M(4; 1)$

Đường trung trực của BC thì vuông góc với BC nên đ.t. trực của BC có VTPT là: $\vec{n} = (4; -6)$

$$\text{Suy ra: đường trung trực của BC: } \begin{cases} \text{đi qua điểm M}(4; 1) \\ \text{có VTPT } \vec{n} = (4; -6) \end{cases}$$

\Rightarrow PTTQ của đường t. trực của BC là: $4(x - 4) - 6(y - 1) = 0$ hay $4x - 6y - 10 = 0$

Bài tập 7: Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng sau:

a) d: $4x + 5y - 6 = 0$ và d': $\begin{cases} x = -6 + 5t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$ b) $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ và $\Delta': 2x + 4y - 10 = 0$

c) d: $x + y - 2 = 0$ và d': $2x + y - 3 = 0$

Giải: a) PTTQ của đt d' là: $\frac{x+6}{5} = \frac{y-2}{-4} \Rightarrow -4x - 5y - 14 = 0$

Ta thấy: $\frac{4}{-4} = \frac{5}{-5} \neq \frac{-6}{-14}$. Vậy: Hai đt d và d' song song với nhau

b) PTTQ của đt Δ là: $\frac{x-1}{-4} = \frac{y-2}{2} \Rightarrow 2x + 4y - 10 = 0$

Ta thấy: $\frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{-10}{-10}$. Vậy: Hai đt Δ và Δ' trùng nhau

c) Ta thấy: $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{1}$. Vậy: Hai đt d và d' cắt nhau

Ta có: $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$. Vậy: Tọa độ giao điểm của d và d' là: M(1; 1)

Bài tập 8: Tìm số đo của góc giữa hai đt sau:

a) $d_1: x - 2y + 5 = 0$ và $d_2: 3x - y = 0$

b) $\Delta_1: 2x + 3y - 1 = 0$ và $\Delta_2: 3x - 5y + 2 = 0$

Giải: a) VTPT của 2 đt d_1 và d_2 lần lượt là: $\vec{n}_1 = (1; -2)$ và $\vec{n}_2 = (3; -1)$

Gọi φ là góc giữa hai đt d_1 và d_2 , ta có:

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1 \cdot 3 + (-2) \cdot (-1)|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi = 45^\circ$$

b) VTPT của 2 đt Δ_1 và Δ_2 lần lượt là: $\vec{n}_1 = (2; 3)$ và $\vec{n}_2 = (3; -5)$

Gọi φ là góc giữa hai đt Δ_1 và Δ_2 , ta có:

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|2 \cdot 3 + 3 \cdot (-5)|}{\sqrt{2^2 + 3^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-5)^2}} \approx 0,4281 \Rightarrow \varphi = 64^\circ 39'$$

Bài tập 9: Tính khoảng cách từ điểm đến đường thẳng được cho tương ứng như sau:

a) d: $4x + 3y + 1 = 0$ và $A(-3; 5)$

b) $\Delta: -2x + 5y - 1 = 0$ và $B(1; -2)$

Giải: a) Ta có: $d(A, d) = \frac{|4 \cdot (-3) + 3 \cdot 5 + 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{4}{5}$

b) $d(B, \Delta) = \frac{|-2 \cdot 1 + 5 \cdot (-2)|}{\sqrt{(-2)^2 + 5^2}} = \frac{12\sqrt{29}}{29}$

Bài tập 10: Cho PPTS của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = -1 + 2t \end{cases}$

a) Tìm điểm M nằm trên Δ và cách điểm $A(10; -7)$ một khoảng bằng 10.

b) Tìm điểm N trên Δ sao cho AN ngắn nhất

c) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng Δ và đường thẳng d: $x - 3y + 5 = 0$

Giải: a) Ta có: $M \in \Delta \Rightarrow M(3t + 1; -1 + 2t)$ và $\overline{AM} = (3t - 9; 2t + 6)$

Mà: $AM = 10 \Leftrightarrow AM^2 = 100 \Leftrightarrow (3t - 9)^2 + (2t + 6)^2 = 100$

$$\Leftrightarrow 9t^2 - 54t + 81 + 4t^2 + 24t + 36 = 100 \Leftrightarrow 13t^2 - 30t + 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{17}{13} \end{cases}$$

Vậy: $M_1(4; 1), M_2(\frac{64}{13}; \frac{21}{13})$

b) Ta có: $N \in \Delta \Rightarrow N(3t + 1; -1 + 2t)$ và $\overline{AN} = (3t - 9; 2t + 6)$; VTCP của đt Δ là: $\vec{u} = (3; 2)$

Để AN ngắn nhất $\Leftrightarrow \overline{AN} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overline{AN} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 3(3t - 9) + 2(2t + 6) = 0$

$$\Leftrightarrow 9t - 27 + 4t + 12 = 0 \Leftrightarrow 13t = 15 \Leftrightarrow t = \frac{15}{13}. \text{ Vậy: } N(\frac{58}{13}; \frac{17}{13})$$

c) PTTQ của đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} \Leftrightarrow 2x - 3y - 5 = 0$

Ta có:
$$\begin{cases} 2x - 3y - 5 = 0 \\ x - 3y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x - 3y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy: Tọa độ giao điểm của Δ và d là: $M(10; 5)$

Bài tập 11: Cho 2 đt $d_1: (m - 2)x + 3y + 1 = 0$ và $d_2: 4x - (2m - 3)y - 5 = 0$. Định m để hai đt d_1 và d_2 vuông góc với nhau

Giải: Ta có: VTPT của 2 đt d_1 và d_2 lần lượt là: $\vec{n}_1 = (m - 2; 3)$ và $\vec{n}_2 = (4; -2m + 3)$

Đề 2 $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 4(m - 2) + 3(-2m + 3) = 0 \Leftrightarrow -2m = -1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$

Bài tập 12: Tìm bán kính của đường tròn tâm $E(5; -7)$ tiếp xúc với đường thẳng

$\Delta: 12x - 5y + 3 = 0$

Giải: Bán kính R của đường tròn là:

$$R = d(E, \Delta) = \frac{|12 \cdot 5 - 5 \cdot (-7)|}{\sqrt{12^2 + (-5)^2}} = \frac{95}{13}$$

III: BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài tập 1: Lập PTTS, PTTQ của đt d , biết:

- d đi qua $M(2; 1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (3; 4)$
- d đi qua điểm $M(-2; 3)$ và có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (4; -2)$
- Đi qua điểm $B(-5; -8)$ và có hệ số góc $k = -3$
- d đi qua 2 điểm $A(7; 4)$ và $B(3; -2)$

Bài tập 2: Lập PTTQ của đt Δ , biết:

- Δ đi qua điểm $A(5; -3)$ và có VTPT $\vec{n} = (12; -7)$
- Δ đi qua điểm $B(-6; 2)$ và có VTCP $\vec{u} = (-1; 4)$
- Δ đi qua điểm $D(7; 9)$ và có hệ số góc $k = -\frac{1}{2}$
- Δ đi qua 2 điểm $M(-2; -7)$ và $N(11; -3)$

Bài tập 3: Lập PTTS và PTTQ của đt Δ , biết:

- a) Δ đi qua điểm $A(-5; 7)$ và song song với đường thẳng $d: 4x + y - 6 = 0$
- b) Δ đi qua điểm $B(2; -12)$ và vuông góc với đường thẳng $d: -5x + 3y + 2 = 0$
- c) Δ đi qua điểm $C(-5; 3)$ và song song với đt $d: \begin{cases} x = -2 + 7t \\ y = 1 - t \end{cases}$
- d) Δ đi qua điểm $D(4; -1)$ và vuông góc với đt $d: \begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = 8 + 5t \end{cases}$

Bài tập 4: Lập PTTQ của đt Δ , biết:

- a) Δ đi qua điểm $M(2; -3)$ và song song với đường thẳng $d: 2x - 5y + 7 = 0$
- b) Δ đi qua điểm $N(-5; -1)$ và vuông góc với đường thẳng $d: -3x + 6y - 7 = 0$
- c) Δ đi qua điểm $E(7; 3)$ và song song với đt $d: \begin{cases} x = 3 + 9t \\ y = -1 - 2t \end{cases}$
- d) Δ đi qua điểm $F(-13; 8)$ và vuông góc với đt $d: \begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = 6 + 5t \end{cases}$

Bài tập 5: Lập PT của đt d , biết:

- a) d đi qua 2 điểm $A(-5; 0)$ và $B(0; 6)$
- b) d đi qua 2 điểm $M(3; 0)$ và $N(0; -8)$

Bài tập 6: Cho ΔABC có $A(6; -2)$, $B(4; -10)$, $C(3; 1)$

- a) Tính $\cos B$, từ đó suy ra số đo góc B của Δ
- b) Viết PTTQ của các cạnh AB , BC , AC của Δ
- c) Viết PTTQ đường trung tuyến CM và đường cao BH của Δ
- d) Viết PTTQ đường trung trực của cạnh AB của Δ

Bài tập 7: Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng sau:

- a) $d: 4x - 10y + 1 = 0$ và $d': x + y + 2 = 0$
- b) $\Delta: 12x - 6y + 10 = 0$ và $\Delta': \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$
- c) $d: 8x + 10y - 12 = 0$ và $d': \begin{cases} x = -6 + 5t \\ y = 6 - 4t \end{cases}$

Bài tập 8: Tìm số đo của góc giữa hai đt sau:

a) $d_1: 4x - 2y + 6 = 0$ và $d_2: x - 3y + 1 = 0$

b) $\Delta_1: x + 2y + 4 = 0$ và $\Delta_2: 2x - y + 6 = 0$

Bài tập 9: Tính khoảng cách từ điểm đến đường thẳng được cho tương ứng như sau:

a) $d: 4x + 3y + 1 = 0$ và $A(3; 5)$

b) $\Delta: 3x - 4y - 26 = 0$ và $B(1; -2)$

c) $m: 3x + 4y - 11 = 0$ và $C(1; 2)$

Bài tập 10: Cho PTTS của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

a) Tìm điểm M nằm trên Δ và cách điểm $A(0; 1)$ một khoảng bằng 5

b) Tìm điểm N trên Δ sao cho AN ngắn nhất

c) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng Δ và đường thẳng $d: x + y + 1 = 0$

Bài tập 11: Cho 2 đt $d_1: 5x - 2(m + 4)y + 1 = 0$ và $d_2: (3m - 1)x - 6y - 7 = 0$. Định m để hai đt d_1 và d_2 vuông góc với nhau

Bài tập 12: Tìm bán kính của đường tròn tâm $C(-2; -2)$ tiếp xúc với đường thẳng

$\Delta: 5x + 12y - 10 = 0$