

BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG I

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72}$ b) $(\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{84}$
 c) $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120}$ d) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{4}{5}\sqrt{200}\right) : \frac{1}{8}$

Bài 2. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ b) $\frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ c) $\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} - \frac{2}{3+\sqrt{3}}$

Bài 3. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $2\sqrt{2}(\sqrt{3}-2) + (1+2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 9$ b) $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{6}$
 c) $\sqrt{\frac{4}{(2-\sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2+\sqrt{5})^2}} = 8$ d) $\sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt{11+6\sqrt{2}} = 6$

Bài 4. So sánh (không dùng bảng số hay máy tính bỏ túi):

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ và $\sqrt{10}$ b) $\sqrt{2003} + \sqrt{2005}$ và $2\sqrt{2004}$ c) $\sqrt{5\sqrt{3}}$ và $\sqrt{3\sqrt{5}}$

Bài 5. Cho biểu thức: $A = \frac{2x}{x+3} - \frac{x+1}{3-x} - \frac{3-11x}{x^2-9}$ với $x \neq \pm 3$.

a) Rút gọn biểu thức A. b) Tìm x để $A < 2$. c) Tìm x nguyên để A nguyên.

Bài 6. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2-4x-1}{x^2-1}\right) \cdot \frac{x+2003}{x}$.

a) Tìm điều kiện để biểu thức A có nghĩa.
 b) Rút gọn A.
 c) Tìm x nguyên để A nhận giá trị nguyên.

Bài 7. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$A = \frac{1}{x - \sqrt{x+1}}$$

Bài 8. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \sqrt{1-6x+9x^2} + \sqrt{9x^2-12x+4}$$

Bài 9. Tìm x nguyên để biểu thức sau nhận giá trị nguyên:

$$A = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}}$$

Bài 10. Cho biểu thức: $Q = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$.

- a) Rút gọn Q. b) Tìm số nguyên x để Q có giá trị nguyên.

Bài 11. Cho biểu thức $M = \left(\frac{1}{a-\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1}$ với $a > 0, a \neq 1$.

- a) Rút gọn biểu thức M. b) So sánh giá trị của M với 1.

Bài 12. Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}} - \frac{x-3}{\sqrt{x-1}-\sqrt{2}} \right) \left(\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+\sqrt{2}}{\sqrt{2x-x}} \right)$.

- a) Tìm điều kiện để P có nghĩa. b) Rút gọn biểu thức P.
c) Tính giá trị của P với $x = 3 - 2\sqrt{2}$.

Bài 13. Cho biểu thức: $B = \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left(\frac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

- a) Rút gọn B. b) Tìm x để B = 3.

Bài 14. Cho biểu thức: $A = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right] : \frac{\sqrt{x^3} + y\sqrt{x} + x\sqrt{y} + \sqrt{y^3}}{\sqrt{x^3y} + \sqrt{xy^3}}$

với $x > 0, y > 0$.

- a) Rút gọn A.
b) Biết $xy = 16$. Tìm các giá trị của x, y để A có giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị đó.

Bài 15. Cho biểu thức: $P = \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{x}{\sqrt{x}-x}$.

- a) Rút gọn P. b) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

ĐÁP SỐ:

Bài 1:

a) $15\sqrt{2} - \sqrt{5}$ b) 21 c) 11 d) $54\sqrt{2}$

Bài 2:

a) $-\sqrt{3}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$

Bài 3:

Biến đổi VT thành VP.

Bài 4:

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{10}$ b) $\sqrt{2003} + \sqrt{2005} < 2\sqrt{2004}$ c) $\sqrt{5\sqrt{3}} > \sqrt{3\sqrt{5}}$

Bài 5:

a) $A = \frac{3x}{x-3}$ b) $-6 < x < 3; x \neq -3$ c) $x \in \{-6; 0; 2; 4; 6; 12\}$.

Bài 6:

a) $x \neq 0; x \neq \pm 1$ b) $A = \frac{x+2003}{x}$ c) $x \in \{-2003; 2003\}$.

Bài 7:

$\max A = \frac{4}{3}$ khi $x = \frac{1}{4}$.

Bài 8:

Sử dụng tính chất $|a|+|b| \geq |a+b|$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow ab \geq 0$. $\min A = 1$ khi $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}$.

Bài 9:

$x \in \{49; 25; 1; 16; 4\}$. Chú ý: $A = 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-3}$. Để $A \in \mathbb{Z}$ thì $\sqrt{x} \in \mathbb{Z}$ và $\sqrt{x}-3$ là ước của 4.

Bài 10:

a) $Q = \frac{2}{x-1}$ b) $x \in \{2; 3\}$.

Bài 11:

a) $M = \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{a}}$ b) $M < 1$.

Bài 12:

a) $x \geq 1; x \neq 2; x \neq 3$ b) $P = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ c) $P = \sqrt{2} + 1$.

Bài 13:

a) $B = \sqrt{x}-1$ b) $x = 16$.

Bài 14:

a) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{xy}}$ b) $\min A = 1 \Leftrightarrow x = y = 4$.

Bài 15:

a) $P = \frac{x+1}{1-x}$ b) $P = -3 - 2\sqrt{2}$.

CHƯƠNG II: HÀM SỐ BẬC NHẤT

I. KHÁI NIỆM HÀM SỐ

1. Khái niệm hàm số

· Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x , ta luôn xác định được một và chỉ một giá trị tương ứng của y thì y là **hàm số** của x , x là **biến số**.

Ta viết: $y = f(x), y = g(x), \dots$

· Giá trị của $f(x)$ tại x_0 kí hiệu là $f(x_0)$.

· Tập xác định D của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp các giá trị của x sao cho $f(x)$ có nghĩa.

· Khi x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị không đổi thì hàm số y là **hàm hằng**.

2. Đồ thị của hàm số

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy sao cho x, y thỏa mãn hệ thức $y = f(x)$.

3. Hàm số đồng biến, nghịch biến

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập R .

a) $y = f(x)$ **đồng biến** trên $R \hat{U}$ ($\forall x_1, x_2 \in R: x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$)

b) $y = f(x)$ **nghịch biến** trên $R \hat{U}$ ($\forall x_1, x_2 \in R: x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$)

Bài 1. Cho hai hàm số $f(x) = x^2$ và $g(x) = 3 - x$.

a) Tính $f(-3), f\left(-\frac{1}{2}\right), f(0), g(1), g(2), g(3)$.

b) Xác định a để $2f(a) = g(a)$.

ĐS: b) $a = 1; a = -\frac{3}{2}$.

Bài 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$.

a) Tìm tập xác định của hàm số.

b) Tính $f(4 - 2\sqrt{3})$ và $f(a^2)$ với $a < -1$.

c) Tìm x nguyên để $f(x)$ là số nguyên.

d) Tìm x sao cho $f(x) = f(x^2)$.

ĐS: a) $x \geq 0, x \neq 1$ b) $f(4 - 2\sqrt{3}) = -(3 + 2\sqrt{3}), f(a^2) = \frac{a-1}{a+1}$ c) $x \in \{0; 4; 9\}$ d) $x = 0$

Bài 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{|x+1| + |x-1|}{|x+1| - |x-1|}$.

a) Tìm tập xác định D của hàm số.

b) Chứng minh rằng $f(-x) = -f(x), \forall x \in D$.

ĐS: a) $D = R \setminus \{0\}$

Bài 4. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$

b) $y = \frac{x-1}{(x+1)(x-3)}$

c) $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$

$$d) y = \frac{3\sqrt{x-1}}{|x|-2}$$

$$e) y = \sqrt{x-5} - \sqrt{x+3}$$

$$f) y = \sqrt{x+2} + \sqrt{2-x}$$

$$ĐS: a) x \in \mathbb{R} \quad b) x \neq -1; x \neq 3 \quad c) x \in \mathbb{R} \quad d) x \geq 1; x \neq 2 \quad e) x \geq 5 \quad f) |x| \leq 2$$

Bài 5. Chứng tỏ rằng hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$ nghịch biến trong khoảng $(-\infty; 2)$ và đồng biến trong khoảng $(2; +\infty)$.

HD: Xét $f(x_1) - f(x_2)$.

Bài 6. Chứng tỏ rằng hàm số $y = f(x) = x^3$ luôn luôn đồng biến.

HD: Xét $f(x_1) - f(x_2)$.

Bài 7. Chứng tỏ rằng hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ nghịch biến trong từng khoảng xác định của nó.

HD: Xét $f(x_1) - f(x_2)$.

Bài 8. Chứng tỏ rằng hàm số $y = f(x) = \sqrt{3-x} + 2\sqrt{2-x}$ nghịch biến trong khoảng xác định của nó.

HD: $y = f(x) = \sqrt{2-x} + 1$. Xét $f(x_1) - f(x_2)$.

Bài 9. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = -x^3 + x^2 - x + 6$ trên đoạn $[0; 2]$.

HD: Xét $f(x_1) - f(x_2)$ Chứng tỏ hàm số luôn nghịch biến trên \mathbb{R} $\Rightarrow f(2) \leq f(x) \leq f(0)$.

Bài 10. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{x-2}{x+1}$ trong đoạn $[-3; -2]$.

HD: Xét $f(x_1) - f(x_2)$ Chứng tỏ hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó $\Rightarrow f(-3) \leq f(x) \leq f(-2)$

Bài 11. Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = -\frac{2}{3}x$; $y = -\frac{2}{3}x + 1$ trên cùng một hệ trục tọa độ. Có nhận xét gì về hai đồ thị này.

HD: Hai đồ thị song song với nhau, cách nhau 1 đơn vị.

Bài 12. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{x}$.

a) Chứng minh rằng hàm số đồng biến.

b) Trong các điểm $A(4; 2)$, $B(2; 1)$, $C(9; 3)$, $D(8; 2\sqrt{2})$, điểm nào thuộc và điểm nào không thuộc đồ thị của hàm số.

HD: a, Xét $f(x_1) - f(x_2)$

b, Các điểm thuộc đồ thị là: A; C; D.

II. HÀM SỐ BẬC NHẤT

1. Khái niệm hàm số bậc nhất

Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$ với $a \neq 0$.

2. Tính chất

Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ xác định với mọi x thuộc R và có tính chất sau:

a) Đồng biến trên R nếu $a > 0$ b) Nghịch biến trên R nếu $a < 0$.

3. Đồ thị

• Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng:

– Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b .

– Song song với đường thẳng $y = ax$ nếu $b \neq 0$; trùng với đường thẳng $y = ax$ nếu $b = 0$.

• Cách vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$):

– Khi $b = 0$ thì $y = ax$. Đồ thị của hàm số $y = ax$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$ và điểm $A(1; a)$.

– Nếu $b \neq 0$ thì đồ thị $y = ax + b$ là đường thẳng đi qua các điểm $A(0; b)$, $B\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$.

4. Đường thẳng song song và đường thẳng cắt nhau

Cho hai đường thẳng $(d): y = ax + b$ và $(d'): y = a'x + b'$ ($aa' \neq 0$):

• $(d) \parallel (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$ • $(d) \equiv (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$ • (d) cắt (d') $\Leftrightarrow a \neq a'$

• $(d) \perp (d') \Leftrightarrow a \cdot a' = -1$

5. Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

• Đường thẳng $y = ax + b$ có hệ số góc là a .

• Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) với tia Ox :

+ $\alpha < 90^\circ$ thì $a > 0$ + $\alpha > 90^\circ$ thì $a < 0$.

• Các đường thẳng có cùng hệ số góc thì tạo với trục Ox các góc bằng nhau.

• Hệ số góc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ là:

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Dạng 1: Kiểm tra đồ thị hàm số có phải là hàm số bậc nhất không? đồng biến hay nghịch biến?

– Đồ thị $y = ax + b$ là bậc nhất nếu $a \neq 0$, đồng biến nếu $a > 0$; nghịch biến nếu $a < 0$

Bài 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất? Với các hàm số bậc nhất, hãy cho biết hàm số đó đồng biến hay nghịch biến?

a) $y = 5 - 2x$

b) $y = x\sqrt{2} - 1$

c) $y = 2(x + 1) - 2x$

Truy cập Website hoc360.net – Tải tài liệu học tập miễn phí

d) $y = 3(x-1) - x$

e) $y = -\frac{2}{3}x$

f) $y = x + \frac{1}{x}$

ĐS:

Các hàm số bậc nhất là: a, b, d, e ,

Với: a , nghịch biến b , đồng biến d , đồng biến e , nghịch biến

Bài 2. Cho hàm số $y = (3 - \sqrt{2})x + 2$.

a) Hàm số trên là đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ?

b) Tính các giá trị tương ứng của y khi x nhận các giá trị sau: $0; 1; 3 + \sqrt{2}; 3 - \sqrt{2}$.

c) Tính các giá trị tương ứng của x khi y nhận các giá trị sau: $0; 1; 5 + \sqrt{2}; 5 - \sqrt{2}$.

ĐS:

a , Đồng biến

b , $y = \{2; 5 - \sqrt{2}; 9; 13 - 6\sqrt{2}\}$

Dạng 2: Vẽ đồ thị hàm số, tìm giao điểm của hai đồ thị.

1. Để vẽ đồ thị hàm số, ta tìm hai điểm mà đồ thị hàm số đi qua rồi nối chúng lại (thường tìm giao với hai trục tọa độ).

Vẽ đồ thị hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối.

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$:

Cách 1: Dùng quy tắc phá dấu giá trị tuyệt đối rồi vẽ.

Cách 2:

- Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x)$

- Giữ nguyên phần đồ thị phía trên trục Ox của $y = f(x)$ ($P1$).

- Lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới trục Ox của $y = f(x)$ lên phía trên Ox ta được $P2$.

- Đồ thị $y = |f(x)|$ là $P1$ và $P2$.

b) Vẽ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$:

- Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x)$

- Lấy đối xứng qua Oy phần đồ thị bên phải Oy của $y = f(x)$.

- Đồ thị $y = f(|x|)$ là phần bên phải và phần lấy đối xứng

2. Để tìm giao điểm đồ thị hàm số $y = f(x)$ với $y = g(x)$. Ta xét phương trình hoành độ giao điểm: $f(x) = g(x)$, tìm được x_0 rồi tính $y_0 = f(x_0)$ suy ra giao điểm $A(x_0, y_0)$.

Dạng 3: Các dạng lập phương trình đường thẳng

a) Lập phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)$

Cách 1: Phương trình đường thẳng là: $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$

Cách 2: giả sử phương trình đường thẳng là $y = a.x + b$ (1)

- Thay tọa độ của $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)$ vào (1) ta được hệ phương trình ta được:

$$\begin{cases} y_1 = a.x_1 + b \\ y_2 = a.x_2 + b \end{cases}$$
 từ hệ phương trình trên tìm được a, b thay vào (1) ta được phương trình đường thẳng.

b) Lập phương trình đường thẳng qua $A(x_1, y_1)$ và có hệ số góc là k

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvatthcs/>

Truy cập Website hoc360.net – Tài liệu học tập miễn phí

- Phương trình đường thẳng là: $y=k(x-x_1) + y_1$

c) Lập phương trình đường thẳng qua $A(x_1, y_1)$ và song song với $y=a.x+b$

- Phương trình đường thẳng có dạng: $y=a.x+c$ (với c chưa biết) thay tọa độ điểm $A(x_1, y_1)$ vào đường thẳng ta được : $y_1 = a.x_1 + c$, từ đó tính được c .

d) Lập phương trình đường thẳng qua $A(x_1, y_1)$ và vuông góc với $y=a.x+b$

- Phương trình đường thẳng có dạng: $y=\frac{-1}{a}.x+c$ (với c chưa biết) thay tọa độ điểm $A(x_1, y_1)$ vào đường thẳng ta được : $y_1 = \frac{-1}{a}.x_1 + c$, từ đó tính được c .

Dạng 4: Khoảng cách

- Khoảng cách từ một điểm $A(x_1, y_1)$ đến đường thẳng $ax+by+c=0$ là:

$$d=\frac{|a.x_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

- Khoảng cách giữa 2 điểm $A(x_1, y_1)$ và $B(x_2, y_2)$ là: $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

- Tọa độ trung điểm của AB là $I(\frac{x_2+x_1}{2}; \frac{y_2+y_1}{2})$

Dạng 5: Phương pháp chung chứng minh hàm số đồng biến, nghịch biến:

- Giả sử $x_1 < x_2$, tính $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$

- Nếu $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} > 0$, hàm số đồng biến

- Nếu $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} < 0$, hàm số nghịch biến

Chú ý: Hàm số $y=ax+b$ đồng biến khi $a>0$, nghịch biến khi $a<0$

Dạng 6: Tìm điểm cố định của $y=f(x,m)$ (chứng minh đồ thị luôn đi qua điểm cố định):

Phương pháp: Đưa phương trình $y=f(x,m)$ về dạng:

$$f(x,m)-y=0 \Leftrightarrow m.f(x)+g(x,y)=0$$

- Gọi $I(x,y)$ là điểm cố định, suy ra $\begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x,y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = ? \\ y = ? \end{cases}$ suy ra điểm cố định I

Dạng 7: Chứng minh 3 điểm trên tọa độ không thẳng hàng(thẳng hàng)

Phương pháp: viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm, thay tọa độ điểm thứ 3 vào, nếu thỏa mãn thì 3 điểm thẳng hàng, nếu không thỏa mãn thì 3 điểm không thẳng hàng.

Dạng 8: Tìm m để 3 đường thẳng đồng quy:

Phương pháp: tìm giao điểm của 2 đường thẳng(2 đường thẳng không chứa m) để 3 đường thẳng đồng quy thì giao điểm đó khi thay vào đường thẳng số 3, từ đó tìm được m ;

Dạng 9: Tìm a để khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d là lớn nhất, nhỏ nhất:

Dạng 10: Tìm a để đồ thị cắt hai trục tọa độ tại A và B sao cho diện tích tam giác $OAB=S$.

Bài 3. Cho các hàm số $y = x$ (d_1), $y = 2x$ (d_2), $y = -x + 3$ (d_3).

a) Vẽ trên cùng một hệ trục các đồ thị $(d_1), (d_2), (d_3)$.

b) Đường thẳng (d_3) cắt các đường thẳng $(d_1), (d_2)$ lần lượt tại A và B. Tính tọa độ các điểm A, B và diện tích tam giác OAB.

$$ĐS: b) A\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right), B(1; 2), S_{OAB} = 0,75.$$

Bài 4. Cho hàm số $y = (a-1)x + a$.

a) Chứng minh rằng đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $A(-1; 1)$ với mọi giá trị của a .

b) Xác định a để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3. Vẽ đồ thị hàm số trong trường hợp này.

c) Xác định a để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2 . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng đó.

$$ĐS: a) \text{ Thay } A(-1; 1) \text{ vào đồ thị} \quad b) a = 3 \quad c) a = 2.$$

Bài 5. Vẽ đồ thị các hàm số:

a) $y = |x|$

b) $y = |2x - 1|$

c) $y = |x - 2| - 1$

Bài 6. Cho hàm số $y = |x - 1| + 2|x|$.

a) Vẽ đồ thị hàm số trên.

b) Dựa vào đồ thị, biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $|x - 1| + 2|x| = m$.

$$ĐS: b) m < 1: \text{ vô nghiệm}; m = 1: 1 \text{ nghiệm}; m > 1: 2 \text{ nghiệm}.$$

Bài 7. Tìm các cặp đường thẳng song song và các cặp đường thẳng cắt nhau trong số các đường thẳng sau:

a) $y = \sqrt{3}x - 1$

b) $y = 2 - x$

c) $y = -0,3x$

d) $y = -0,3x - 1$

e) $y = 3 + \sqrt{3}x$

f) $y = -x + 3$

$$ĐS: a // e; c // d; b // f.$$

Bài 8. Cho hàm số $y = mx - 3$. Xác định m trong mỗi trường hợp sau:

a) Đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = -3x$.

b) Khi $x = 1 + \sqrt{3}$ thì $y = \sqrt{3}$.

$$ĐS: a) m = -3$$

$$b) m = \sqrt{3}.$$

Bài 9. Xác định hàm số $y = ax + b$, biết đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3 .

$$ĐS: y = \frac{5}{3}x + 5.$$

Bài 10. Cho đường thẳng $y = (a+1)x + a$.

a) Xác định a để đường thẳng đi qua gốc tọa độ.

b) Xác định a để đường thẳng song song với đường thẳng $y = (\sqrt{3} + 1)x + 4$.

$$ĐS: a) a = 0$$

$$b) a = \sqrt{3}.$$

Bài 11. Xác định hàm số trong mỗi trường hợp sau, biết đồ thị của nó là đường thẳng đi qua

gốc tọa độ và:

a) Đi qua điểm $A(2;4)$.

b) Có hệ số góc $a = -\sqrt{2}$.

c) Song song với đường thẳng $y = 5x - 1$.

ĐS: a) $y = 2x$ b) $y = -\sqrt{2}x$ c) $y = 5x$.

Bài 12. Viết phương trình đường thẳng qua gốc tọa độ và:

a) đi qua điểm $A(-3; 1)$.

b) có hệ số góc bằng -2 .

c) song song với đường thẳng $y = 2x - 1$.

ĐS: a) $y = -\frac{1}{3}x$ b) $y = -2x$ c) $y = 2x$

Bài 13. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $B(-1; -4)$ và:

a) có hệ số góc bằng $\frac{1}{2}$.

b) song song với đường thẳng $y = -3x + 1$.

c) có hệ số góc bằng k cho trước.

ĐS: a) $y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$ b) $y = -3x - 7$ c) $y = k(x+1) - 4$.

Bài 14. Cho hàm số $y = mx + 3m - 1$.

a) Định m để đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

b) Tìm tọa độ của điểm mà đường thẳng luôn đi qua với mọi m .

ĐS: a) $m = \frac{1}{3}$ b) $A(-3; -1)$.

Bài 15. Cho 2 điểm $A(1; -2)$, $B(-4; 3)$.

a) Tìm hệ số góc của đường thẳng AB . b) Lập phương trình đường thẳng AB .

ĐS: a) $k = -1$ b) $y = -x - 1$.

Bài 16. Cho hai đường thẳng $(d_1) : y = 3x + 4$ và $(d_2) : x - 2y = 0$, một điểm $A(-1; 1)$

a) Xét vị trí tương đối của A với hai đường thẳng

b) Tìm giao điểm (d_1) và (d_2)

c) Tìm M để $(d_3) : (m-1)x + (m-2)y + m + 1 = 0$ đồng quy với (d_1) và (d_2)

Bài 17. Cho hai đường thẳng $(d_1) : y = (\frac{3m}{2} - 1)x + 1 - 2n$ và $(d_2) : y = (m+2)x + n - 3$.

Tìm m, n để $(d_1) // (d_2)$; $(d_1) \perp (d_2)$

Bài 18. Cho hai đường thẳng $(d_1) : y = (k+1)x + 3$ và $(d_2) : y = (3-2k)x + 1$.

Tìm k để $(d_1) // (d_2)$, (d_1) cắt (d_2) , $(d_1) \perp (d_2)$

Bài 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(2;5)$; $B(-1;-1)$ và $C(4;9)$

Truy cập Website hoc360.net – Tải tài liệu học tập miễn phí

- a) Viết pt đường thẳng BC rồi suy ra ba điểm A,B,C thẳng hàng
- b) Chứng minh ba đường thẳng BC ; $3x - y - 1 = 0$ và $x - 2y + 8 = 0$ đồng quy

Bài 20. Cho đường thẳng $(d_1) : y = mx - 3$ và $(d_2) : y = 2mx + 1 - m$

- a) Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ (d_1) và (d_2) với $m = 1$. Tìm tọa độ giao điểm B của chúng?
- b) Viết pt đường thẳng đi qua O và \perp với (d_1) tại A . Xác định tọa độ điểm A và tính diện tích tam giác AOB
- c) Chứng tỏ (d_1) và (d_2) đều đi qua một điểm cố định . Tìm điểm cố định đó

Bài 21. Cho hai đường thẳng $(d) : mx - y = 2$ và $(d') : (2 - m)x + y = m$

- a) Tìm giao điểm của (d) và (d') với $m = 2$
- b) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định B và (d') luôn đi qua một điểm cố định C
- c) Tìm m để giao điểm A của hai đường thẳng trên thỏa mãn điều kiện là góc BAC vuông

Bài 22. Cho hàm số : $y = (m-2)x + n$ (d) Tìm giá trị của m và n để đồ thị (d) của hàm số :

- a) Đi qua hai điểm A(-1;2) và B(3;-4)
- b) Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $1 - \sqrt{2}$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $2 + \sqrt{2}$.
- c) Cắt đường thẳng $-2y + x - 3 = 0$
- d) Song song với đường thẳng $3x + 2y = 1$

Bài 23. Cho đường thẳng $(d) y = \frac{3}{4}x - 3$

- a) Vẽ (d)
- b) Tính diện tích tam giác được tạo thành giữa (d) và hai trục tọa độ
- c) Tính khoảng cách từ gốc O đến (d)

Bài 24. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng :

$$(d) y = (m - 1)x + 2 \quad (d') y = 3x - 1$$

- a) Song song với nhau
- c) Cắt nhau
- c) Vuông góc với nhau

Bài 25. Tìm giá trị của a để ba đường thẳng : $(d_1)y = 2x - 5$ $(d_2)y = x + 2$ $(d_3)y = a.x - 12$ đồng quy tại một điểm trong mặt phẳng tọa độ

Bài 26. Cho A(2;-1); B(-3;-2)

1. Tìm phương trình đường thẳng qua A và B.
2. Tìm phương trình đường thẳng qua C(3;0) và song song với AB.

Bài 27. Cho hàm số $y = (m - 2)x + m + 3$.

- 1) Tìm điều kiện của m để hàm số luôn nghịch biến.

2) Tìm m để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.

3) Tìm m để đồ thị của hàm số trên và các đồ thị của các hàm số $y = -x + 2$; $y = 2x - 1$ đồng quy.

Bài 28. Cho hàm số $y = (m - 1)x + m + 3$.

1) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số song song với đồ thị hàm số $y = -2x + 1$.

2) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số đi qua điểm (1 ; -4).

3) Tìm điểm cố định mà đồ thị của hàm số luôn đi qua với mọi m.

4) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số tạo với trục tung và trục hoành một tam giác có diện tích bằng 1 (đvdt).

Bài 29. Cho hai điểm A(1 ; 1), B(2 ; -1).

1) Viết phương trình đường thẳng AB.

2) Tìm các giá trị của m để đt $y = (m^2 - 3m)x + m^2 - 2m + 2$ song song với đt AB đồng thời đi qua điểm C(0 ; 2).

Bài 30. Cho hàm số $y = (2m - 1)x + m - 3$

1) Tìm m để đồ thị của hàm số đi qua điểm (2; 5)

2) Chứng minh rằng đồ thị của hàm số luôn đi qua một điểm cố định với mọi m. Tìm điểm cố định ấy.

3) Tìm m để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = \sqrt{2} - 1$.

Bài 31. Cho hàm số $y = f(x) = -\frac{1}{2}x^2$.

1) Với giá trị nào của x hàm số trên nhận các giá trị : 0 ; -8 ; $-\frac{1}{9}$; 2.

2) A và B là hai điểm trên đồ thị hàm số có hoành độ lần lượt là -2 và 1. Viết pt đường thẳng đi qua A và B.

Bài 32. Cho hàm số : $y = x + m$ (D) Tìm các giá trị của m để đường thẳng (D) :

a) Đi qua điểm A(1; 2003).

b) Song song với đường thẳng $x - y + 3 = 0$.

c) Tiếp xúc với parabol $y = -\frac{1}{4}x^2$.

Bài 33. a) Tìm các giá trị của a , b biết rằng đồ thị của hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm

$$A(2 ; -1) \text{ và } B\left(\frac{1}{2}; 2\right)$$

b) Với giá trị nào của m thì đồ thị của các hàm số $y = mx + 3$; $y = 3x - 7$ và đồ thị của hàm số xác định ở câu (a) đồng quy .

Bài 34. Cho hàm số $y = (m - 2)x + m + 3$.

- Tìm điều kiện của m để hàm số luôn nghịch biến.
- Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3.
- Tìm m để đồ thị các hàm số $y = -x + 2$; $y = 2x - 1$ và $y = (m - 2)x + m + 3$ đồng quy.

Bài 35. Cho hai đường thẳng $y = 2x + m - 1$ và $y = x + 2m$.

- Tìm giao điểm của hai đường thẳng nói trên.
- Tìm tập hợp các giao điểm đó.

Bài 36. Cho hàm số: $y = (2m + 1)x - m + 3$ (1)

- Tìm m biết đồ thị hàm số (1) đi qua điểm $A(-2; 3)$.
- Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua với mọi giá trị của m .

Bài 37. Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm $A(3; 0)$ và đường thẳng $x - 2y = -2$.

- Vẽ đồ thị của đường thẳng. Gọi giao điểm của đường thẳng với trục tung và trục hoành là B và E .
- Viết phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với đường thẳng $x - 2y = -2$.
- Tìm tọa độ giao điểm C của hai đường thẳng đó. Chứng minh rằng $EO \cdot EA = EB \cdot EC$ và tính diện tích của tứ giác $OACB$.

Bài 38. Trong hệ trục tọa độ Oxy cho hàm số $y = 3x + m$ (*)

- Tính giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua: a) $A(-1; 3)$; b) $B(-2; 5)$
- Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -3 .
- Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là -5 .

Bài 39. Cho đường thẳng d có phương trình $y = ax + b$. Biết rằng đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 và song song với đường thẳng $y = -2x + 2003$.

- Tìm a và b .
- Tìm tọa độ các điểm chung (nếu có) của d và parabol $y = \frac{-1}{2}x^2$

Bài 40. Cho hàm số $y = (m - 1)x + m$ (d)

- Xác định giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2004.
- Với giá trị nào của m thì góc α tạo bởi đường thẳng (d) với tia Ox là góc tù?

Bài 41. Với giá trị nào của k , đường thẳng $y = kx + 1$:

- Đi qua điểm $A(-1; 2)$?
- Song song với đường thẳng $y = 5x$?

BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG II

Bài 1. Cho hai hàm số: $y = x$ và $y = 3x$.

- Vẽ đồ thị của hai hàm số đó trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy .
- Đường thẳng song song với trục Ox , cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng 6, cắt các đồ thị trên lần lượt ở A và B . Tìm tọa độ các điểm A và B . Tính chu vi và diện tích tam giác OAB .

ĐS: b) $A(6;6), B(2;6); AB = 4, OA = 6\sqrt{2}, OB = 2\sqrt{10}$.

Bài 2. Cho hai hàm số $y = -2x$ và $y = \frac{1}{2}x$.

- Vẽ đồ thị của hai hàm số đó trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy .
- Qua điểm $(0; 2)$ vẽ đường thẳng song song với trục Ox , cắt các đồ thị trên lần lượt tại A và B . Chứng minh tam giác AOB là tam giác vuông và tính diện tích của tam giác đó.

ĐS:

Bài 3. Cho hàm số: $y = (m + 4)x - m + 6$ (d).

- Tìm các giá trị của m để hàm số đồng biến, nghịch biến.
- Tìm các giá trị của m , biết rằng đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-1; 2)$. Vẽ đồ thị của hàm số với giá trị tìm được của m .
- Chứng minh rằng khi m thay đổi thì các đường thẳng (d) luôn luôn đi qua một điểm cố định.

ĐS: b) $m = 0$ c) $(1; 10)$.

Bài 4. Cho hàm số: $y = (3m - 2)x - 2m$.

- Xác định m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.
- Xác định m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.
- Xác định tọa độ giao điểm của hai đồ thị ứng với giá trị của m tìm được ở câu a, câu b.

ĐS:

Bài 5. Cho ba đường thẳng $(d_1): y = -x + 1$, $(d_2): y = x + 1$ và $(d_3): y = -1$.

- Vẽ ba đường thẳng đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy .
- Gọi giao điểm của hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ là A , giao điểm của đường thẳng (d_3) với hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ theo thứ tự là B và C . Tìm tọa độ các điểm A, B, C .
- Tam giác ABC là tam giác gì? Tính diện tích tam giác ABC .

ĐS:

Bài 6. Cho các hàm số sau: $(d_1): y = -x - 5$; $(d_2): y = \frac{1}{4}x$; $(d_3): y = 4x$.

- Vẽ đồ thị của các hàm số đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy .
- Gọi giao điểm của đường thẳng (d_1) với đường thẳng (d_2) và (d_3) lần lượt là A và B . Tìm tọa độ các điểm A, B .
- Tam giác AOB là tam giác gì? Vì sao? Tính diện tích tam giác AOB .

ĐS:

Bài 7. Cho hàm số: $(d_1): y = 2x + 2$, $(d_2): y = -\frac{1}{2}x - 2$.

- Vẽ đồ thị của hai hàm số đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy.
- Gọi giao điểm của đường thẳng (d_1) với trục Oy là A, giao điểm của đường thẳng (d_2) với trục Ox là B, còn giao điểm của đường thẳng $(d_1), (d_2)$ là C. Tam giác ABC là tam giác gì? Tìm tọa độ các điểm A, B, C.
- Tính diện tích tam giác ABC.

ĐS:

Bài 8. Cho hai đường thẳng: $(d_1): y = x + 3$ và $(d_2): y = 3x + 7$.

- Vẽ đồ thị của các hàm số đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy.
- Gọi giao điểm của đường thẳng (d_1) và (d_2) với trục Oy lần lượt là A và B. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB.
- Gọi J là giao điểm của hai đường thẳng (d_1) và (d_2) . Chứng minh tam giác OIJ là tam giác vuông. Tính diện tích của tam giác đó.

ĐS:

Bài 9. Cho đường thẳng $(d): y = -2x + 3$.

- Xác định tọa độ giao điểm A và B của đường thẳng (d) với hai trục Ox, Oy. Tính khoảng cách từ điểm O(0; 0) đến đường thẳng (d) .
- Tính khoảng cách từ điểm C(0; -2) đến đường thẳng (d) .

ĐS:

Bài 10. Tìm giá trị của k để ba đường thẳng sau đồng quy:

a) $(d_1): y = 2x + 7$, $(d_2): y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$, $(d_3): y = -\frac{2}{k}x - \frac{1}{k}$

ĐS:

Bài 11. Cho hai đường thẳng: $(d_1): y = (m + 1)x - 3$ và $(d_2): y = (2m - 1)x + 4$.

- Chứng minh rằng khi $m = -\frac{1}{2}$ thì hai đường thẳng đã cho vuông góc với nhau.
- Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng đã cho vuông góc với nhau.

ĐS: b) $m = 0; m = -\frac{1}{2}$.

Bài 12. Xác định hàm số $y = ax + b$ trong mỗi trường hợp sau:

- Khi $a = \sqrt{3}$, đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $-\sqrt{3}$.
- Khi $a = -5$, đồ thị hàm số đi qua điểm A(-2; 3).
- Đồ thị hàm số đi qua hai điểm M(1; 3) và N(-2; 6).
- Đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = \sqrt{7}x$ và đi qua điểm $(1; 7 + \sqrt{7})$.

Truy cập Website hoc360.net – Tải tài liệu học tập miễn phí

ĐS: a) $y = \sqrt{3}x - \sqrt{2}$ b) $y = -5x - 7$ c) $y = -x + 4$ d) $y = \sqrt{7}x + 7$.

Bài 13. Cho đường thẳng: $y = 4x$ (d).

- Viết phương trình đường thẳng (d_1) song song với đường thẳng (d) và có tung độ gốc bằng 10.
- Viết phương trình đường thẳng (d_2) vuông góc với đường thẳng (d) và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng -8 .
- Viết phương trình đường thẳng (d_3) song song với đường thẳng (d) cắt trục Ox tại A, cắt trục Oy tại B và diện tích tam giác AOB bằng 8.

ĐS:

Bài 14. Cho hai đường thẳng: $y = (k-3)x - 3k + 3$ (d_1) và $y = (2k+1)x + k + 5$ (d_2). Tìm các giá trị của k để:

- (d_1) và (d_2) cắt nhau.
- (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm trên trục tung.
- (d_1) và (d_2) song song.

ĐS: a) $k \neq -4$ b) $k = -\frac{1}{2}$ c) $k = -4$

Bài 15. Cho hàm số (d): $y = (m+3)x + n$ ($m \neq -3$). Tìm các giá trị của m, n để đường thẳng (d):

- Đi qua các điểm A(1; -3) và B(-2; 3).
- Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $1 - \sqrt{3}$, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $3 + \sqrt{3}$.
- Cắt đường thẳng $3y - x - 4 = 0$.
- Song song với đường thẳng $2x + 5y = -1$.

CHƯƠNG III

HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

1. Khái niệm phương trình bậc nhất hai ẩn

· Phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là hệ thức dạng: $ax + by = c$ (1)

trong đó a, b, c là các số đã biết ($a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$).

· Nếu x_0, y_0 thỏa (1) thì cặp số $(x_0; y_0)$ là một nghiệm của phương trình (1).

· Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, mỗi nghiệm của (1) được biểu diễn bởi một điểm. Nghiệm $(x_0; y_0)$ được biểu diễn bởi điểm $(x_0; y_0)$.

2. Tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn

· Phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$ luôn có vô số nghiệm. Tập nghiệm của nó được biểu diễn bởi đường thẳng $ax + by = c$ (d).

· Nếu $a \neq 0$ và $b \neq 0$ thì đường thẳng (d) là đồ thị của hàm số $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$.

Nếu $a \neq 0$ và $b = 0$ thì phương trình trở thành $ax = c \Leftrightarrow x = \frac{c}{a}$ và đường thẳng (d) song song hoặc trùng với trục tung.

Nếu $a = 0$ và $b \neq 0$ thì phương trình trở thành $by = c \Leftrightarrow y = \frac{c}{b}$ và đường thẳng (d) song song hoặc trùng với trục hoành.

Bài 13. Trong các cặp số $(0; 4)$, $(-1; 3)$, $(1; 1)$, $(2; 3)$, $(4; 6)$, cặp số nào là nghiệm của phương trình:

a) $5x - 3y = 2$

b) $2x + y = 7$

c) $2x - y = 2$

ĐS:

Bài 14. Tìm nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của nó:

a) $3x - y = 1$

b) $x - 2y = 5$

c) $2x - 3y = 5$

d) $3y + x = 2$

e) $4x + 0y = 12$

f) $0x - 3y = 6$

ĐS:

Bài 15. Cho đường thẳng (d) có phương trình: $(m - 1)x + (3m - 4)y = -2m - 5$. Tìm m để:

a) (d) song song với trục hoành.

b) (d) song song với trục tung.

c) (d) đi qua gốc tọa độ.

d) (d) đi qua điểm $A(2; -1)$.

ĐS:

Bài 16. Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình:

a) $2x + y = 0$

b) $3x - 2y = 5$

c) $2x + 5y = 15$

d) $5x - 11y = 4$

e) $7x + 5y = 143$

f) $23x + 53y = 109$

ĐS: a) $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \end{cases} (t \in \mathbb{Z})$

b) $\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = 3t - 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = 5t \\ y = -2t + 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x = 11t + 3 \\ y = 5t + 1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x = 5t + 4 \\ y = -7t + 23 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x = 53t - 16 \\ y = -23t + 9 \end{cases}$

Bài 17. Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình:

a) $11x + 8y = 73$

b) $5x + 7y = 112$

c) $5x + 19y = 674$

d) $2x - 3y = 7$

e) $7x + 13y = 71$

$$ĐS: a) \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases} b) \begin{cases} x=7 \\ y=11 \end{cases}; \begin{cases} x=14 \\ y=6 \end{cases}; \begin{cases} x=21 \\ y=1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x=17 \\ y=31 \end{cases}; \begin{cases} x=36 \\ y=26 \end{cases}; \begin{cases} x=55 \\ y=21 \end{cases}; \begin{cases} x=74 \\ y=16 \end{cases}; \begin{cases} x=93 \\ y=11 \end{cases}; \begin{cases} x=112 \\ y=6 \end{cases}; \begin{cases} x=131 \\ y=1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x=3t+2 \\ y=2t-1 \end{cases} (t \in \mathbb{Z}, t \geq 1) \quad e) \text{ không có nghiệm nguyên dương.}$$

II. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

1. Khái niệm hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Cho hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad (I)$$

· Nếu hai phương trình trên có nghiệm chung $(x_0; y_0)$ thì $(x_0; y_0)$ là **một nghiệm** của hệ (I).

· Nếu hai phương trình trên không có nghiệm chung thì ta nói hệ (I) vô nghiệm.

· Giải hệ phương trình là tìm tập nghiệm của nó.

2. Minh họa hình học tập nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Tập nghiệm của hệ phương trình (I) được biểu diễn bởi tập hợp các điểm chung của hai đường thẳng $(d_1): a_1x + b_1y = c_1$ và $(d_2): a_2x + b_2y = c_2$.

· Nếu (d_1) cắt (d_2) thì hệ (I) có một nghiệm duy nhất.

· Nếu $(d_1) \parallel (d_2)$ thì hệ (I) vô nghiệm.

· Nếu $(d_1) \equiv (d_2)$ thì hệ (I) có vô số nghiệm.

3. Hệ phương trình tương đương

Hai hệ phương trình là tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm.

Bài 1. Đoán nhận số nghiệm của mỗi hệ phương trình sau và giải thích vì sao:

$$a) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x + 0y = 6 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x - y = 4 \\ 0x - y = 2 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

ĐS: a) 1 nghiệm b) 1 nghiệm c) 1 nghiệm d) 1 nghiệm e) vô nghiệm f) vô số nghiệm.

Bài 2. Bằng đồ thị chứng tỏ các hệ phương trình sau luôn có nghiệm duy nhất với bất kì giá trị

nào của a :

a) $\begin{cases} x = a \\ x + y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - y = 3 \\ y = a \end{cases}$

Bài 3. Bằng đồ thị chứng tỏ hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ ax + 2y = 3 \end{cases}$

a) Có nghiệm duy nhất với $a = -2$. b) Vô nghiệm với $a = -6$.

Bài 4. Bằng đồ thị chứng tỏ hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - 2y = a \\ 15x - 10y = 5 \end{cases}$

a) Có vô số nghiệm với $a = 1$. b) Vô nghiệm với $a \neq 1$.

Bài 5. Xác định m để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất:

a) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 2 \\ mx - y = 2m \end{cases}$

ĐS: a) $m = -1$

Bài 6. Xác định a để hai hệ phương trình sau là tương đương:

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x + y = 3 \end{cases}$ và $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 12x + 3y = a \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$ và $\begin{cases} 2ax - 2y = 1 \\ x + ay = 2 \end{cases}$

ĐS: a) $a = 9$ b) $a = -1$

III. GIẢI HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

1. Phương pháp thế

· *Bước 1:* Từ một phương trình của hệ đã cho (coi là PT (1)), ta biểu diễn một ẩn theo ẩn kia, rồi thế vào phương trình thứ hai (PT (2)) để được một phương trình mới (chỉ còn một ẩn).

· *Bước 2:* Dùng phương trình mới ấy để thay thế cho PT (2) trong hệ (PT (1) cũng thường được thay thế bởi hệ thức biểu diễn một ẩn theo ẩn kia).

2. Phương pháp cộng đại số

· *Bước 1:* Cộng hay trừ từng vế hai phương trình của hệ phương trình đã cho để được một phương trình mới.

· *Bước 2:* Dùng phương trình mới ấy thay thế cho một trong hai phương trình của hệ (giữ nguyên phương trình kia).

Chú ý:

· Trong phương pháp cộng đại số, trước khi thực hiện bước 1, có thể nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của một ẩn nào đó trong hai phương trình của hệ là bằng nhau hoặc đối nhau.

· Đôi khi ta có thể dùng phương pháp đặt ẩn phụ để đưa hệ phương trình đã cho về hệ phương trình với hai ẩn mới, rồi sau đó sử dụng một trong hai phương pháp giải ở trên.

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

$$a) \begin{cases} 4x + y = 2 \\ 8x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 4x - 5y = 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 5x - 4y = 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + y = \frac{4x-3}{5} \\ x + 3y = \frac{15-9y}{14} \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \frac{x+y}{5} = \frac{x-y}{3} \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{2} + 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} \frac{5x}{3} - \frac{2y}{5} = 19 \\ 4x + \frac{3y}{2} = 21 \end{cases}$$

$$ĐS: a) \left(\frac{1}{4}; 1\right)$$

$$b) (7; 5)$$

$$c) \left(\frac{19}{13}; \frac{14}{13}\right)$$

$$d) (12; -3)$$

$$e) (8; 2)$$

$$f) (9; -10)$$

Bài 2. Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} -x + 2y = -4(x-1) \\ 5x + 3y = -(x+y) + 8 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 9x - 6y = 4 \\ 3(4x - 3y) = -3x + y + 7 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3(x+1) + 2y = -x \\ 5(x+y) = -3x + y - 5 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2(2x+3y) = 3(2x-3y) + 10 \\ 4x - 3y = 4(6y-2x) + 3 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} (\sqrt{3} - \sqrt{2})x + y = \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})y = \sqrt{6} \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} (x+5)(y-2) = (x+2)(y-1) \\ (x-4)(y+7) = (x-3)(y+4) \end{cases}$$

$$ĐS: a) \text{ vô số nghiệm } b) \text{ vô nghiệm } c) \text{ vô nghiệm } d) \left(\frac{5}{2}; 1\right) \quad e) \text{ vô nghiệm } f) (7; 5)$$

Bài 3. Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 2x + 3|y| = 13 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = -2 \\ 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2\sqrt{x-1} - \sqrt{y-1} = 1 \\ \sqrt{x-1} + \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \frac{4}{x+y-1} - \frac{5}{2x-y+3} = \frac{5}{2} \\ \frac{1}{x+y-1} + \frac{1}{2x-y+3} = \frac{7}{5} \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \frac{2}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 3 \\ \frac{1}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} (x-1)^2 - 2y = 2 \\ 3(x-1)^2 + 3y = 1 \end{cases}$$

$$ĐS: a) (2; 3), \left(-\frac{4}{7}; -\frac{33}{7}\right)$$

$$b) (0; 1)$$

$$c) (2; 2)$$

$$d) \left(-\frac{10}{3}; \frac{19}{3}\right) \quad e) \left(\frac{77}{20}; -\frac{63}{20}\right)$$

$$f) \left(1 \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}; -\frac{5}{9}\right)$$

Bài 4. Giải và biện luận các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = m + 6 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} mx + y = 3m - 1 \\ x + my = m + 1 \end{cases}$$

ĐS:

a)	$m \neq \pm 2$	$m = 2$	$m = -2$	b)	$m \neq \pm 1$	$m = 1$	$m = -1$
	$\left(\frac{2m+3}{m+2}; \frac{-m}{m+2}\right)$	$\begin{cases} x \in R \\ y = 2x - 4 \end{cases}$	vô nghiệm		$\left(\frac{3m+1}{m+1}; \frac{m-1}{m+1}\right)$	$\begin{cases} x \in R \\ y = 2 - x \end{cases}$	vô nghiệm

Bài 5. Tìm m nguyên để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất là nghiệm nguyên:

a) $\begin{cases} mx + 2y = m + 1 \\ 2x + my = 2m - 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} (m+1)x - 2y = m - 1 \\ m^2x - y = m^2 + 2m \end{cases}$

ĐS: a) $m \in \{-1; -3; 1; -5\}$ b) $m \in \{-1; 0; 2; 3\}$

Bài 6. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a) $\begin{cases} 4x + 3y = 13 \\ 5x - 3y = -31 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 7x + 5y = 19 \\ 3x + 5y = 31 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 7x - 5y = 3 \\ 3x + 10y = 62 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 5y = -5 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 4x - 3y = -12 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$

ĐS: a) $(-2; 7)$ b) $(-3; 8)$ c) $(4; 5)$ d) $(5; -2)$ e) $(0; 4)$ f) $(-1; 0)$

Bài 7. Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} 3(x+1) + 2y = -x \\ 5(x+y) = -3x + y - 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 5 = -(x+y) \\ 6x + 3y = y - 10 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = -2(x-1) \\ 7x + 3y = x + y + 5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \sqrt{2}x - \sqrt{3}y = 1 \\ x + \sqrt{3}y = \sqrt{2} \end{cases}$ e) $\begin{cases} x - 2\sqrt{2}y = \sqrt{5} \\ \sqrt{2}x + y = 1 - \sqrt{10} \end{cases}$ f) $\begin{cases} (\sqrt{2}-1)x - y = \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{2}+1)y = 1 \end{cases}$

ĐS: a) vô nghiệm b) vô số nghiệm c) vô nghiệm d) $\left(1; \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}}\right)$

e) $\left(\frac{2\sqrt{2}-3\sqrt{5}}{5}; \frac{1-2\sqrt{10}}{5}\right)$ f)

Bài 8. Xác định a và b để đồ thị của hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm A và B trong mỗi trường hợp sau:

a) A(2; 1), B(1; 2) b) A(1; 3), B(3; 2) c) A(1; -3), B(2; 3)

d) A(-1; 1), B(2; 3) e) A(2; -2), B(-1; -2) f) A(1; 0), B(1; -6)

ĐS: a) $y = -x + 3$ b) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ c) $y = 6x - 9$ d) $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ e) $y = -2$ f) $x = 1$

Bài 9. Chứng tỏ rằng khi m thay đổi, các đường thẳng có phương trình sau luôn đi qua một điểm cố định:

a) $(-5m+4)x + (3m-2)y + 3m-4 = 0$ b)

$(2m^2+m+4)x - (m^2-m-1)y - 5m^2 - 4m - 13 = 0$

ĐS: a) (3; 4) b) (3; 1)

IV. GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN