

+ Chứng minh tam giác OGK đồng dạng với tam giác HGA =>

$$\frac{OK}{AH} = \frac{1}{2} = \frac{GK}{AG} \Rightarrow AG = 2GK, \text{ từ đó suy ra G là trọng tâm của tam giác ABC}$$

12. ĐỀ TÂY NINH

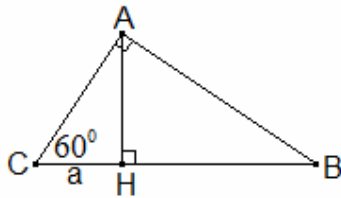
Câu 8: (1 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH (H thuộc BC), biết $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $CH = a$. Tính AB và AC theo a.

Câu 9: (1 điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính AB cố định, CD là đường kính thay đổi của đường tròn (O) (khác AB). Tiếp tuyến tại B của (O) cắt AC và AD lần lượt tại N và M. Chứng minh tứ giác CDMN nội tiếp.

Câu 10: (1 điểm) Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính bằng a. Biết AC vuông góc với BD. Tính $AB^2 + CD^2$ theo a.

HD:

Câu 8:



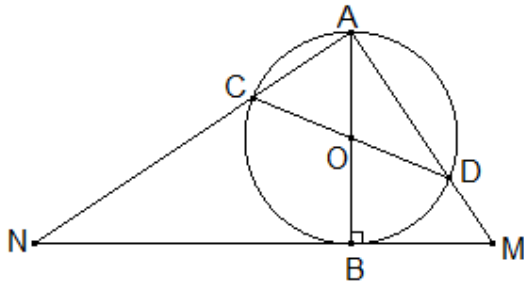
GT	$\Delta ABC, \hat{A} = 90^\circ, AH \perp BC,$ $\widehat{ACB} = 60^\circ, CH = a$
KL	Tính AB và AC theo a?

$$\Delta ACH \text{ có } \cos C = \frac{CH}{AC} \text{ nên } AC = \frac{CH}{\cos C} = \frac{a}{\cos 60^\circ} = \frac{a}{\frac{1}{2}} = 2a.$$

$$\Delta ABC \text{ có } AB = AC \cdot \tan C = 2a \cdot \tan 60^\circ = 2a \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}a.$$

$$\text{Vậy } AB = 2\sqrt{3}a, AC = 2a.$$

Câu 9: (1 điểm)



GT	(O) đường kính AB cố định, đường kính CD thay đổi, MN là tiếp tuyến tại B của (O).
KL	Tứ giác CDMN nội tiếp

Chứng minh tứ giác CDMN nội tiếp

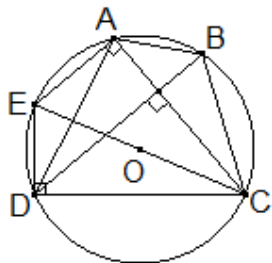
Ta có : $\widehat{ADC} = \frac{1}{2} \text{sđ}\widehat{AC}$.

$\widehat{N} = \frac{1}{2} (\text{sđ}\widehat{ADB} - \text{sđ}\widehat{BC}) = \frac{1}{2} (\text{sđ}\widehat{ACB} - \text{sđ}\widehat{BC}) = \frac{1}{2} \text{sđ}\widehat{AC}$.

$\Rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{N}$ (cùng bằng $\frac{1}{2} \text{sđ}\widehat{AC}$).

\Rightarrow Tứ giác CDMN nội tiếp được (góc ngoài bằng góc đối trong).

Câu 10 : (1 điểm)



GT	ABCD nội tiếp (O; a), $AC \perp BD$
KL	Tính $AB^2 + CD^2$ theo a.

Tính $AB^2 + CD^2$ theo a.: Vẽ đường kính CE của đường tròn (O).

Ta có : $\widehat{EAC} = 90^\circ$, $\widehat{EDC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn đường kính EC).

$\left. \begin{array}{l} AC \perp AE \\ AC \perp BD (gt) \end{array} \right\} \Rightarrow AE \parallel BD \Rightarrow ABDE$ là hình thang cân (hình thang nội tiếp (O))

$\Rightarrow AB = DE$ (cạnh bên hình thang cân).

$\Rightarrow AB^2 + CD^2 = DE^2 + DC^2 = EC^2 = (2a)^2 = 4a^2$ (do ΔEDC vuông tại D).

Vậy $AB^2 + CD^2 = 4a^2$.

13. ĐỀ BÌNH DƯƠNG

Bài 5. (3,5 điểm)

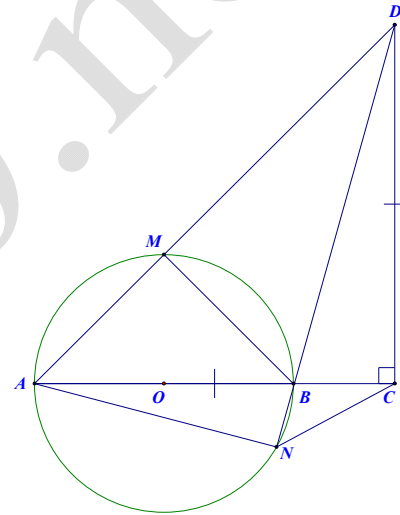
Cho đường tròn tâm O đường kính AB, trên tia AB lấy điểm C bên ngoài đường tròn. Từ C kẻ đoạn CD vuông góc với AC và $CD = AC$. Nối AD cắt đường tròn (O) tại M. Kẻ đường thẳng DB cắt đường tròn (O) tại N.

- 1) Chứng minh ANCD là tứ giác nội tiếp. Xác định đường kính và tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác ANCD.
- 2) Chứng minh $\widehat{CND} = \widehat{CAD}$ và MAB là tam giác vuông cân.
- 3) Chứng minh $AB.AC = AM.AD$

HD a) Ta có: $AC \perp CD$ (gt) $\Rightarrow \widehat{ACD} = 90^\circ$

$\widehat{AND} = \widehat{ANB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét tứ giác ANCD có : $\widehat{ACD} = \widehat{AND}$ ($= 90^\circ$)
 \Rightarrow Tứ giác ANCD nội tiếp đường tròn đường kính AD và tâm đường tròn là trung điểm AD.
 (Có 2 đỉnh kề N, C cùng nhìn 1 cạnh AD nối 2 đỉnh còn lại dưới góc bằng nhau là 90°)



b) Ta có: $\widehat{CND} = \widehat{CAD}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung DC)

$\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \Delta AMB$ vuông tại M

Ta có: $CA = CD$ (gt) và $\widehat{ACD} = 90^\circ$ (cmt) $\Rightarrow \Delta CAD$ vuông cân tại C

$\Rightarrow \widehat{MAB} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{MBA} = 45^\circ$ (vì ΔAMB vuông tại M)

Nên ΔMAB là tam giác vuông cân.

c) Xét ΔABM ($\widehat{AMB} = 90^\circ$) và ΔADC ($\widehat{ACD} = 90^\circ$) có :

\widehat{DAC} : chung

$\Rightarrow \Delta ABM$ đồng dạng ΔADC (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AM}{AC}$$

15. ĐỀ HÙNG YÊN

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O, bán kính R. Hạ các đường cao AH, BK của tam giác. Các tia AH, BK lần lượt cắt (O) tại các điểm thứ hai là D và E.

- Chứng minh tứ giác ABHK nội tiếp một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.
- Chứng minh rằng: $HK \parallel DE$.
- Cho (O) và dây AB cố định, điểm C di chuyển trên (O) sao cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Chứng minh rằng độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác CHK không đổi.

HD: **Hướng dẫn câu 4 b,c.**

b) Theo câu a) Tứ giác ABHK nội tiếp (J) với J là trung điểm của AB

Nên $\widehat{BAH} = \widehat{BKH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BH của (J))

Mà $\widehat{BAH} = \widehat{BAD}$ (A, H, D thẳng hàng)

$\widehat{BAD} = \widehat{BED}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD của (O))

Suy ra $\widehat{BKH} = \widehat{BED}$. Hai góc này ở vị trí đồng vị nên $HK \parallel DE$.

c) - Gọi T là giao của hai đường cao AH và BK.

Để CM được tứ giác CHTK nội tiếp đường tròn đường kính CT.

(do $\widehat{CHT} = \widehat{CKT} = 90^\circ$). Do đó CT là ĐK đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác CHK. (*)

- Gọi F là giao của CO với (O) hay CF là đường kính của (O).

Ta có $\widehat{CAF} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa (O)) $\Rightarrow FA \perp CA$

Mà $BK \perp CA$ (gt). Nên $BK \parallel FA$ hay $BT \parallel FA$ (1)

Ta có $\widehat{CBF} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa (O)) $\Rightarrow FB \perp CB$

Mà $AH \perp CB$ (gt). Nên $AH \parallel FB$ hay $AT \parallel FB$ (2)

Từ (1) và (2) ta có tứ giác AFBT là hình bình hành (hai cặp cạnh đối //)

Do J là trung điểm của đường chéo AB

Nên J cũng là trung điểm của đường chéo FT (tính chất về đường chéo hbh).

Xét tam giác CTF có O là trung điểm của FC, J là trung điểm của FT

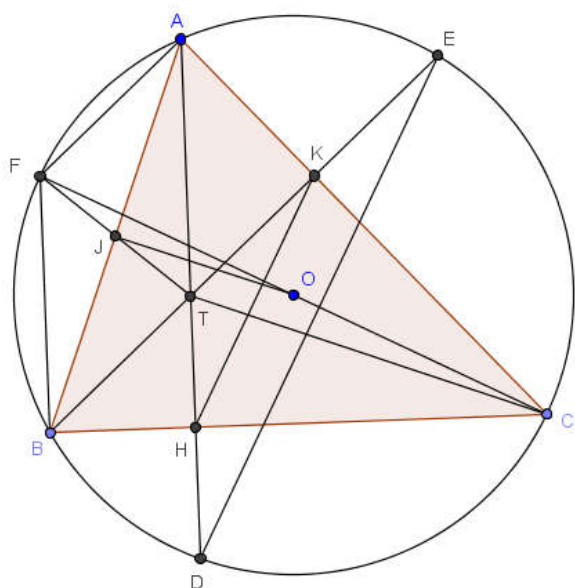
Nên OJ là đường trung bình $\Rightarrow OJ = \frac{1}{2}CT$ (**)

Từ (*) và (**) ta có độ dài của OJ bằng độ dài bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác CHK.

Mà độ dài của OJ là khoảng cách từ tâm O đến dây AB (J là trung điểm của dây AB).

Do (O) và dây AB cố định nên độ dài của OJ không đổi.

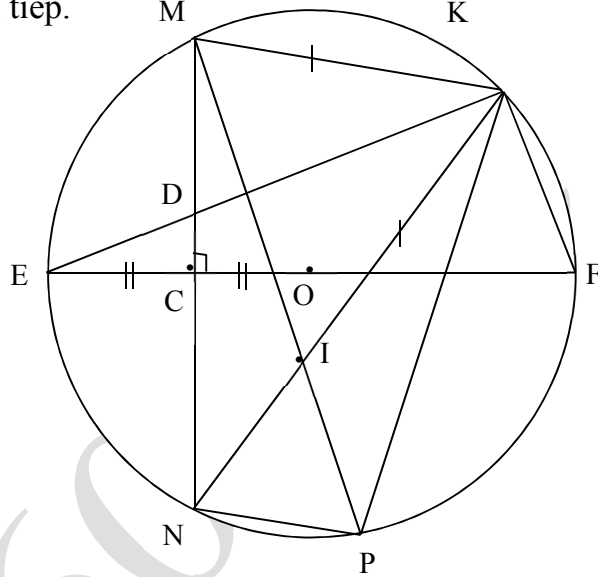
Vậy độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác CHK không đổi.



16 ĐỀ THANH HÓA

Câu 4 (3.0 đ) Cho đường tròn tâm O đường kính $EF = 2R$. Gọi C là trung điểm của OE; qua C kẻ đường vuông góc với OE cắt đường tròn đó tại hai điểm phân biệt M và N. Trên cung nhỏ FM lấy điểm K ($K \neq F$ và $K \neq M$), trên tia KN lấy điểm I sao cho $KI = KM$. gọi D là giao điểm của EK và MN. Chứng minh rằng:

- Tứ giác FCDK là tứ giác nội tiếp.
- $EK \cdot ED = R^2$
- $NI = FK$.



a) C/M: Tứ giác FCDK là tứ giác nội tiếp.

Xét tứ giác \underline{FCDK} : Có $CD \perp EF \Rightarrow \widehat{FCD} = 90^\circ$,

$\widehat{FCK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{FCD} + \widehat{FCK} = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác FCDK nội tiếp được trong đường tròn đường kính FD.

c/m $\underline{EK \cdot ED = R^2}$ Xét tam giác KFE và tam giác CDE

Có $\widehat{FKE} = \widehat{DCE} = 90^\circ$. và \widehat{E} chung $\Rightarrow \Delta KFE$ và ΔCDE đồng dạng với nhau

$$\frac{KF}{CD} = \frac{KE}{CE} = \frac{FE}{DE} \Rightarrow KE \cdot DE = CE \cdot FE \quad (1)$$

$$\text{Mà } CE = \frac{OE}{2} = \frac{R}{2} \text{ (Vì C là trung điểm của OE) và } EF = 2R \text{ (đề bài cho)} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $KE \cdot DE = R^2$.

$$NI = FK$$

Gọi P là giao điểm của tia MI với (O).

Vì C là trung điểm của OE (đề bài)

và do $MN \perp EF$ nên C cũng là trung điểm của MN (Định lý đường kính và dây)

Do đó tứ giác MENO là hình thoi (dấu hiệu về đường chéo)

$$\Rightarrow OM = ME = EN = NO = R$$

$$\Rightarrow \Delta OME \text{ đều} \Rightarrow \widehat{OME} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{MON} = 120^\circ.$$

$$\text{Mà } \widehat{MON} = \text{sđ } \widehat{MN} \text{ (góc ở tâm)}$$

$$\text{và } \widehat{MKN} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{MN} \text{ (góc nội tiếp chắn } \widehat{MN} \text{)}$$

Do đó suy ra $\widehat{MKN} = 60^\circ$.

Xét ΔKMI có $IK = KM$ (đề cho) $\widehat{MKN} = 60^\circ$ (cm trên)

$\Rightarrow \Delta KMI$ là tam giác đều.

Do đó $\widehat{MIK} = 60^\circ$, nhưng $\widehat{MIK} = \frac{1}{2}(\text{sđ } \widehat{MK} + \text{sđ } \widehat{PN})$ (góc có đỉnh ở bên trong đường

$$\text{tròn}) \Rightarrow \frac{1}{2}(\text{sđ } \widehat{MK} + \text{sđ } \widehat{PN}) = 60 \text{ (3)}.$$

Lại có Tứ giác OMEN là hình thoi và $\widehat{MEN} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{MEO} = 60^\circ$ hay $\widehat{MEF} = 60^\circ$.

$$\text{Nhưng } \widehat{MEF} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{MF} = \frac{1}{2}(\text{sđ } \widehat{MK} + \text{sđ } \widehat{KF})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(\text{sđ } \widehat{MK} + \text{sđ } \widehat{KF}) = 60^\circ \text{ (4)} \text{ Kết hợp (3) và (4)} \Rightarrow \widehat{KF} = \widehat{PN} \Rightarrow KF = PN (*)$$

Mặt khác: ΔINP có $\widehat{NIP} = \widehat{MIK} = 60^\circ$ (đối đỉnh), $\widehat{NPI} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{MN} = 60^\circ$.

Nên nó là tam giác đều , do vậy $IN = NP (**)$ Từ (*) và (**) suy ra $IN = FK$

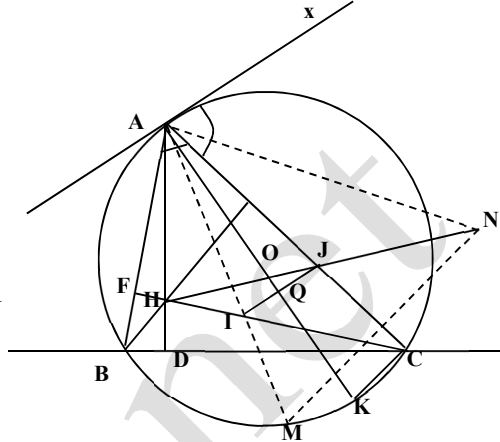
17. ĐỀ TP HCM

Bài 5: (3,5 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O ($AB < AC$). Các đường cao AD và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

- a) Chứng minh tứ giác BFHD nội tiếp. Suy ra $\widehat{AHC} = 180^\circ - \widehat{ABC}$
 b) Gọi M là điểm bất kì trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) (M khác B và C) và N là điểm đối xứng của M qua AC. Chứng minh tứ giác AHCN nội tiếp.
 c) Gọi I là giao điểm của AM và HC; J là giao điểm của AC và HN.

Chứng minh $\widehat{AJI} = \widehat{ANC}$

- d) Chứng minh rằng : OA vuông góc với IJ



HD.

- a) Ta có tứ giác BFHD nội tiếp do có 2 góc đối

$$F \text{ và } D \text{ vuông} \Rightarrow \widehat{FHD} = \widehat{AHC} = 180^\circ - \widehat{ABC}$$

- b) $\widehat{ABC} = \widehat{AMC}$ cùng chắn cung AC

mà $\widehat{ANC} = \widehat{AMC}$ do M, N đối xứng

Vậy ta có \widehat{AHC} và \widehat{ANC} bù nhau

\Rightarrow tứ giác AHCN nội tiếp

- c) Ta sẽ chứng minh tứ giác AHIJ nội tiếp

Ta có $\widehat{NAC} = \widehat{MAC}$ do MN đối xứng qua AC mà $\widehat{NAC} = \widehat{CHN}$ (do AHCN nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{IAJ} = \widehat{IHJ} \Rightarrow$ tứ giác HIJA nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{AJI}$ bù với \widehat{AHI} mà \widehat{ANC} bù với \widehat{AHI} (do AHCN nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{AJI} = \widehat{ANC}$

Cách 2 :

Ta sẽ chứng minh IJCM nội tiếp

Ta có $\widehat{AMJ} = \widehat{ANJ}$ do AN và AM đối xứng qua AC.

Mà $\widehat{ACH} = \widehat{ANH}$ (AHCN nội tiếp) vậy $\widehat{ICJ} = \widehat{IMJ}$

\Rightarrow IJCM nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AJI} = \widehat{AMC} = \widehat{ANC}$

- d) Kẻ OA cắt đường tròn (O) tại K và IJ tại Q ta có $\widehat{AJQ} = \widehat{AKC}$

vì $\widehat{AKC} = \widehat{AMC}$ (cùng chắn cung AC), vậy $\widehat{AKC} = \widehat{AMC} = \widehat{ANC}$

Xét hai tam giác AQJ và AKC :

Tam giác AKC vuông tại C (vì chắn nửa vòng tròn) \Rightarrow 2 tam giác trên đồng dạng

Vậy $\widehat{Q} = 90^\circ$. Hay AO vuông góc với IJ

Cách 2 : Kẻ thêm tiếp tuyến Ax với vòng tròn (O) ta có $\widehat{xAC} = \widehat{AMC}$

mà $\widehat{AMC} = \widehat{AJI}$ do chứng minh trên vậy ta có $\widehat{xAC} = \widehat{AJQ} \Rightarrow JQ$ song song Ax

vậy IJ vuông góc AO (do Ax vuông góc với AO)

18. ĐỀ ĐỒNG NAI

Câu 4 : (1,25 điểm) Cho tam giác vuông có diện tích bằng 54 cm^2 và tổng độ dài hai cạnh góc vuông bằng 21 cm . Tính độ dài cạnh huyền của tam giác vuông đã cho .

Câu 5 : (3,75 điểm) Cho tam giác ABC có đường cao AH , biết

$\widehat{BCA} < \widehat{ABC} < \widehat{CAB} < 90^\circ$. Gọi đường tròn (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác

ABC . Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Gọi D là giao điểm của tia AI

với đường tròn (O) , biết D khác A . Gọi E và F lần lượt là giao điểm của đường thẳng AH với hai đường thẳng BD và CI , biết E nằm giữa hai điểm B và D .

1) Chứng minh $BH = AB \cdot \cos \widehat{ABC}$. Suy ra $BC = B \cdot \cos \widehat{ABC} + AC \cdot \cos \widehat{BCA}$

2) Chứng minh bốn điểm B, E, I, F cùng thuộc một đường tròn.

3) Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác IBC

HD

Câu 5 : (3,75 điểm)

1) Chứng minh $BH = AB \cdot \cos \widehat{ABC}$. Suy ra $BC = AB \cdot \cos \widehat{ABC} + AC \cdot \cos \widehat{BCA}$:

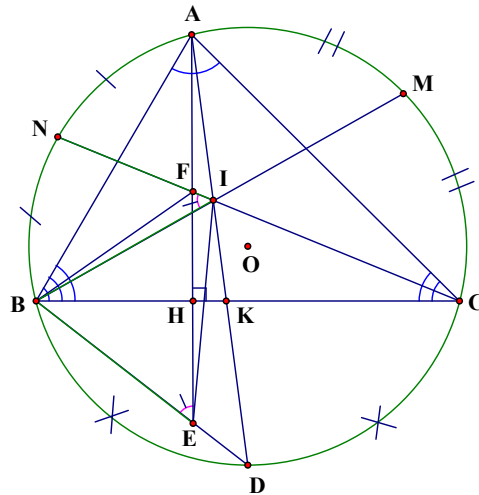
Xét $\triangle AHB$ vuông tại H có : $BH = AB \cdot \cos \widehat{ABC}$ (quan hệ giữa các cạnh trong tam giác vuông)

Chứng minh tương tự : $CH = AC \cdot \cos \widehat{BCA}$

Suy ra : $BC = BH + CH = AB \cdot \cos \widehat{ABC} + AC \cdot \cos \widehat{BCA}$

2) Chứng minh bốn điểm B, E, I, F cùng thuộc một đường tròn:

Gọi M , N lần lượt là giao điểm các tia phân giác \widehat{B} ,



\widehat{C} với (O) ; K là giao điểm của AD và BC .

Ta có : $\widehat{BEF} = \widehat{EAD} + \widehat{ADB}$ (tính chất góc ngoài của ΔAED)

mà $\widehat{EAD} = 90^\circ - \widehat{AKB}$ (ΔAHK vuông tại H)

$$\Rightarrow \widehat{EAD} = 90^\circ - \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$$

(góc có đỉnh ở bên trong đường tròn)

$$\text{và } \widehat{ADB} = \frac{\widehat{AB}}{2} \text{ (góc nội tiếp)}$$

$$\text{suy ra : } \widehat{BEF} = 90^\circ - \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} + \frac{\widehat{AB}}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{CD}}{2} = 90^\circ - \widehat{CAD}$$

$$\Rightarrow \widehat{BEF} = 90^\circ - \frac{\widehat{A}}{2} \text{ (1)}$$

$$\text{Ta có : } \widehat{BIF} = \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2} = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{A}}{2} \text{ (tính chất góc ngoài của } \Delta BIC \text{) (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra : $\widehat{BEF} = \widehat{BIF}$ Suy ra : tứ giác BEIF nội tiếp được đường tròn

(E, I cùng nhìn BF dưới hai góc bằng nhau)

3) Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác IBC :

Chứng minh ΔBID cân tại D

Chứng minh DK là đường trung trực của BI (3)

Chứng minh $\widehat{DB} = \widehat{DC}$

Chứng minh DO là đường trung trực của BC (4)

Từ (3) và (4) suy ra : D là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC

19. ĐỀ NAM ĐỊNH

Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại B. Trên cạnh BC lấy điểm E (E khác B và C). Đường tròn đường kính EC cắt cạnh AC tại M và cắt đường thẳng AE tại N (M khác C, N khác E).

- 1) Chứng minh các tứ giác ABEM, ABNC là các tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh ME là tia phân giác của góc \widehat{BMN} .
- 3) Chứng minh $AE \cdot AN + CE \cdot CB = AC^2$.

HD

Hình vẽ:

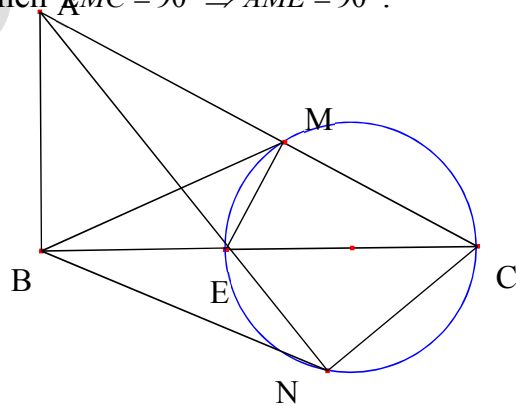
M thuộc đường tròn đường kính EC nên $\widehat{EMC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AME} = 90^\circ$.
 $\Rightarrow \widehat{AME} + \widehat{ABE} = 180^\circ$

suy ra tứ giác ABEM nội tiếp
(tứ giác có tổng 2 góc đối bằng 180°).

N thuộc đường tròn đường kính EC
nên $\widehat{ENC} = 90^\circ$ hay $\widehat{ANC} = 90^\circ$.

Suy ra $\widehat{ANC} = \widehat{ABC} = 90^\circ$

do đó tứ giác ABNC nội tiếp
(hai điểm B, N cùng nhìn đoạn AC dưới một góc vuông).



Trong đường tròn ngoại tiếp ABEM: $\widehat{EAB} = \widehat{EMB}$ (*) (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BE).

Trong đường tròn ngoại tiếp MENC: $\widehat{EMN} = \widehat{ECN}$ (**) (2 góc nội tiếp cùng chắn cung EN).
Trong đường tròn ngoại tiếp ABNC: $\widehat{BAN} = \widehat{BCN}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BN) hay $\widehat{EAB} = \widehat{ECN}$. (***)
Từ (*), (**) và (***) suy ra $\widehat{EMB} = \widehat{EMN}$. Do đó ME là tia phân giác của góc \widehat{BMN} (đpcm).
Ta có $\widehat{ABC} = \widehat{CME} = 90^\circ$; $\widehat{ECM} = \widehat{ACB}$.Do đó ΔCME và ΔCBA đồng dạng (g.g)
$\Rightarrow \frac{CM}{CB} = \frac{CE}{CA} \Rightarrow CM.CA = CE.CB$.
Chứng minh được ΔAEM và ΔACN đồng dạng (g.g)
$\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AM}{AN} \Rightarrow AE.AN = AM.AC$.
Do đó $AE.AN + CE.CB = CA.CM + CA.AM$
$= CA.(CM + AM) = CA.CA = CA^2$.
Vậy $AE.AN + CE.CB = AC^2$ (đpcm).

20. ĐỀ TIỀN GIANG

Câu 4: (2,5 điểm)

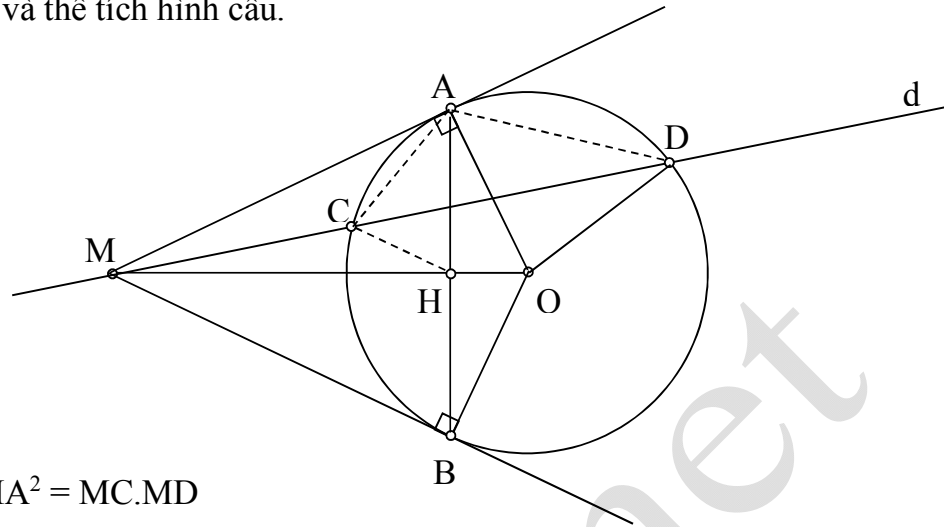
Cho đường tròn (O) và điểm M nằm bên ngoài đường tròn (O). Kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua M cắt đường tròn tại hai điểm C và D (C nằm giữa M và D, d không đi qua tâm O).

- Chứng minh rằng: $MA^2 = MC.MD$.
- Gọi H là giao điểm của AB và MO. Chứng minh tứ giác CHOD nội tiếp trong đường tròn.
- Cho $MC.MD = 144$ và $OM = 13$ (độ dài các đoạn thẳng đã cho có cùng đơn vị đo).

Tính độ dài đường tròn (O) và diện tích hình tròn (O)

Câu 5: (1,0 điểm)

Một quả bóng *World Cup* xem như một hình cầu có đường kính là 17cm. Tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu.



HD:

Câu 4.

a) Chứng minh $MA^2 = MC.MD$

Nối AC, AD.

Hai tam giác MAC và MAD có:

$$\widehat{AMC} = \widehat{DMA} \text{ (góc chung)}$$

$$\widehat{MAC} = \widehat{MDA} \text{ (cùng chắn cung AC)}$$

Do đó: $\triangle MAC \sim \triangle MDA$ (g-g)

$$\text{Suy ra: } \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MA} \text{ Từ đó: } MA^2 = MC.MD$$

b) Chứng minh tứ giác CHOD nội tiếp.

$$+ OA = OB \text{ (= bán kính); } MA = MB \text{ (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau)}$$

Suy ra: MO là trung trực AB. Suy ra: $AH \perp OM$ tại H.

+ Trong tam giác MAO vuông tại A (gt) có AH là đường cao nên: $MA^2 = MH.MO$

$$\text{Kết hợp kết quả câu a), ta có: } MC.MD = MH.MO. \text{ Từ đó: } \frac{MC}{MH} = \frac{MO}{MD}.$$

Lại có: $\widehat{CMH} = \widehat{OMD}$ (góc chung) Suy ra: $\triangle CMH \sim \triangle OMD$ (c-g-c)

Từ đó: $\widehat{ODM} = \widehat{CHM}$ (*) Từ (*) suy ra tứ giác CHOD nội tiếp (có một góc trong bằng góc ngoài tại đỉnh đối diện)

c) Tính $C_{(O)}$ và $S_{(O)}$ Từ câu a) ta có: $MC.MD = MA^2 = 144$

$$\text{Tam giác MAO vuông tại A cho: } OA = \sqrt{OM^2 - MA^2} = \sqrt{13^2 - 144} = 5 \text{ hay } R = OA = 5$$

Từ đó: Chu vi đường tròn (O) (độ dài đường tròn (O)) là: $C_{(O)} = 2\pi R = 2\pi 5 = 10\pi$ (đ.v.đ.d)

Diện tích hình tròn (O) là: $S_{(O)} = R^2\pi = 5^2\pi = 25\pi$ (đ.v.d.t)

Câu 5. Bán kính hình cầu: $r = \frac{d}{2} = \frac{17}{2}$ (cm)

Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi r^2 = 4\pi \left(\frac{17}{2}\right)^2 = 289\pi$ (cm²)

Thể tích hình cầu:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{17}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{4913}{8}\right) = \frac{4913}{6}\pi$$
 (cm³)

