****

Ngày dạy: ………………………………………..

VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN. TIẾP TUYẾN CHUNG CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

A. Kiến thức cơ bản

1. Ba vị trí tương đối của hai đtr

Xét đtr (O; R) và (O'; r) với $R \geq r; OO' = d$, ta có:

a) Hai đtr cắt nhau

- số điểm chung: 2
- hệ thức: R – r < d < R + r

b) hai đtr tiếp xúc nhau

- số điểm chung: 1
- hệ thức:

+ tiếp xúc trong: d = R – r > 0

+ tiếp xúc ngoài: d = R + r

c) hai đtr không giao nhau

- số điểm chung: 0
- hệ thức:

+ 2 đtr ở ngoài nhau: d > R + r

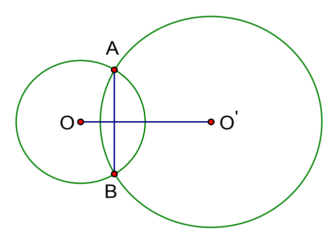
+ 2 đtr đựng nhau: d < R – r

+ 2 đtr đồng tâm: d = 0

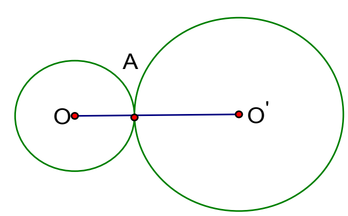
2. Tính chất đường nối tâm

- Định lý:

a) Nếu 2 đtr cắt nhau thì 2 giao điểm đối xứng với nhau qua đường nối tâm, tức là đường nối tâm là đường trung trực của dây chung (OO' là đường trung trực của dây AB)

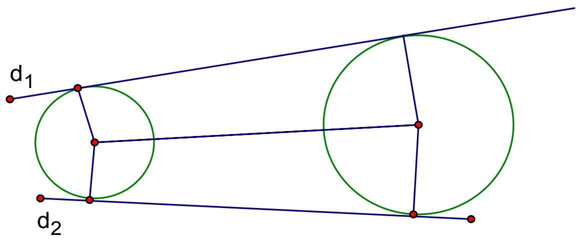


b) Nếu 2 đtr tiếp xúc nhau thì tiếp điểm nằm trên đường nối tâm (A thuộc OO')

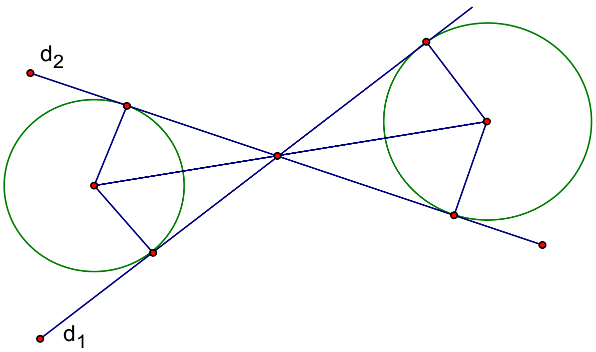


3. Tiếp tuyến chung của hai đường tròn

- Định nghĩa: tiếp tuyến chung của 2 đtr là đg thg tiếp xúc với cả 2 đtr đó



d_1; d_2 là tiếp tuyến chung ngoài: tiếp tuyến chung ngoài không cắt đoạn nối tâm



d_1; d_2 là tiếp tuyến chung trong: tiếp tuyến chung trong cắt đoạn nối tâm

B. Bài tập áp dụng

Bài 1: Cho đường tròn (O; 4cm) và đường tròn (O'; 3cm) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A; B biết OO' = 5cm. Từ B vẽ 2 đường kính BOC và BO'D

a) CMR: 3 điểm C, A, D thẳng hàng

b) Tam giác OBO' là tam giác vuông

c) Tính diện tích tam giác OBO' và diện tích tam giác CBD

d) Tính độ dài các đoạn thẳng AB; CA; AD

LG

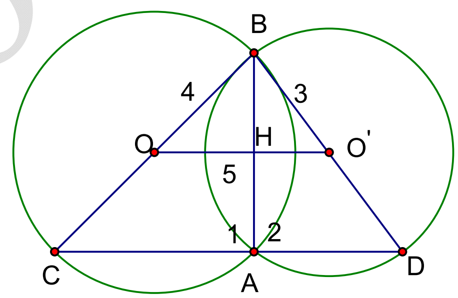
a) CMR: C; D; A thẳng hàng

+ ta có: tam giác ABC nội tiếp đtr (O) có BC làm đkính => tam giác ABC vuông tại A => $\angle A_1 = 90^0$

+ lại có: tam giác ABD nội tiếp đtr (O') có BD làm đkính => tam giác ABD vuông tại A => $\angle A_2 = 90^0$

+ do $\angle CAD = \angle A_1 + \angle A_2 = \ldots = 180^0$

=> 3 điểm C, A, D thẳng hàng



b) CMR: tam giác OBO' là tam giác vuông

+ ta có: $OO'^2 = 5^2 = 25;\ OB^2 + O'B^2 = 4^2 + 3^2 = 25. \Rightarrow OO'^2 = OB^2 + O'B^2\,(=25)$

=> tam giác OBO' vuông tại B (theo định lý đảo của định lý Pytago)

c) Tính diện tích tam giác OBO' và diện tích tam giác CBD

ta có:

$$S_{\Delta OBO'} = \frac{1}{2}OB.O'B = \frac{1}{2}.4.3 = 6\,cm^2$$

$$S_{\Delta OBD} = \frac{1}{2}CB.DB = \frac{1}{2}.8.6 = 24\,cm^2$$

d) Tính độ dài các đoạn thẳng AB; CA; AD

+ ta có: OO' là đg trung trực của AB (theo tính chất đoạn nối tâm)

$$\Rightarrow BH \perp OO' \text{ và } BH = \frac{1}{2}AB \text{ hay } AB = 2.BH$$

+ xét tam giác OBO', $\angle B = 90^0$, theo hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông ta có: $OB.O'B = HB.OO' \Rightarrow BH = \dfrac{OB.O'B}{OO'} = \dfrac{4.3}{5} = 2,4\ cm$

=> AB = 2. BH = 2 . 2,4 = 4,8 cm

+ áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông:

$-\Delta ABC, \widehat{A}=90^0 \Rightarrow AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{8^2-4,8^2}=6,4\ cm$

$-\Delta ABD, \widehat{A}=90^0 \Rightarrow AD=\sqrt{BD^2-AB^2}=\sqrt{6^2-4,8^2}=3,6\ cm$

Bài 2 (tương tự BT76SBT/139): Cho đtr (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A, đg thg OO' cắt đtr (O) và (O') lần lượt tại B và C (khác A). DE là tt chung ngoài (D thuộc (O), E thuộc (O')), BD cắt CE tại M

a) CMR: $\angle DME = 90^0$

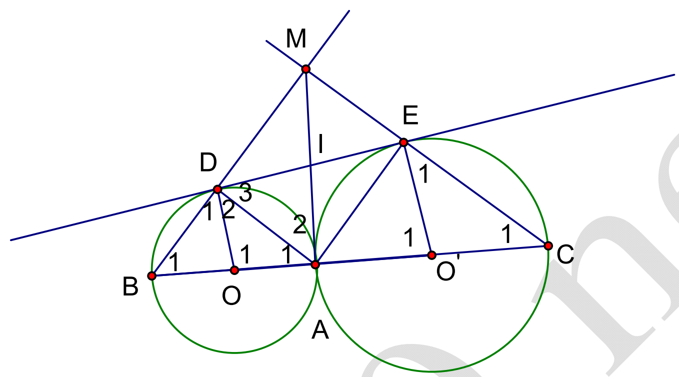
b) Tứ giác ADME là hình gì? Vì sao?

c) MA là tt chung của cả 2 đtr

d) MD.MB = ME.MC

LG

a) ta có : $\angle O_1 = \angle B_1 + \angle D_1$ (góc ngoài của tam giác), mà $\angle B_1 = \angle D_1$ (tam giác cân)



$\Rightarrow \widehat{O_1}=2\widehat{B_1} \Rightarrow \widehat{B_1}=\frac{1}{2}\widehat{O_1}$ (1)

+ lại có : $\widehat{O'_1}=\widehat{C_1}+\widehat{E_1}$ (góc ngoài của tam giác), mà $\angle C_1 = \angle E_1$ (tam giác cân)

$\Rightarrow \widehat{O'_1}=2\widehat{C_1} \Rightarrow \widehat{C_1}=\frac{1}{2}\widehat{O'_1}$ (2)

+ từ (1) và (2) $\widehat{B_1}+\widehat{C_1}=\frac{1}{2}\left(\widehat{O_1}+\widehat{O'_1}\right)=\frac{1}{2}.180^0=90^0$ (theo tính chất hình thang)

$\Rightarrow \widehat{BMC}=90^0$ hay $\widehat{DME}=90^0$

b) + tam giác ABD nt đtr (O) có AB là đkính => tam giác ABD vuông tại D

=> $\angle ADB = 90^0$ => $\angle ADM = 90^0$

+ tam giác ACE nt đtr (O) có AC là đkính => tam giác ACE vuông tại E

=> $\angle AEC = 90^0$ => $\angle AEM = 90^0$

+ tứ giác ADME có : $\angle ADM = \angle DME = \angle AEM = 90^0$ => tứ giác ADME là hình chữ nhật

c) + gọi I là giao điểm của AM và DE => tam giác IAD cân tại I => $\angle A_2 = \angle D_3$ (3)

+ do tam giác OAD cân tại O nên suy ra: $\angle A_1 = \angle D_2$ (4)

+ từ (3) và (4) => $\angle A_1 + \angle A_2 = \angle D_2 + \angle D_3 = 90^0$ (tính chất tt tại D) => MA vuông góc với AB tại A => MA là tt của đtr (O) và cũng là tt của đtr (O')

Bài 3: Cho đtr (O) và đtr (O') tiếp xúc ngoài tại A, BC là tt chung ngoài của cả 2 đtr (B, C là các tiếp điểm). tt chung trong của 2 đtr tại A cắt BC tại M

a) CMR: A, , C thuộc đtr (M) đường kính BC

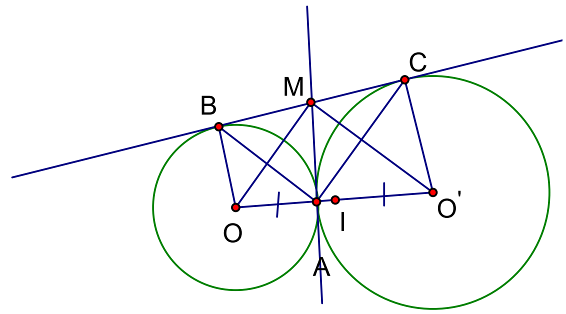
b) Đường thẳng OO' có vị trí ntn đối với đtr (M; BC/2)

c) Xác định tâm của đtr đi qua O, M, O'

d) CMR: BC là tt của đtr đi qua O, M, O'

LG

a) theo tính chất 2 tt cắt nhau, ta có:
$MA = MB = MC = \frac{1}{2}BC \Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại A => a nằm trên đtr có đkính BC. Hay 3 điểm A, B, C thuộc (M; BC/2)
b) và (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A => A thuộc OO' => OO' vuông góc với MA tại A thuộc (M; BC/2) => OO' là tt của đtr (M; BC/2)



c) theo tính chất tt cắt nhau, ta có:

$$\widehat{BMO} = \widehat{AMO} = \frac{1}{2}\widehat{AMB};\ \widehat{CMO'} = \widehat{AMO'} = \frac{1}{2}\widehat{AMC}$$

$$\Rightarrow \widehat{AMO} + \widehat{AMO'} = \frac{1}{2}\left(\widehat{AMB} + \widehat{AMC}\right) = \frac{1}{2}.180^0 = 90^0$$

=> tam giác OMO' vuông tại M => tâm của đtr đi qua 3 điểm O, M, O' là trung điểm I của cạnh OO'
d) + tứ giác BOO'C là hình thang vuông vì có BO // CO' (cùng vuông góc với BC)
+ Xét hình thang BOO'C, ta có: $\left.\begin{array}{l} BM = MC \\ OI = IO' \end{array}\right\} \Rightarrow$ MI là đg trung bình của hthang BOO'C
=> IM // OB, mà BC ⊥ OB => IM ⊥ BC => BC là tt của đtr đi qua 3 điểm O, O', M

Bài 4(BT86SBT/141): Cho đtr (O) đkính AB, điểm C nằm giữa A và O. Vẽ đtr (O') đkính BC
a) xác định vị trí tương đối của đtr (O) và (O')
b) kẻ dây DE của đtr (O) vuông góc với AC tại trung điểm H của AC. Tứ giác ADCE là hình gì? Vì sao?
c) gọi K là giao điểm của DB và (O'). CMR: 3 điểm E, C, K thẳng hàng
d) CMR: HK là tt của đtr (O')

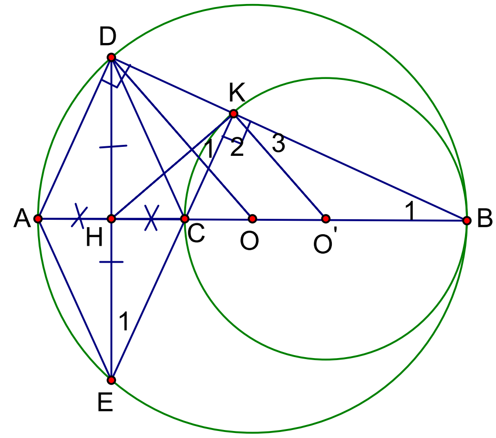
LG

a) ta có: OO' = OB – O'B > 0 => (O) và (O') tiếp xúc trong tại B
b) + vì AB ⊥ DE tại H => DH = EH
+ xét tứ giác ADCE, ta có :

$$\left.\begin{array}{l} DH = EH \\ AH = CH \\ AC \perp DE \end{array}\right\} \Rightarrow \square ADCE \text{ là hình thoi}$$

c) ta có :

$$\left.\begin{array}{l} OD = OA = OB = \frac{1}{2}AB \Rightarrow \Delta ADB\ vuông\ D \Rightarrow AD \perp BD \\ O'C = O'K = O'B = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \Delta CKB\ vuông\ K \Rightarrow CK \perp BD \end{array}\right\}$$



=> AD // CK (1)
+ mà ADCE là hình thoi nên AD // CE (2)
+ từ (1) và (2) => C, K, E thẳng hàng (theo Tiên đề Ơclit)
d) + vì KH là trung tuyến của tam giác DKE vuông tại K => HD = HK = HE => tam giác HKE cân tại H => $\angle K_1 = \angle E_1$ (*)
+ mà $\angle E_1 = \angle B_1$ (cùng phụ với $\angle$BDE) (**)

+ từ (*) và (**) => ∠K₁ = ∠B₁ (3)
+ mặt khác: ∠B₁ = ∠K₃ (tam giác O'KB cân tại O') (4)
+ từ (3) và (4) => ∠K₁ = ∠K₃
+ do $\angle K_2 + \angle K_3 = 90^0 \Rightarrow \angle K_1 + \angle K_3 = 90^0 \Rightarrow HK \perp O'K \Rightarrow$ HK là tt của đtr (O')

****

Ngày dạy: ……………………………..

GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP CỘNG ĐẠI SỐ

A. Kiến thức cơ bản

1. Quy tắc cộng đại số: gồm 2 bước
- Cộng hay trừ từng vế 2 pt của hpt đã cho để đc pt mới
- Dùng pt mới ấy thay thế cho 1 trong 2 pt của hệ (giữ nguyên pt kia)
2. Tóm tắt cách giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số
- Giải theo quy tắc: "Nhân bằng, đổi đối, cộng, chia
Thay vào tính nốt ẩn kia là thành"
- Nghĩa là:
+ nhân cho hệ số của 1 ẩn trong hai phương trình bằng nhau
+ đổi dấu cả 2 vế của 1 pt: hệ số của 1 ẩn đối nhau
+ cộng vế với vế của 2 pt trong hệ, rút gọn và tìm 1 ẩn
+ thay vào tính nốt ẩn còn lại

B. Bài tập áp dụng

Bài 1: Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số

$a)\begin{cases}5x+2y=1\\3x+5y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{1}{19}\\y=\dfrac{12}{19}\end{cases}$ $\qquad b)\begin{cases}2x+3y=-2\\3x-2y=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=0\end{cases}$

$c)\begin{cases}3x+y=8\\7x-2y=23\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=-1\end{cases}$ $\qquad d)\begin{cases}x+2y=5\\x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{7}{3}\\y=\dfrac{4}{3}\end{cases}$

Bài 2: Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

$a)\begin{cases}\sqrt{2}x+2\sqrt{3}y=5\\3\sqrt{2}x-\sqrt{3}y=\dfrac{9}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\sqrt{2}\\y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$ $\qquad b)\begin{cases}3\sqrt{5}x-4y=15-2\sqrt{7}\\3x-2y=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\sqrt{5}\\y=\dfrac{\sqrt{7}}{2}\end{cases}$

$c)\begin{cases}5(x+2y)=3y-1\\2x+4=3(x-5y)-12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{29}{8}\\y=-\dfrac{33}{40}\end{cases}$ $\qquad d)\begin{cases}4x^2-5(y+1)=(2x-3)^2\\3(7x+2)=5(2y-1)-3x\end{cases}\Leftrightarrow\{\text{hệ vô nghiệm}$ **B**

$e)\begin{cases}6(x+y)=8+2x-3y\\5(y-x)=5+3x+2y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{1}{4}\\y=1\end{cases}$ $\qquad g)\begin{cases}-2(2x+1)+\dfrac{3}{2}=3(y-2)-6x\\\dfrac{23}{2}-4(3-x)=2y-(5-x)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{1}{2}\\y=\dfrac{3}{2}\end{cases}$

ài 3: Giải hpt bằng phương pháp cộng đại số

$a)\begin{cases}(x-1)^2-(x+2)^2=9y\\(y-3)^2-(y+2)^2=5x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-5\\y=3\end{cases}$ $b)\begin{cases}(7+x)^2-(5+x)^2=6y\\(2-y)^2-(6-y)^2=4x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=4\end{cases}$

Bài 4: xác định a, b để đồ thị hs y = ax + b đi qua 2 điểm A và B trong các trường hợp sau:
a) A(4; 3), B(-6; -7). Đáp số: a = 1; b = -1
b) A(3; -1), B(-3; -2). Đáp số: a = 1/6; b = -3/2
c) A(2; 1), B(1; 2). Đap số: a = -1; b = 3
d) A(1; 3), B(3; 2). Đáp số: a = -1/2; b = 7/2

Bài 5: Tìm m để nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{x+1}{3}-\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{2(x-y)}{5}\\\dfrac{x-3}{4}-\dfrac{y-3}{3}=2y-x\end{cases}$ cũng là nghiệm của phương trình: 3mx – 5y = 2m + 1

- ta có: $\begin{cases}\dfrac{x+1}{3}-\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{2(x-y)}{5}\\\dfrac{x-3}{4}-\dfrac{y-3}{3}=2y-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-9y=-10\\15x-28y=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=11\\y=6\end{cases}$

- thay x = 11; y = 6 vào phương trình ta đc: $3m.11-5.6=2m+1\Leftrightarrow 31m=31\Leftrightarrow m=1$

Bài 6 : Tìm m để đường thẳng (d) : y = (2m – 5)x – 5m đi qua giao điểm của 2 đường thẳng (d_1) : 2x + 3y = 7 và (d_2) : 3x + 2y = 13

LG

- gọi A là giao điểm của đường thẳng (d_1) và (d_2). Tọa độ của điểm A là nghiệm của hpt :

$\begin{cases}2x+3y=7\\3x+2y=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\y=-1\end{cases}$ => A(5 ; -1)

- vì đg thg (d) đi qua điểm A nên tọa độ điểm A thỏa mãn đth (d). thay x = 5 ; y = -1 vào (d) ta đc : $-1=(2m-5).5-5m\Leftrightarrow 5m=24\Leftrightarrow m=\dfrac{24}{5}$

Bài 7 : Tìm m để các đường thẳng sau đây đồng quy :
(d_1) : 5x + 11y = 8 ; (d_2) : 4mx + (2m – 1)y = m + 2 ; (d_3) : 10x – 7y = 74

LG

- gọi A là giao điểm của đường thẳng (d_1) và (d_3). Tọa độ của điểm A là nghiệm của hpt :

$\begin{cases}5x+11y=8\\10x-7y=74\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=6\\y=-2\end{cases}$ => A(6 ; -2)

- để 3 đg thg trên đồng quy thì đg thg (d_2) phải đi qua điểm A, tức tọa độ điểm A thỏa mãn đth (d_2). thay x = 6 ; y = -2 vào (d_2) ta đc : $4m.6+(2m-1).(-2)=m+2\Leftrightarrow 19m=0\Leftrightarrow m=0$

****

Ngày dạy: …………………………

GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A. Kiến thức cơ bản

Để giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình ta thực hiện theo 3 bước sau :
- bước 1 : lập hpt (bao gồm các công việc sau)
+ chọn ẩn và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn)
+ biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết
+ lập hpt biểu thị tương quan giữa các đại lượng

- bước 2 : giải hpt vừa lập đc ở bước 1
- bước 3 : kết luận : so sánh nghiệm tìm đc với điều kiện đặt ra ban đầu

B. Bài tập áp dụng

Dạng 1: Toán tìm số

- Ta phải chú ý tới cấu tạo của một số có hai chữ số , ba chữ số …viết trong hệ thập phân. Điều kiện của các chữ số .

Bài 1: Tìm hai số biết rằng 4 lần số thứ hai cộng với 5 lần số thứ nhất bằng 18040, và 3 lần số thứ nhất hơn 2 lần số thứ hai là 2002.

LG

- gọi số thứ nhất là x, số thứ hai là y $(x, y \in N)$
- theo bài ra, ta có : $\begin{cases} 5x+4y=18040 \\ 3x-2y=2002 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2004 \\ y=2005 \end{cases}$

Bài 2. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng số đó gấp 4 lần tổng các chữ số của nó. Nếu viết hai chữ số của nó theo thứ tự ngược lại thì đc số mới lớn hơn số ban đầu 36 đơn vị.

LG

- gọi số tự nhiên cần tìm có dạng: $\overline{ab}$ $(a, b \in N; 0 < a, b \le 9)$
- theo bài ra, ta có: $\begin{cases} \overline{ab}=4(a+b) \\ \overline{ba}-\overline{ab}=36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \overline{ab}=48$

Bài 3. Tìm một số có hai chữ số. Biết rằng nếu viết thêm số 1 vào bên phải số này thì được một số có ba chữ số hơn số phải tìm 577 và số phải tìm hơn số đó nhưng viết theo thứ tự ngược lại là 18 đơn vị.

LG

- gọi số tự nhiên cần tìm có dạng: $\overline{ab}$ $(a, b \in N; 0 < a \le 9; 0 \le b \le 9)$
- theo bài ra, ta có: $\begin{cases} \overline{ab1}-\overline{ab}=577 \\ \overline{ab}-\overline{ba}=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a+b=64 \\ a-b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \overline{ab}=64$

Bài 4. Tìm một số có hai chữ số, biết rằng tổng hai chữ số của nó nhỏ hơn số đó 6 lần và thêm 25 vào tích của hai chữ số đó sẽ được số viết theo thứ tự ngược lại với số phải tìm.

LG

- gọi số tự nhiên cần tìm có dạng: $\overline{ab}$ $(a, b \in N; 0 < a, b \le 9)$
- theo bài ra, ta có: $\begin{cases} \overline{ab}=6(a+b) \\ ab+25=\overline{ba} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a=5b \\ ab+25=\overline{ba} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{5}{4}b \\ b^2-9b+20=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=\frac{25}{4} \\ b=5 \end{cases} loai \\ \begin{cases} a=5 \\ b=4 \end{cases} thoa\ man \end{array}\right.$
- vậy số cần tìm là : 54

Dạng 2: Toán làm chung, làm riêng

- Ta coi toàn bộ công việc là 1 đơn vị, nếu gọi thời gian làm xong công việc là x thì trong một đơn vị thời gian làm được $\frac{1}{x}$ công việc .

*** Ghi nhớ** : *Khi lập pt dạng toán làm chung, làm riêng không được cộng cột thời gian, năng suất và thời gian của cùng 1 dòng là 2 số nghịch đảo của nhau.*

Bài 1: Hai vòi nước chảy cùng vào 1 bể không có nước thì trong 6 giờ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, vòi thứ 2 chảy trong 3 giờ thì được $\frac{2}{5}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy bao lâu thì sẽ đầy bể?

LG

* lập bảng

	V 1	V 2	Cả 2 V
TGHTCV	x	y	6
Năng suất 1h	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{y}$	$\frac{1}{6}$
Năng suất 2h	$\frac{2}{x}$		$\frac{2}{5}$
Năng suất 3h		$\frac{3}{y}$	

* ta có hpt: $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{6} \\ \frac{2}{x}+\frac{3}{y}=\frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=15 \end{cases}$

Bài 2: Hai tổ cùng làm chung công việc trong 12 giờ thì xong, nhưng hai tổ cùng làm trong 4 giờ thì tổ (I) đc điều đi làm việc khác , tổ (II) làm nốt trong 10 giờ thì xong công việc. Hỏi mỗi tổ làm riêng thì trong bao lâu xong việc.

* lập bảng

	Tổ 1	Tổ 2	Cả 2 tổ
TGHTCV	x	y	12
Năng suất 1h	1/x	1/y	1/12
Năng suất 4h			4/12 = 1/3
Năng suất 10h		10/y	

* ta có hpt: $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12} \\ \frac{1}{3}+\frac{10}{y}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=60 \\ y=15 \end{cases}$

Bài 3: Hai vòi nước cùng chảy vào 1 bồn không có nước. Nếu vòi 1 chảy trong 3h rồi dừng lại, sau đó vòi 2 chảy tiếp trong 8h nữa thì đầy bồn. Nếu cho vòi 1 chảy vào bồn không có nước trong 1h, rồi cho cả 2 vòi chảy tiếp trong 4h nữa thì số nước chảy vào bằng 8/9 bồn. Hỏi nếu chảy 1 mình thì mỗi vòi sẽ chảy trong bao lâu thì đầy bồn?

* lập bảng

	Vòi 1	Vòi 2	Cả 2 vòi
Thời gian chảy	x	y	
1h	1/x		8/9
4h	4/x	4/y	
3h	3/x		1
8h		8/y	

* ta có hpt: $\begin{cases} \dfrac{3}{x}+\dfrac{8}{y}=1 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{x}+\dfrac{4}{y}=\dfrac{8}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=12 \end{cases}$

Bài 4: Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn trong một giờ được $\frac{3}{10}$ bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ, vòi thứ hai chảy trong 2 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{4}{5}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể .

* lập bảng

	Vòi 1	Vòi 2	Cả 2 vòi
TGHTCV	x	y	
Năng suất 1h	1/x	1/y	3/10
Năng suất 2h		2/y	4/5
Năng suất 3h	3/x		

* ta có hpt: $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{3}{10} \\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{y}=\dfrac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=10 \end{cases}$

Dạng 3. Toán chuyển động

Bài 1. Quãng đường AC qua B dài 270km, một xe tải đi từ A đến B với vận tốc 60km/h rồi đi từ B đến C với vận tốc 40km/h, tất cả hết 6giờ, Tính thời gian ô tô đi quãng đường AB và BC.

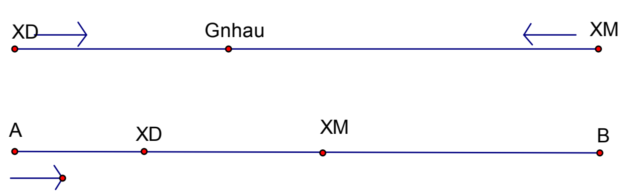
* Lập bảng

	Thời gian	Vận tốc	Quãng đường
AB	x	60	60x
BC	y	40	40y

* Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=6 \\ 60x+40y=270 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3}{2} \\ y=\dfrac{9}{2} \end{cases}$

Bài 2. Một ô tô và một xe đạp chuyển động từ hai đầu một quãng đường sau 3 giờ thì gặp nhau. Nếu đi cùng chiều và xuất phát tại cùng một điểm, sau 1 giờ hai xe cách nhau 28km. Tính vận tốc xe đạp và ô tô biết quãng đường dài 180km

* Sơ đồ:



* Lập bảng:

	V	t (đi ngược chiều)	S (đi ngược chiều)	t (đi cùng chiều)	S (đi cùng chiều)
Xe đạp	x	3	3x	1	x

Xe máy	y	3	3y	1	y

* Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}3x+3y=180\\-x+y=28\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=60\\-x+y=28\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=16\\y=44\end{cases}$

Bài 3: 1 ô tô đi qđ AB với vận tốc 50km/h, rồi đi tiếp qđ BC với vận tốc 45km/h. Biết tổng chiều dài qđ AB và BC là 165km và thời gian ô tô đi qđ AB ít hơn thời gian ô tô đi qđ BC là 30ph. Tính thời gian ô tô đi trên mỗi qđ?

Gọi thời gian ô tô đi trên AB, BC lần lượt là x, y

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}50x+45y=165\\x=y-\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{3}{2}\\y=2\end{cases}$

Bài 4: 1 ca nô xuôi dòng 1 quãng sông dài 12km, rồi ngược dòng quãng sông đó mất 2h30ph. Nếu cũng trên quãng sông ấy, ca nô xuôi dòng 4km rồi ngược dòng 8km thì hết 1h20ph. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước?

- gọi v ca nô là x, v dòng nước là y (km/h; x > y > 0)
- v xuôi: x+y
- v ngược: x-y
- ta có hpt $\begin{cases}\dfrac{12}{x+y}+\dfrac{12}{x-y}=\dfrac{5}{2}\\\dfrac{4}{x+y}+\dfrac{8}{x-y}=\dfrac{4}{3}\end{cases}$ giải hệ ta được x = 10 ; y = 2 (tmđk)

Bài 5: Một ca nô chạy trên sông xuôi dòng 84 km và ngược dòng 44 km mất 5 giờ. Nếu ca nô xuôi dòng 112 km và ngược dòng 110 km thì mất 9 giờ.Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước.

- gọi x, y lần lượt là vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước (km, 0 < y < x)
- vận tốc xuôi của ca nô: x + y
- thời gian xuôi dòng 84km là: 84/x+y
- thời gian xuôi dòng 112km là: 112/x+y
- vận tốc ngược của ca nô: x - y
- thời gian ngược dòng 44km là: 44/x-y
- thời gian ngược dòng 110km là: 110/x-y
- theo bài ra ta có hệ phương trình:

$\begin{cases}\dfrac{84}{x+y}+\dfrac{44}{x-y}=5\\\dfrac{112}{x+y}+\dfrac{110}{x-y}=9\end{cases}$ đặt $\dfrac{1}{x+y}=a;\ \dfrac{1}{x-y}=b$

Dạng 4. Toán liên quan tới yếu tố hình học.

- Ta phải nắm được công thức tính chu vi; diện tích của tam giác, hình thang, hình chữ nhật, hình vuông, định lý Pi-ta-go.

Bài 1: 1 HCN có chu vi 80m. Nếu tăng chiều dài thêm 3m, tăng chiều rộng thêm 5m thì diện tích của mảnh đất tăng thêm 195m^2. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh đất

Gọi chiều dài là x, chiều rộng là y

Ta có hpt $\begin{cases}2(x+y)=80\\(x+3)(y+5)=xy+195\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=30\\y=10\end{cases}$

Bài 2: 1 thửa ruộng HCN, nếu tăng chiều dài thêm 2m và tăng chiều rộng thêm 3m thì diện tích tăng thêm 100m^2. Nếu cùng giảm cả chiều dài và chiều rộng đi 2m thì diện tích giảm đi 68m^2. Tính diện tích của thửa ruộng đó?

Gọi chiều dài HCN là x

Gọi chiều rộng HCN là y

Ta có hpt $\begin{cases}(x+2)(y+3)=xy+100\\(x-2)(y-2)=xy-68\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=22\\y=14\end{cases}$

Dạng 5. Toán năng suất

* Chú ý:

- Năng suất (NS) là số sản phẩm làm được trong một đơn vị thời gian (t).
- (NS) x (t) = Tổng sản phẩm thu hoạch

Ngày dạy: …………………………..

CÁC GÓC VỚI ĐƯỜNG TRÒN

A. Kiến thức cơ bản

1. Góc ở tâm. Số đo cung

a) Định nghĩa góc ở tâm: Góc có đỉnh trùng với tâm của đtròn đgl góc ở tâm

b) Số đo cung:

- Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó
- Số đo của cung lớn bằng hiệu giữa 360^0 và số đo của cung nhỏ (có chung 2 mút với cung lớn)
- Số đo của nửa đtr bằng 180^0

c) Tính chất của số đo cung: Nếu C là một điểm nằm trên cung AB thì sđ $\overset{\frown}{AB}$=sđ $\overset{\frown}{AC}$+sđ $\overset{\frown}{CB}$

2. Liên hệ giữa cung và dây

a) Định lý 1: Với 2 cung nhỏ trong một đtròn hay trong 2 đtròn bằng nhau:

- 2 cung bằng nhau căng 2 dây bằng nhau
- 2 dây bằng nhau căng 2 cung bằng nhau

b) Định lý 2: Với 2 cung nhỏ trong 1 đtròn hay trong 2 đtròn bằng nhau:

- Cung lớn hơn căng dây lớn hơn
- Dây lớn hơn căng cung lớn hơn

3. Góc nội tiếp

a) Định nghĩa: Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đtròn và 2 cạnh chứa 2 dây cung của đtròn đó. Cung nằm trong góc gọi là cung bị chắn

b) Định lý: Trong 1 đtròn số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn

c) Các hệ quả: Trong một đtròn

- Các góc nt bằng nhau chắn các cung bằng nhau
- Các góc nt cùng chắn 1 cung hoặc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau
- Góc nt (nhr hơn hoặc bằng 90^0) có só đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung
- Góc nt chắn nửa đtròn là góc vuông

4. Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung

a) Định nghĩa: Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung là góc có đỉnh tại tiếp điểm, một cạnh là tiếp tuyến và cạnh còn lại chứa dây cung

b) Định lý: Sđ của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bị chắn

c) Định lý đảo: Nếu $\widehat{BAx}$ có đỉnh nằm trên đtròn, một cạnh chứa dây cung AB, có sđ bằng nửa sđ cung AB căng dây đó và cung này nằm bên trong góc đó thì cạnh Ax là 1 tia tiếp tuyến của đtròn

d) Hệ quả: Trong 1 đtròn, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn 1 cung thì bằng nhau

5. Góc có đỉnh ở bên trong đtròn. Góc có đỉnh ở bên ngoài đtròn

a) Góc có đỉnh ở bên trong đtròn

- Định lý: Sđ của góc ..... bằng nửa tổng sđ của 2 cung bị chắn

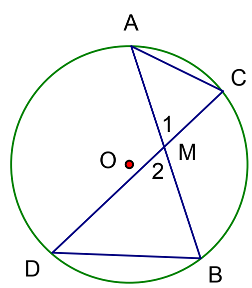
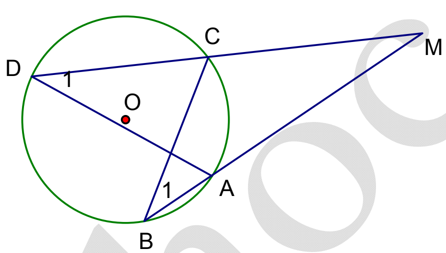
b) Góc có đỉnh ở bên ngoài đtròn

- Định lý: Sđ của góc ..... bằng nửa hiệu sđ của 2 cung bị chắn

B. Bài tập áp dụng

Bài 1: Cho (O) và 1 điểm M cố định không nằm trên đtròn. Qua M kẻ 2 đường thẳng, đường thẳng thứ nhất cắt đtròn (O) tại A và B, đường thẳng thứ hai cắt đtròn (O) tại C và D. CMR: MA.MB = MC.MD

LG

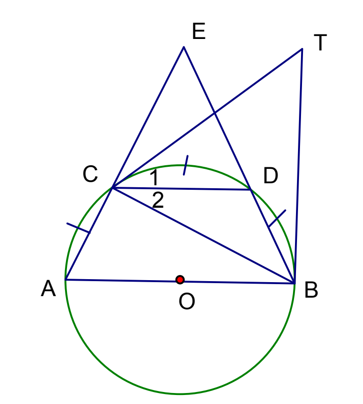
	* **TH1**: điểm M nằm bên trong đtròn (O) - Xét tam giác MAC và tam giác MDB, ta có: $\widehat{M_1} = \widehat{M_2}$ (đối đỉnh) $\widehat{CAM} = \widehat{BDM}$ (góc nt chắn cung BC) $\Rightarrow \Delta MAC \sim \Delta MDB\ \ (g.g)$ $\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MB} \Rightarrow MA.MB = MC.MD$
	* **TH2**: điểm M nằm bên ngoài đtròn (O) - Xét tam giác MAD và tam giác MCB, ta có: $\widehat{M}$ (chung) $\widehat{D_1} = \widehat{B_1}$ (góc nt chắn cung AC) $\Rightarrow \Delta MAD \sim \Delta MCB\ \ (g.g)$ $\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MB} \Rightarrow MA.MB = MC.MD$

Bài 2: Trên một đtròn lấy liên tiếp ba cung: AC, CD, DB sao cho sđ$\overset{\frown}{AC}$=sđ$\overset{\frown}{CD}$=sđ$\overset{\frown}{DB}$=60^0. hai đường thẳng AC và BD cắt nhau tại E, hai tiếp tuyến của đtròn tại B và C cắt nhau tại T. CMR:

a) $\widehat{AEB} = \widehat{BTC}$

b) CD là tia phân giác của góc BCT?

LG



a) Ta có: $\widehat{AEB}=\frac{1}{2}\left(\overparen{AB}-\overparen{CD}\right)=\frac{1}{2}\left(180^0-60^0\right)=60^0$

$\widehat{BTC}=\frac{1}{2}\left(\overparen{BAC}-\overparen{BDC}\right)=\frac{1}{2}\left[\left(\overparen{AB}+\overparen{AC}\right)-\left(\overparen{CD}+\overparen{DB}\right)\right]$

$=\frac{1}{2}\left(180^0+60^0-60^0-60^0\right)=60^0$

Do đó: $\widehat{AEB}=\widehat{BTC}$

b) Ta có: $\widehat{C_1}=\frac{1}{2}\overparen{CD}=30^0$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung)

$\widehat{C_2}=\frac{1}{2}\overparen{DB}=30^0$ (góc nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{C_1}=\widehat{C_2}$. Do đó CD là phân giác của góc BCT

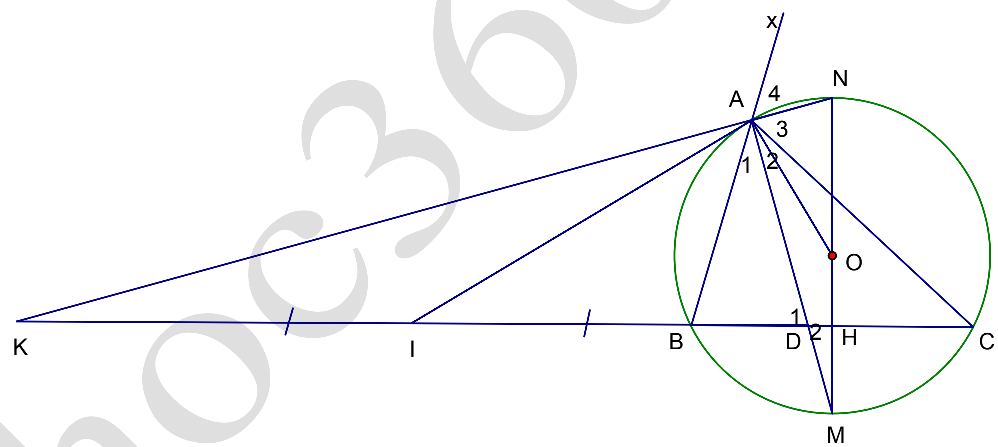
Bài 3: Cho tam giác ABC nội tiếp đtròn (O), tia phân giác của góc A cắt BC ở D và cắt đtròn ở M.

a) CMR: OM vuông góc với BC

b) Phân giác của góc ngoài tại đỉnh A của tam giác ABC cắt (O) ở N. CMR ba điểm M, O, N thẳng hàng.

c) Gọi K là giao điểm của NA và BC, I là trung điểm của KD. CMR: IA là tiếp tuyến của đtròn (O)

LG



a) Ta có: $\widehat{A_1}=\widehat{A_2}\Rightarrow \overparen{BM}=\overparen{CM}\Rightarrow BM=CM$

do $\left.\begin{array}{l}BM=CM\\OB=OC\end{array}\right\}\Rightarrow$ OM là trung trực của BC $\Rightarrow OM\perp BC$

b) Ta có: $\widehat{MAN}=\frac{1}{2}\left(\widehat{BAC}+\widehat{CAx}\right)=\frac{1}{2}.180^0=90^0$

mà $\widehat{MAN}$ là góc nội tiếp và $\widehat{MAN}=90^0\Rightarrow$ MN là đường kính. Do đó M, O, N thẳng hàng

c) Do $\widehat{MAN}=90^0\Rightarrow\widehat{DAK}=90^0\Rightarrow\Delta$ DAK vuông tại A

mà IK = ID => IK = IA = ID => tam giác IAD cân tại I

$\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\widehat{IAD}=\widehat{D_1}\\\widehat{D_2}=\widehat{D_1}\end{array}\right\}\Rightarrow\widehat{IAD}=\widehat{D_2}\quad(1)$

Mặt khác: tam giác OAM cân tại O $\Rightarrow\widehat{OAM}=\widehat{OMA}\quad(2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{IAD}+\widehat{OAM}=\widehat{D_2}+\widehat{OMA} \Rightarrow \widehat{IAO}=\widehat{D_2}+\widehat{OMA}$ (3)

Do tam giác MHD vuông tại H (theo a) $\Rightarrow \widehat{D_2}+\widehat{OMA}=90^0$ (4)

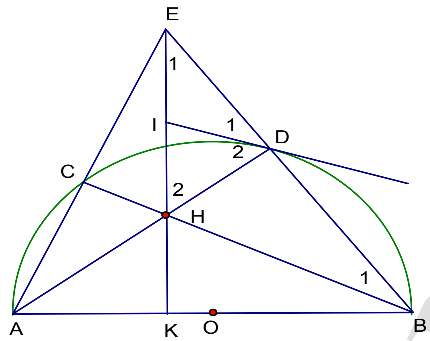
Từ (3) và (4) $\Rightarrow \widehat{IAO}=90^0 \Rightarrow$ IA là tiếp tuyến của đtròn (O)

Bài 4: Cho nửa đtròn tâm O đường kính AB. Gọi C, D thuộc nửa đtròn (C thuộc cung AD). AD cắt BC tại H, AC cắt BD tại E. Chứng minh rằng:

a) EH vuông góc với AB

b) Vẽ tiếp tuyến với đtròn tại D, cắt EH tại I. Chứng minh rằng: I là trung điểm của EH

LG



a) Ta có: $\widehat{ACB}=90^0$ (góc nt chắn nửa đtròn) $\Rightarrow AC \perp BC$

$\widehat{ADB}=90^0$ (góc nt chắn nửa đtròn) $\Rightarrow AD \perp BD$

Xét tam giác EAB, ta có: $\left.\begin{array}{l} AE \perp BC \\ BE \perp AD \\ mà\ AD \times BC = H \end{array}\right\} \Rightarrow$ H là trực tâm của tam giác EAB $\Rightarrow EH \perp AB$

b) Ta có: $\widehat{H_2}=\widehat{B}$ (cùng phụ $\widehat{F_1}$); $\widehat{D_2}=\widehat{B}$ (cùng chắn cung AD)

$\Rightarrow \widehat{H_2}=\widehat{D_2} \Rightarrow \Delta IHD$ cân tại I => IH = ID (1)

Mặt khác: $\left.\begin{array}{l} \widehat{E_1}+\widehat{B}=90^0 \\ \widehat{D_1}+\widehat{D_2}=90^0 \\ mà\ \ \widehat{B}=\widehat{D_2} \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{E_1}=\widehat{D_1} \Rightarrow \Delta IED$ cân tại I => ID = IE (2)

Từ (1) và (2) => IH = IE => I là trung điểm của EH

Bài 5: Cho (O), từ điểm M nằm ngoài đtròn (O) vẽ các tiếp tuyến MC, MD với (O) (C, D là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MAB không đi qua tâm O, A nằm giữa M và B. Tia phân giác của góc ACB cắt AB ở E

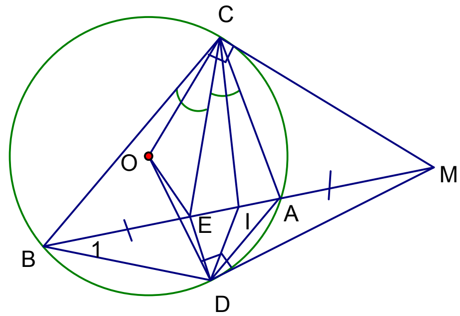
a) CMR: MC = ME

b) DE là phân giác của góc ADB

c) Gọi I là trung điểm của AB. CMR 5 điểm O, I, C, M, D cùng nằm trên một đtròn

d) CMR: M là phân giác của góc CID

LG



a) + ta có: $\widehat{BCE} = \widehat{ACE}$ (gt)

$\widehat{CBA} = \widehat{MCA}$ (cùng chắn cung AC)

$\Rightarrow \widehat{BCE} + \widehat{CBA} = \widehat{ACE} + \widehat{MCA}$ hay $\widehat{BCE} + \widehat{CBA} = \widehat{MCE}$ (1)

+ mặt khác: $\widehat{BCE} + \widehat{CBA} = \widehat{CEM}$ (tính chất góc ngoài của tam giác) (2)

+ từ (1) và (2) $\widehat{MCE} = \widehat{CEM} \Rightarrow \Delta MCE$ cân tại M => MC = ME

b) + vì MC và MD là các tiếp tuyến => MC = MD, mà MC = ME => MD = ME => tam giác MDE cân tại M $\Rightarrow \widehat{MED} = \widehat{MDE} = \widehat{MDA} + \widehat{ADE}$ (1)

+ mặt khác: $\widehat{MED} = \widehat{B_1} + \widehat{BDE}$ (tính chất góc ngoài của tam giác) (2)

+ (1); (2) $\widehat{MDA} + \widehat{ADE} = \widehat{B_1} + \widehat{BDE}$ (3)

+ lại có: $\widehat{MDA} = \widehat{B_1}$ (cùng chắn cung AD) (4)

+ (3); (4) $\Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{BDE} \Rightarrow DE$ là phân giác của góc ADB

c) + do MC, MD là các tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow \widehat{OCM} = \widehat{ODM} = 90^0 \Rightarrow$ 4 điểm O, C, D, M thuộc đtròn có đường kính OM (*)

+ lại có: I là trung điểm của AB $\Rightarrow IO \perp AB$ (định lý đường kính và dây) => IO vuông góc với IM => tam giác IOM vuông tại I => 3 điểm I, O, M thuộc đtròn có đường kính OM (**)

+ (*) và (**) => 5 điểm 0, I, C, M, D cùng nằm trên một đtròn

d) + Xét đtròn đi qua 5 điểm: O, I, C, M, D có đường kính OM, ta có:

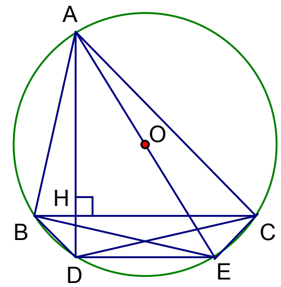
$$\left.\begin{array}{l} \widehat{CIM} = \frac{1}{2} sd\,\overset{\frown}{CM} \quad (góc\ nt) \\ \widehat{DIM} = \frac{1}{2} sd\,\overset{\frown}{DM} \quad (góc\ nt) \\ mà\ CM = DM \Rightarrow sd\,\overset{\frown}{CM} = sd\,\overset{\frown}{DM} \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{CIM} = \widehat{DIM} \Rightarrow \text{IM là phân giác của góc CID}$$

Bài 6: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đtròn (O), đường cao AH cắt đtròn ở D. Kẻ đường kính AE. CMR:

a) BC song song với DE

b) Tứ giác BCED là hình thang cân

LG



a) Ta có: BC vuông góc với AD (gt) (1)

+ mà $\widehat{ADE} = 90^0$ (góc nt chắn nửa đtròn) => DE vuông góc với AD (2)

+ Từ (1) và (2) suy ra BC // DE (cùng vuông góc với AD)

b) HTC = HT + 2 góc ở 1 đáy bằng nhau (hoặc 2 đường chéo bằng nhau)

(Chú ý: Hình thang có 2 cạnh bên bằng nhau chưa chắc là HTC (VD: Hình bình hành là hình thang có 2 cạnh bên bằng nhau nhưng không là HTC))

+ do BC // DE suy ra tứ giác BCED là hình thang (1)

+ lại có: BC // DE $\Rightarrow sd\overset{\frown}{BD} = sd\overset{\frown}{CE}$ (2 cung bị chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau)

$\Rightarrow sd\overset{\frown}{BD} + sd\overset{\frown}{DE} = sd\overset{\frown}{CE} + sd\overset{\frown}{DE} \Rightarrow sd\overset{\frown}{BE} = sd\overset{\frown}{CD} \Rightarrow BE = CD$ (liên hệ giữa cung và dây) (2)

+ từ (1) và (2) suy ra tứ giác BCED là Hình thang cân.

****

Ngày dạy: ……………………………………..

HÀM SỐ $y = ax^2\left(a \ne 0\right)$. ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax^2\left(a \ne 0\right)$

A. Kiến thức cơ bản

1. Tính chất hàm số $y = ax^2\left(a \ne 0\right)$

a) Tính chất:

Nếu a > 0 thì hàm số nghịch biến khi x < 0 và đồng biến khi x > 0

Nếu a < 0 thì hàm số nghịch biến khi x > 0 và đồng biến khi x < 0

b) Nhận xét:

Nếu a > 0 thì y > 0 với mọi x khác 0; y = 0 khi x = 0. giá trị nhỏ nhất của hàm số là y = 0.

Nếu a < 0 thì y < 0 với mọi x khác 0; y = 0 khi x = 0. giá trị lớn nhất của hàm số là y = 0.

2. Tính chất đồ thị hàm số $y = ax^2\left(a \ne 0\right)$

Đồ thị hàm số $y = ax^2\left(a \ne 0\right)$ là một đường cong đi qua gốc tọa độ và nhận trục Oy là trục đối xứng. đường cong đó được gọi là một Parabol với đỉnh O.

Nếu a > 0 thì đồ thị nằm phía trên trục hoành, O(0;0) là điểm thấp nhất của đồ thị.

Nếu a < 0 thì đồ thị nằm phía dưới trục hoành, O(0;0) là điểm cao nhất của đồ thị.

B. Bài tập áp dụng

Bài 1: Cho hàm số $y = -5x^2$

a) Lập bảng tính giá trị của y với các giá trị của x lần lượt bằng: -2; -1; $-\frac{1}{2}$; 0; $\frac{1}{2}$; 1; 2

b) Với giá trị nào của x thì hàm số nhận giá trị tường ứng bằng: 0; -7,5; -0,05; 50; -120

LG

a) Bảng các giá trị tương ứng của x và y là:

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y=-5x^2$	-20	-5	$-\frac{5}{4}$	0	$\frac{5}{4}$	-5	-20

b)
+ Với y = 0 ta có: $-5x^2=0\Rightarrow x^2=0\Rightarrow x=0$
+ Với y = -7,5 ta có: $-5x^2=7,5\Rightarrow x^2=1,5\Rightarrow x=\pm\sqrt{1,5}$
+ Với y = -0,05 ta có: $-5x^2=-0,05\Rightarrow x^2=0,01\Rightarrow x=\pm 0,1$
+ Với y = -7,5 ta có: $-5x^2=50\Rightarrow x^2=-10\Rightarrow$ pt vô nghiệm
+ Với y = -7,5 ta có: $-5x^2=-120\Rightarrow x^2=24\Rightarrow x=\pm 2\sqrt{6}$

Bài 2: Cho hàm số $y=\left(m^2-m\right)x^2$. Tìm giá trị của m để:
a) Hàm số đồng biến với mọi x > 0
b) Hàm số nghịch biến với mọi x > 0

LG

Ta có: $a=m^2-m=m.\left(m-1\right)$

a) Hàm số đồng biến với mọi x > 0 $\Leftrightarrow a>0\Leftrightarrow m.\left(m-1\right)>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m>0\\m-1>0\end{cases}\\\begin{cases}m<0\\m-1<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m>0\\m>1\end{cases}\\\begin{cases}m<0\\m<1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>1\\m<0\end{array}\right.$

vậy m > 1 hoặc m < 0 thì hàm số đồng biến với mọi x > 0

b) Hàm số nghịch biến với mọi x > 0

$\Leftrightarrow a<0\Leftrightarrow m.\left(m-1\right)<0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m>0\\m-1<0\end{cases}\\\begin{cases}m<0\\m-1>0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m>0\\m<1\end{cases}\\\begin{cases}m<0\\m>1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0<m<1\\ không\ \exists\ m\end{array}\right.\Leftrightarrow 0<m<1$

Bài 3: Cho hàm số $y=ax^2$. Xác định hệ số a trong các trường hợp sau:
a) Đồ thị của nó đi qua điểm A(3; 12)
b) Đồ thị của nó đi qua điểm B(-2; 3)

LG

a) Vì đồ thị hs đi qua điểm A nên tọa độ điểm A thỏa mãn hs, ta có: $12=a.3^2\Leftrightarrow a=\frac{4}{3}$

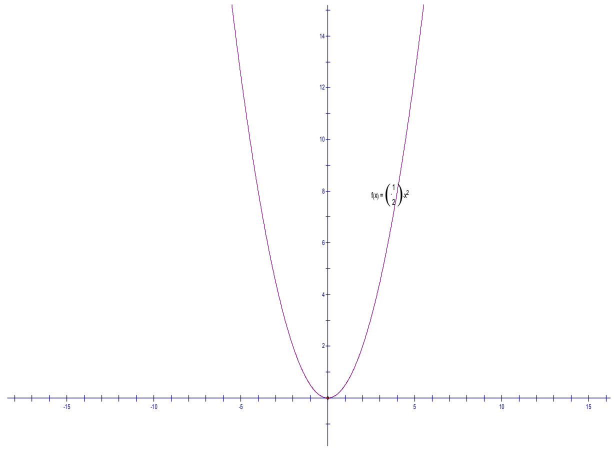
b) Vì đồ thị hs đi qua điểm B nên tọa độ điểm B thỏa mãn hs, ta có: $3=a.\left(-2\right)^2\Leftrightarrow a=\frac{3}{4}$

Bài 4: Cho hàm số $y=ax^2$
a) Xác định hệ số a, biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm A(2; 2)
b) Vẽ đồ thị hàm số với giá trị của a vừa tìm được

LG

a) Vì đồ thị hs đi qua điểm A nên tọa độ điểm A thỏa mãn hs, ta có: $2=a.2^2\Leftrightarrow a=\frac{1}{2}$

b) Với a = ½ ta có hàm số sau: $y=\frac{1}{2}x^2$



Bài 5: Cho hàm số $y = 0,4x^2$. Các điểm sau đây, điểm nào thuộc đồ thị hàm số, điểm nào không thuộc đồ thị hàm số: A(-2; 1,6), B(3; 3,5), C($\sqrt{5}$; 0,2)

LG

PP: muốn kiểm tra xem 1 điểm thuộc hay không thuộc đồ thị hs ta làm như sau: thay hoành độ của điểm đó vào hàm số, nếu giá trị của hs bằng với tung độ của nó thì điểm đó thuộc đồ thị hs; nếu giá trị của hs không bằng với tung độ của nó thì điểm đó không thuộc đồ thị hs.

- Điểm A(-2; 1,6)

Thay x = -2 vào hàm số ta có: $y = 0,4(-2)^2 = 1,6$, do đó điểm A thuộc đồ thị hs

- Điểm B(3; 3,5)

Thay x = 3 vào hs ta có: $y = 0,4.3^2 = 3,6 \neq 3,5$ do đó điểm B không thuộc đồ thị hs

- Điểm C($\sqrt{5}$; 0,2)

Thay x = $\sqrt{5}$ vào hs ta có: $y = 0,4.\left(\sqrt{5}\right)^2 = 2 \neq 0,2$ do đó điểm C không thuộc đồ thị hs

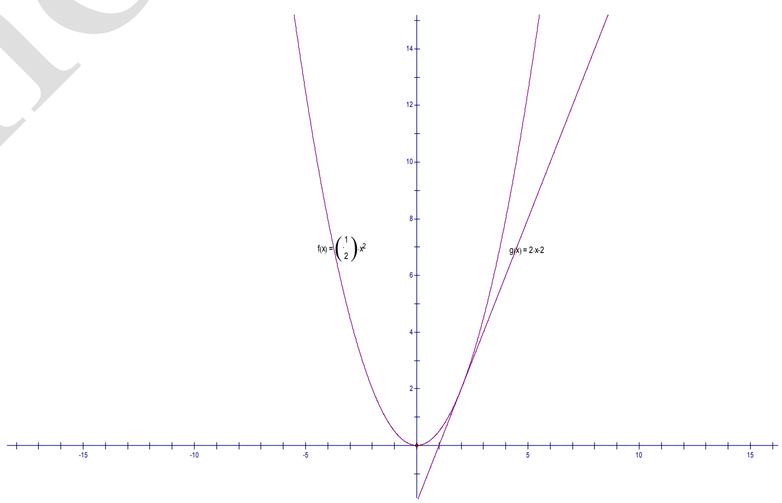
Bài 6: Cho 2 hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ và y = 2x – 2

a) Vẽ đồ thị 2 hàm số trên trên cùng 1 mặt phẳng tọa độ

b) Tìm tọa độ giao điểm của 2 đồ thị

LG

a) Vẽ đồ thị



b) pt hoành độ giao điểm của 2 đồ thị: $\frac{1}{2}x^2 = 2x - 2 \Leftrightarrow x_1 = x_2 = 2$

thay x = 2 vào 1 trong 2 hs ta được: y = 2.2 – 2 = 2. Vậy tọa độ giao điểm của 2 đồ thị là M(2; 2)

Bài 7: Cho hàm số $y = ax^2$

a) Xác định a biết rằng đồ thị hàm số cắt đường thẳng y = -3x + 4 tại điểm A có hoành độ bằng -2.

b) Với giá trị của a vừa tìm được, vẽ đồ thị 2 hàm số trên cùng mặt phẳng tọa độ

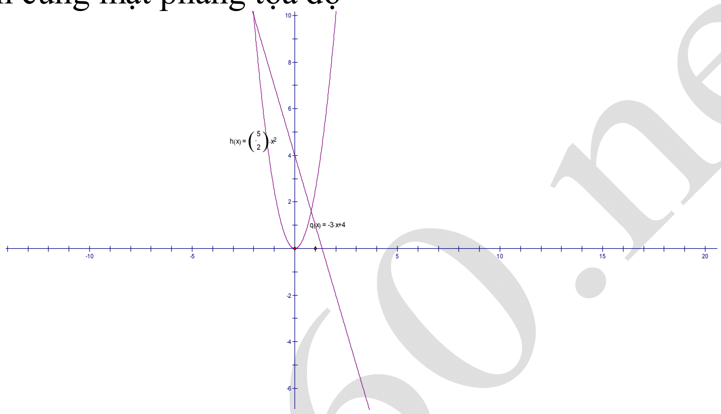
c) Tìm tọa độ giao điểm của 2 đồ thị

LG

a) tung độ của điểm A là: y = -3.(-2) + 4 = 10. Vậy tọa độ điểm A(-2; 10)

vì đồ thị hs $y = ax^2$ đi qua điểm A nên tọa độ điểm A thỏa mãn hs, ta có: $10 = a(-2)^2 \Leftrightarrow a = \frac{5}{2}$. Khi đó hs có dạng: $y = \frac{5}{2}x^2$

b) vẽ đồ thị 2 hs trên cùng mặt phẳng tọa độ



c) pt hoành độ giao điểm của 2 đồ thị: $\frac{5}{2}x^2 = -3x + 4 \Leftrightarrow x_1 = \frac{4}{5}; x_2 = -2$

+ Với $x_1 = \frac{4}{5} \Rightarrow y_1 = -3.\frac{4}{5} + 4 = \frac{8}{5}$ tọa độ điểm A($\frac{4}{5}; \frac{8}{5}$)

+ Với $x_1 = -2 \Rightarrow y_1 = -3.(-2) + 4 = 10$ tọa độ điểm B(-2; 10)

Bài 8: Cho hàm số $y = ax^2$

a) Xác định a biết rằng đồ thị hàm số cắt đường thẳng y = -2x + 3 tại điểm A có hoành độ bằng 1.

b) Với giá trị của a vừa tìm được, vẽ đồ thị 2 hàm số trên cùng mặt phẳng tọa độ

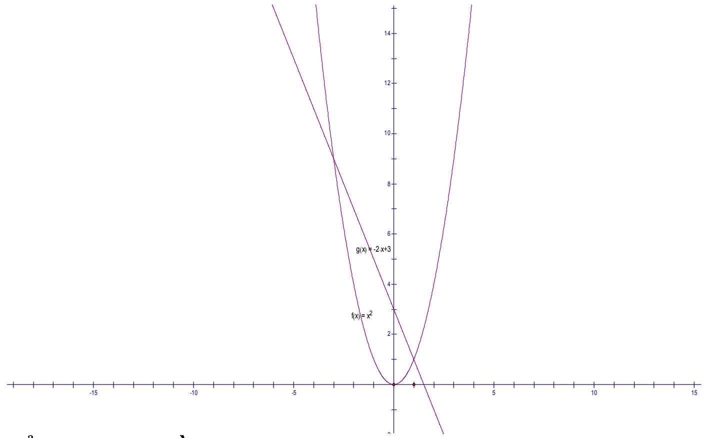
c) Tìm tọa độ giao điểm của 2 đồ thị.

LG

a) tung độ của điểm A là: y = -2.1 + 3 = 1, do đó tọa độ của điểm A là A(1; 1)

vì đồ thị hs $y = ax^2$ đi qua điểm A nên tọa độ điểm A thỏa mãn hs, ta có: $1 = a.1^2 \Leftrightarrow a = 1$. Khi đó hs có dạng: $y = x^2$

b) vẽ đồ thị 2 hs trên cùng mặt phẳng tọa độ



c) pt hoành độ giao điểm của 2 đồ thị: $x^2 = -2x + 3 \Leftrightarrow x_1 = 1;\ x_2 = -3$

+ Với $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = -2.1 + 3 = 1$ tọa độ điểm A(1; 1)

+ Với $x_1 = -3 \Rightarrow y_1 = -2.(-3) + 3 = 9$ tọa độ điểm B(-3; 9)

Bài 9: Cho 2 hàm số (P): $y = -x^2$ và (d): y = 2x + 1.

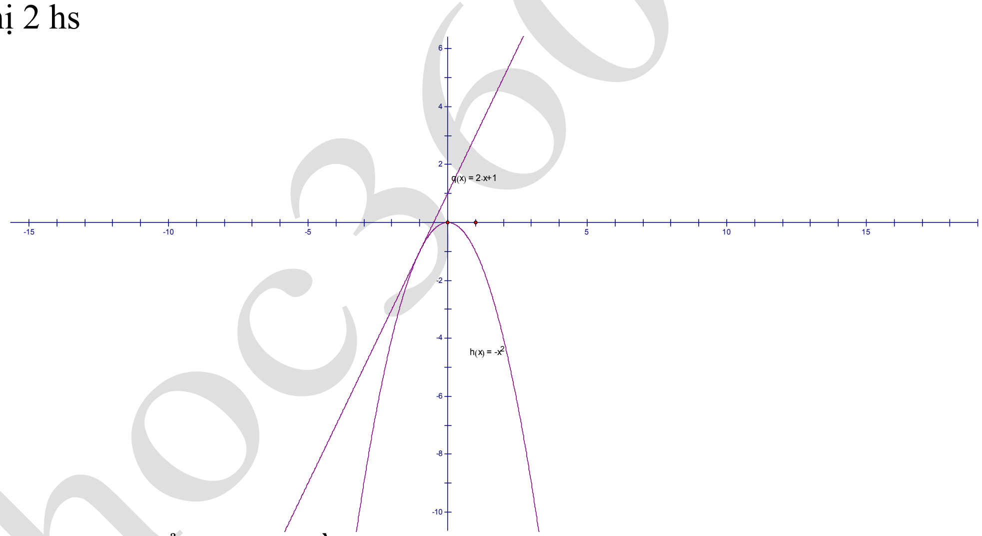
a) Vẽ trên cùng mặt phẳng tọa độ đồ thị 2 hàm số trên

b) Xác định tọa độ giao điểm của (P) và (d)

c) Tìm hàm số (d_1): y = ax + b biết rằng đồ thị của nó đi qua điểm A(-2; -1) và song song với (d).

LG

a) vẽ đồ thị 2 hs



b) pt hoành độ giao điểm của 2 đồ thị: $-x^2 = 2x + 1 \Leftrightarrow x_1 = x_2 = -1$

+ Với $x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = -(-1)^2 = -1$ tọa độ điểm A(-1; -1)

c) vì (d_1) // (d) nên a = 2. khi đó (d_1) có dạng: y = 2x + b

mặt khác (d_1) đi qua A nên tọa độ của A thỏa mãn (d_1), ta có: -1 = 2.(-2) + b => b = 3

vậy hàm số (d_1): y = 2x + 3

Bài 10: Trên cùng 1 mặt phẳng tọa độ, cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = -x + 2$

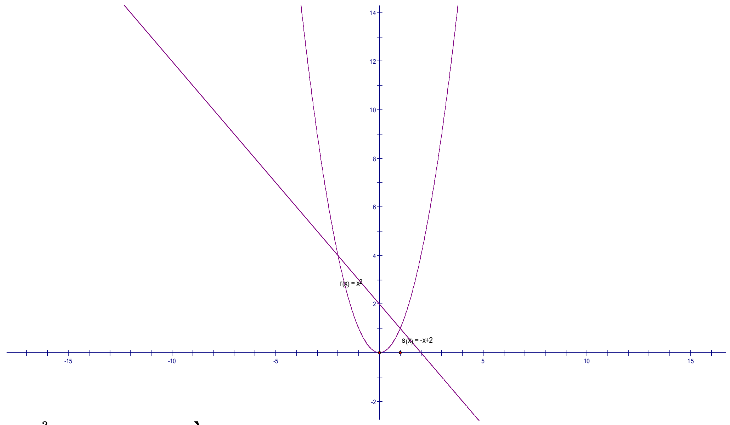
a) Vẽ (P) và (d)

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d)

c) Tìm hàm số (d_1): y = ax + b biết rằng đồ thị của nó song song với (d) và cắt (P) tại điểm M có hoành độ bằng 2

LG

a) vẽ đồ thị



b) pt hoành độ giao điểm của 2 đồ thị: $x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x_1 = 1; x_2 = -2$

+ Với $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = (1)^2 = 1$ tọa độ điểm A(1; 1)

+ Với $x_1 = -2 \Rightarrow y_1 = (-2)^2 = 4$ tọa độ điểm A(-2; 4)

c) vì d_1 // d nên a = -1, do đó d_1 có dạng: y = -x + b

+ tung độ của điểm M là: y = 2^2 = 4. Tọa độ điểm M(2; 4)

+ mặt khác d_1 đi qua M nên ta có: 4 = -2 + b => b = 6

Vậy pt d_1: y = -x + 6

****

Ngày dạy: …………………………………….

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

A. Kiến thức cơ bản

1. Định nghĩa: pt bậc hai một ẩn là pt có dạng: $ax^2 + bx + c = 0\,(a \neq 0)$ (1), trong đó x là ẩn; a, b, c là các số cho trước.

2. Cách giải

a) Khuyết c (c = 0): pt (1) trở thành: $ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x(ax + b) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ ax + b = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\dfrac{b}{a} \end{array}\right.$

b) Khuyết b (b = 0): pt (1) trở thành: $ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow ax^2 = -c \Leftrightarrow x^2 = -\dfrac{c}{a}$ (2)

- nếu $-\dfrac{c}{a} < 0$ thì pt (2) vô nghiệm, suy ra pt (1) cung vô nghiệm

- nếu $-\dfrac{c}{a} > 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-\dfrac{c}{a}}$

c) đầy đủ: $ax^2 + bx + c = 0\,(a \neq 0)$

Công thức nghiệm	**Công thức nghiệm thu gọn**
$\Delta = b^2 - 4ac$ + Nếu $\Delta > 0$ thì pt có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$	$\Delta' = b'^2 - ac$ + Nếu $\Delta' > 0$ thì pt có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \dfrac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}$; $x_2 = \dfrac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$

+ nếu $\Delta = 0$ thì pt có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ + nếu $\Delta < 0$ thì pt vô nghiệm	+ nếu $\Delta' = 0$ thì pt có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = \frac{-b'}{a}$ + nếu $\Delta' < 0$ thì pt vô nghiệm

d) Cho pt: $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$. Điều kiện để phương trình:

- Vô nghiệm: $\Delta < 0$ ($\Delta' < 0$)
- Nghiệm kép: $\Delta = 0$ ($\Delta' = 0$)
- Có 2 nghiệm phân biệt: $\Delta > 0$ ($\Delta' > 0$) hoặc a.c < 0
- Có 2 nghiệm cùng dấu: $\begin{cases} \Delta(\Delta') \geq 0 \\ x_1.x_2 > 0 \end{cases}$
- Có 2 nghiệm cùng dấu âm: $\begin{cases} \Delta(\Delta') \geq 0 \\ x_1.x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 < 0 \end{cases}$
- Có 2 nghiệm cùng dấu dương: $\begin{cases} \Delta(\Delta') \geq 0 \\ x_1.x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \end{cases}$
- Có 2 nghiệm khác dấu: $\begin{cases} \Delta(\Delta') \geq 0 \\ x_1.x_2 < 0 \end{cases}$

3. Hệ thức Vi-ét và ứng dụng

- Định lý: Nếu x_1; x_2 là 2 nghiệm của pt $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1.x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$

- Ứng dụng nhẩm nghiệm của hệ thức Vi-ét:

+ nếu pt $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có $a + b + c = 0$ thì pt có 2 nghiệm là: $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a}$

+ nếu pt $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có $a - b + c = 0$ thì pt có 2 nghiệm là: $x_1 = -1; x_2 = -\frac{c}{a}$

+ nếu $\begin{cases} u + v = S \\ u.v = P \end{cases}$ thì suy ra u, v là nghiệm của pt: $x^2 - Sx + P = 0$ (điều kiện để tồn tại u, v là $\Delta = S^2 - 4P \geq 0$)

B. Bài tập áp dụng

Bài 1: Giải các phương trình sau:

$a)\ 5x^2 + 6x = 0$ $\left(x_1 = 0; x_2 = -\frac{6}{5}\right)$ $b)\ 2x^2 - 1 = 0$ $\left(x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}; x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$c)\ 8x^2 - 5x = 0$ $\left(x_1 = 0; x_2 = \frac{5}{8}\right)$ $d)\ -2x^2 + 3x = 0$ $\left(x_1 = 0; x_2 = \frac{3}{2}\right)$

$e)\ 2x^2 - 42 = 0$ $\left(x_1 = \sqrt{21}; x_2 = -\sqrt{21}\right)$

Bài 2: Giải các phương trình sau:

$a)\ 3x^2-4x+1=0 \quad \left(x_1=1; x_2=\frac{1}{3}\right)$ $\qquad b)\ x^2+10x-39=0 \quad \left(x_1=3; x_2=-13\right)$

$c)\ x^2-6x-55=0 \quad \left(x_1=11; x_2=-5\right)$ $\qquad d)\ 3x^2-x-70=0 \quad \left(x_1=5; x_2=-\frac{14}{3}\right)$

$e)\ 2x^2-5x+2=0 \quad \left(x_1=2; x_2=\frac{1}{2}\right)$

Bài 3: Giải các phương trình sau:

a) $(2x+1)(2x-1)+(x-3)^2=1 \Leftrightarrow 5x^2-6x+7=0$ pt vô nghiệm

b) $(4x+1)^2-2x(x-6)-1=0 \Leftrightarrow 14x^2+20x=0 \Leftrightarrow \left(x_1=0;\ x_2=-\frac{10}{7}\right)$

c) $(3x-1)(x+2)=20 \Leftrightarrow 3x^2+5x-22=0 \Leftrightarrow \left(x_1=2;\ x_2=-\frac{11}{3}\right)$

d) $(x-4)(4x-3)+3=0 \Leftrightarrow 4x^2-19x+15=0 \Leftrightarrow \left(x_1=1;\ x_2=\frac{15}{4}\right)$

Bài 4: Chứng tỏ rằng với mọi m các phương trình sau luôn luôn có 2 nghiệm phân biệt.

a) $x^2+2(1-m)x-m=0$

Ta có: $\Delta'=...=m^2-m+1=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0,\ \forall m$, do đenta dương với mọi m nên pt có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

b) $x^2+mx-m^2-1=0$

Ta có: $\Delta'=...=m^2-4\left(-m^2-1\right)=...=5m^2+4>0,\ \forall m$, do đenta dương với mọi m nên pt có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

Bài 5: Cho pt $mx^2-(2m-1)x+2=0$. Tìm m để pt có nghiệm kép

Pt có nghiệm kép:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta=4m^2-12m+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m_1=\frac{3+2\sqrt{2}}{2};\ m_2=\frac{3-2\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m_1=\frac{3+2\sqrt{2}}{2};\ m_2=\frac{3-2\sqrt{2}}{2}$$

Bài 6: Cho 2 pt sau: $x^2+mx+2=0 \quad (1);\quad x^2+2x+m=0 \quad (2)$. Với giá trị nào của m thì 2 pt trên có 1 nghiệm chung

- đk để pt (1) có nghiệm là: $\Delta_1'=m^2-8\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 2\sqrt{2} \\ m\leq -2\sqrt{2} \end{array}\right.$ (*)

- đk để pt (2) có nghiệm là: $\Delta_2'=1-m\geq 0 \Leftrightarrow m\leq 1$ (**)

- từ (*) và (**) suy ra để cả 2 pt có nghiệm thì $m\leq -2\sqrt{2}$

- giả sử x_0 là 1 nghiệm chung của 2 pt trên, ta có :

$x_0^2+mx_0+2=x_0^2+2x_0+m \ (=0) \Leftrightarrow mx_0+2-2x_0-m=0 \Leftrightarrow (m-2)x_0=m-2 \Leftrightarrow x_0=\frac{m-2}{m-2}=1$ (vì m khác 2 do $m\leq -2\sqrt{2}$)

- thay x_0 = 1 vào (1) hoặc (2) ta được: $1^2+m+2=0 \Leftrightarrow m=-3$

Vậy m = -3 thì 2 pt trên có 1 nghiệm chung

Bài 7: Tìm m để 2 pt sau có nghiệm chung?

$x^2-(m+4)x+m+5=0 \quad (1)$

$x^2-(m+2)x+m+1=0 \quad (2)$

- đk để pt (1) có nghiệm là: $\Delta_1 = m^2 + 4m - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 2\sqrt{2} - 2 \\ m \leq -2\sqrt{2} - 2 \end{array}\right.$ (*)

- đk để pt (2) có nghiệm là: $\Delta_2 = m^2 \geq 0, \forall m$ (**)

- từ (*) và (**) suy ra để cả 2 pt có nghiệm thì $\left[\begin{array}{l} m \geq 2\sqrt{2} - 2 \\ m \leq -2\sqrt{2} - 2 \end{array}\right.$ (***)

- giả sử x_0 là nghiệm chung của 2 pt trên, ta có :
$x_0^2 - (m+4)x_0 + m + 5 = x_0^2 - (m+2)x_0 + m + 1 \quad (=0) \Leftrightarrow (-m-4+m+2)x_0 = -4 \Leftrightarrow x_0 = 2$

- thay $x_0 = 2$ vào (1) ta được: $4 - (m+4).2 + m + 5 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa mãn (***))

Vậy m = 1 thì 2 pt trên có nghiệm chung.

Bài 8: Tìm m để 2 pt sau có nghiệm chung?

$2x^2 + mx - 1 = 0$ (1)

$mx^2 - x + 2 = 0$ (2)

- đk để pt (1) có nghiệm là: $\Delta_1 = m^2 + 8 \geq 0, \forall m$ (*)

- đk để pt (2) có nghiệm là: $\Delta_2 = 1 - 8m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{8}$ (**)

- từ (*) và (**) suy ra để cả 2 pt có nghiệm thì $m \leq \frac{1}{8}$ (***)

- giả sử x_0 là nghiệm chung của 2 pt trên, khi đó:
$2x_0^2 + mx_0 - 1 = mx_0^2 - x_0 + 2 \quad (=0) \Leftrightarrow (m-2)x_0^2 - (m+1)x_0 + 3 = 0$

Ta có: $\Delta = m^2 - 10m + 25 = (m-5)^2 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = |m-5| = 5 - m$ (vì $m \leq \frac{1}{8}$), nên pt có 2 nghiệm phân biệt: $x_{0_1} = \frac{m+1+5-m}{2(m-2)} = \frac{3}{m-2}$; $x_{0_2} = \frac{m+1-5+m}{2(m-2)} = \frac{2m-4}{2(m-2)} = \frac{2(m-2)}{2(m-2)} = 1$

- thay $x_{0_1} = \frac{3}{m-2}$ vào (1) ta được:
$2.\left(\frac{3}{m-2}\right)^2 + m.\frac{3}{m-2} - 1 = 0 \Leftrightarrow 18 + 3m(m-2) - (m-2)^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - m + 7 = 0$ (phương trình vô nghiệm vì có $\Delta_m = -27 < 0$)

- thay $x_{0_2} = 1$ vào (1) ta được: $2.1^2 + m.1 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$ (thỏa mãn (***))

Vậy m = -1 thì 2 pt trên có nghiệm chung.

Bài 9: Cho pt $x^2 - 4x + m + 1 = 0$

a) xác định m để pt có nghiệm

b) Tìm m để pt có 2 nghiệm thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 10$

LG

a) Ta có: $\Delta' = ... = 3 - m$. Pt có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 3 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$

b) với $m \leq 3$ giả sử pt có 2 nghiệm là x_1 ; x_2. theo Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1.x_2 = m + 1 \end{cases}$ (*)

lại có: $x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10$ (**)

thay (*) vào (**) ta được: $4^2 - 2(m+1) = 10 \Leftrightarrow m = 2$ (thỏa mãn điều kiện)

Bài 10: Cho pt $3x^2 - 5x + m = 0$. Xác định m để pt có 2 nghiệm thỏa mãn $x_1^2 - x_2^2 = \frac{5}{9}$

Ta có: $\Delta = ... = 25 - 12m$

Pt có 2 nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 25-12m \geq \Leftrightarrow m \leq \frac{25}{12}$ (*)

với $m \leq \frac{25}{12}$ giả sử pt có 2 nghiệm là x_1 ; x_2. theo Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{5}{3} & (1) \\ x_1.x_2 = \frac{m}{3} & (2) \end{cases}$

lại có: $x_1^2 - x_2^2 = \frac{5}{9} \Leftrightarrow (x_1+x_2)(x_1-x_2) = \frac{5}{9} \Leftrightarrow \frac{5}{3}(x_1-x_2) = \frac{5}{9} \Leftrightarrow x_1 - x_2 = \frac{1}{3}$ (3)

kết hợp (1) và (3) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{5}{3} \\ x_1 - x_2 = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{2}{3} \end{cases}$ thay vào (2) ta được

$1.\frac{2}{3} = \frac{m}{3} \Leftrightarrow m = 2$ (thỏa mãn đk (*))

Bài 11: Cho pt $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$

a) Chứng tỏ rằng pt có nghiệm x_1, x_2 với mọi m

b) Đặt $A = 2\left(x_1^2 + x_1^2\right) - 5x_1x_2$

* CMR: $A = 8m^2 - 18m + 9$

* Tìm m để A = 27

c) Tìm m để pt có nghiệm này bằng 2 lần nghiệm kia

LG

a) ta có $\Delta = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 \geq 0, \forall m$, do đó pt có 2 nghiệm với mọi giá trị của m

b) + với mọi m pt có nghiệm x_1, x_2. theo Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1.x_2 = 2m-1 \end{cases}$ (*)

từ $A = 2\left(x_1^2 + x_1^2\right) - 5x_1x_2 \Rightarrow A = 2(x_1+x_2)^2 - 9x_1x_2$ (**)

thay (*) vào (**) ta được: $A = 2(2m)^2 - 9(2m-1) = 8m^2 - 18m + 9$ => đpcm

\+ với A = 27 suy ra $8m^2 - 18m + 9 = 27 \Leftrightarrow 8m^2 - 18m - 18 = 0 \Leftrightarrow m_1 = 3;\ m_2 = -\frac{3}{4}$

c) giả sử $x_1 = 2.x_2$, kết hợp (*) ta có:

$$\begin{cases} x_1 = 2x_2 \\ x_1 + x_2 = 2m \\ x_1.x_2 = 2m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2x_2 \\ 3x_2 = 2m \\ x_1.x_2 = 2m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{4m}{3} \\ x_2 = \frac{2m}{3} \\ \frac{4m}{3}.\frac{2m}{3} = 2m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{4m}{3} \\ x_2 = \frac{2m}{3} \\ 8m^2 - 18m + 9 = 0 \end{cases}$$

giải pt $8m^2 - 18m + 9 = 0 \Leftrightarrow m_1 = \frac{3}{2}; m_2 = \frac{3}{4}$

****

Ngày dạy: …………………………………….

CÁC GÓC VỚI ĐƯỜNG TRÒN – TỨ GIÁC NỘI TIẾP

A. Kiến thức cơ bản: Tứ giác nội tiếp

1. Định nghĩa: Tứ giác có 4 đỉnh nằm trên đtròn đgl tứ giác nội tiếp
2. Tính chất: Trong 1 tứ giác nội tiếp tổng số đo các góc đối diện bằng 180^0
3. Dấu hiệu: Để chứng minh một tứ giác nội tiếp đtròn ta chứng minh:
- Tứ giác có 4 đỉnh nằm trên đtròn
- Tứ giác có tổng 2 góc đối diện bằng 180^0
- Tứ giác có 2 góc bằng nhau cùng nhìn xuống 1 cạnh

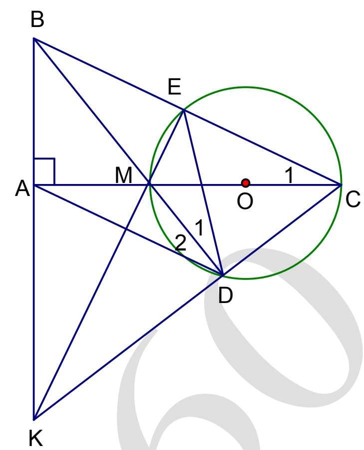
B. Bài tập áp dụng:

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A, điểm M nằm trên AC, đtròn đường kính CM cắt BC tại E, BM cắt đròn tại D

a) CMR: tứ giác BADC nội tiếp

b) DB là phân giác của góc EDA

c) CMR 3 đường thẳng BA, EM, CD đồng quy



a) ta có: $\widehat{BAC} = 90^0$ (gt)

$\widehat{BDC} = 90^0$ (góc nt chắn nửa đtròn)

Suy ra tứ giác BADC nt đtròn đường kính BC

b) ta có: $\widehat{C_1} = \widehat{D_1}$ (cùng chắn cung ME)

vì tứ giác BADC nt $\Rightarrow \widehat{C_1} = \widehat{D_2}$ (cùng chắn cung AB)

$\Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{D_2} \Rightarrow$ DB là phân giác của góc EDA

c) giả sử AB cắt CD tại K

xét tam giác KBC, ta có: $\left.\begin{matrix} CK \perp BK \\ BD \perp CK \\ CA \times BD = M \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ M là trực tâm của tam giác KBC $\Rightarrow KM \perp BC$

mặt khác $\Rightarrow ME \perp BC$ (góc nt chắn nửa đtròn), suy ra đthẳng KM và ME trùng nhau

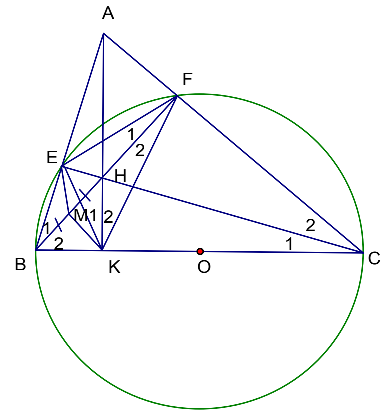
do đó 3 đthẳng AB, EM, CD đồng quy tại K

Bài 2: Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt AB tại E, cắt AC tại F. Các tia BE cà CE cắt nhau tại H. CMR:

a) AH vuông góc với BC

b) Gọi K là giao điểm của AH và BC. CMR: FB là phân giác của góc EFK

c) Gọi M là trung điểm của BH. CMR: tứ giác EMKF nt



a) ta có: $\widehat{BEC} = 90^0$ (góc nt chắn nửa đtròn) $\Rightarrow CE \perp AB$

$\widehat{BFC} = 90^0$ (góc nt chắn nửa đtròn) $\Rightarrow BF \perp AC$

xét tam giác ABC, ta có: $\left.\begin{array}{l} CE \perp AB \\ BF \perp AC \\ BF \times CE = H \end{array}\right\} \Rightarrow$ H là trực tâm của tam giác ABC $\Rightarrow AH \perp BC$

b) xét tứ giác CKHF, có: $\widehat{K} + \widehat{F} = 180^0 \Rightarrow$ tứ giác CKHF nt $\Rightarrow \widehat{C_1} = \widehat{F_2}$ (cùng chắn cung HK)

mặt khác: $\widehat{C_1} = \widehat{F_1}$ (cùng chắn cung BE)

suy ra $\widehat{F_1} = \widehat{F_2}$, do đó FB là phân giác của góc EFK

c) xét tứ giác BKHE có $\widehat{K} + \widehat{E} = 180^0 \Rightarrow$ tứ giác BKHE nt $\Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{K_1}$ (cùng chắn cung HE)

mà: $\widehat{B_1} = \widehat{C_2}$ (cùng chắn cung EF)

mặt khác, do tứ giác CKHF nt $\Rightarrow \widehat{K_1} = \widehat{C_2}$ (cùng chắn cung HF)

suy ra $\widehat{B_1} = \widehat{K_1} = \widehat{C_2} = \widehat{K_2}$ (1)

xét tam giác BEH, có: $\left.\begin{array}{l} \widehat{E} = 90^0 \\ BM = HM \end{array}\right\} \Rightarrow BM = HM = ME \Rightarrow \Delta BME$ cân tại M

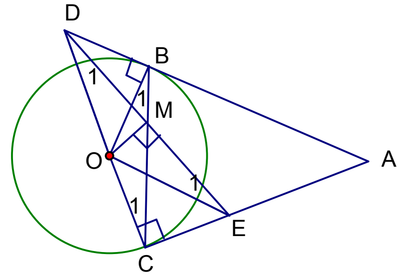
do đó $\widehat{EMF} = 2\widehat{B_1}$ (tính chất góc ngoài của tam giác) (2)

từ (1) và (2) $\widehat{EMF} = 2\widehat{K_1} = 2\widehat{K_2} = \widehat{EKF} \Rightarrow$ tứ giác EMKF nt

Bài 3: Cho đtròn (O), điểm A nằm bên ngoài đtròn. Qua A kẻ 2 tiếp tuyến AB, AC với đtròn (B, C là các tiếp điểm). M là một điểm trên dây BC, đthẳng qua M vuông góc với OM cắt tia AB và AC lần lượt tại D và E. CMR:

a) Các tứ giác: BDOM; ECOM nt

b) M là trung điểm của DE



a) xét tứ giác BDOM, ta có:

$\widehat{DMO} = 90^0$ (gt)

$\widehat{DBO} = 90^0$ (tính chất tiếp tuyến)

Suy ra 4 điểm B, D, O, M nằm trên đtròn đường kính DO, do đó tứ giác BDOM nt

xét tứ giác ECOM, ta có:

$\widehat{OME} = 90^0$ (gt)

$\widehat{OCE} = 90^0$ (tính chất tiếp tuyến)

Suy ra $\widehat{OME} + \widehat{OCE} = 180^0$ do đó tứ giác ECOM nt

b) vì tứ giác BDOM nt nên $\widehat{B_1} = \widehat{D_1}$ (cùng chắn cung MO) (1)

tứ giác ECOM nt nên $\widehat{C_1} = \widehat{E_1}$ (cùng chắn cung MO) (2)

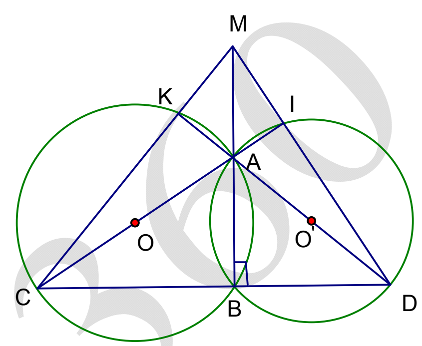
mà $\widehat{B_1} = \widehat{C_1}$ (vì tam giác OBC cân tại O)

từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{D_1} = \widehat{E_1}$, do đó tam giác ODE cân tại O, lại có $OM \perp DE$ (gt), do đó OM là đường cao đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh DE => MD = ME. đpcm

Bài 4: Cho đtròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B (O và O' thuộc 2 nửa mặt phẳng bờ AB). Qua B kẻ cát tuyến vuông góc với AB cắt đtròn (O) ở C, căt đtròn (O') ở D, tia CA cắt (O') ở I, tia DA cắt (O) ở K.

a) CMR: tứ giác CKID nt

b) Gọi M là giao điểm của CK và DI. Chứng minh 3 điểm M, A, B thẳng hàng



a) vì $\widehat{ABC} = 90^0 \Rightarrow$ AC là đường kính của (O)

$\widehat{ABD} = 90^0 \Rightarrow$ AD là đường kính của (O')

Ta có: $\widehat{CKA} = 90^0$ (góc nt chắn nửa đtròn (O))

$\widehat{DIA} = 90^0$ (góc nt chắn nửa đtròn (O'))

Do đó: $\widehat{CKA} = \widehat{DIA} \Rightarrow$ tứ giác CKID nt đường tròn đường kính CD

b) xét tam giác MCD, ta có: $\left.\begin{array}{l} CI \perp MD \\ DK \perp MC \\ CI \times DK = A \end{array}\right\} \Rightarrow$ A là trực tâm của t.giác MCD$\Rightarrow MA \perp CD$ (1)

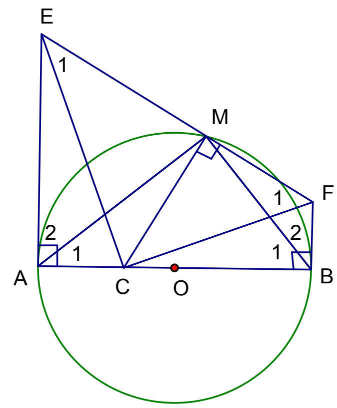
mà $AB \perp CD$ (2)

từ (1) và (2) suy ra 3 điểm M, A, B thẳng hàng. đpcm

Bài 5: Cho đtròn (O) đường kính AB, M là 1 điểm trên đtròn; C là 1 điểm nằm giữa A và B. qua M kẻ đthẳng vuông góc với CM, đthẳng này cắt các tiếp tuyến của (O) kẻ từ A và B lần lượt tại E và F. CMR:

a) Các tứ giác: AEMC, BCMF nt

b) Tam giác ECF vuông tại C



a) xét tứ giác AEMC có: $\widehat{A}+\widehat{M}=90^0+90^0=180^0$, mà góc A và góc M là 2 góc ở vị trí đối diện, do đó tứ giác AEMC nt

chứng minh tương tự ta cũng có tứ giác BCMF nt

b) vì tứ giác ACME nt $\Rightarrow \widehat{A_1}=\widehat{E_1}$ (cùng chắn cung MC) (1)

tứ giác BCMF nt $\Rightarrow \widehat{B_1}=\widehat{F_1}$ (cùng chắn cung MC) (2)

ta có: $\widehat{AMB}=90^0$ (góc nt chắn nửa đtròn) $\widehat{A_1}+\widehat{B_1}=90^0$ (3)

từ (1); (2) và (3) $\Rightarrow \widehat{E_1}+\widehat{F_1}=90^0$

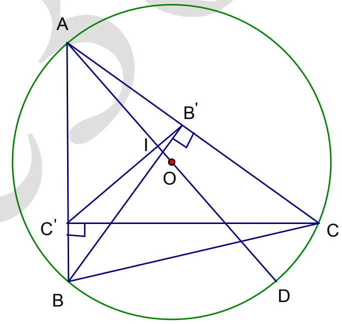
xét tam giác ECF, có: $\widehat{E_1}+\widehat{F_1}=90^0 \Rightarrow \widehat{ECF}=90^0 \Rightarrow \Delta$ ECF vuông tại C

Bài 6: Cho tam giác ABC nhọn nt đtròn (O), có 2 đường cao BB' và CC

a) CMR: tứ giác BCB'C' nt

b) Tia AO cắt đtròn (O) ở D và cắt B'C' ở I. CMR: tứ giác BDIC' nt

c) Chứng minh OA vuông góc với B'C'



a) xét tứ giác BCB'C' có $\widehat{BB'C}=\widehat{BC'C}=90^0 \Rightarrow$ tứ giác BCB'C' nt

b) ta có: $\widehat{ACB}=\widehat{ADB}$ (cùng chắn cung AB) (1)

mặt khác do tứ giác BCB'C' nt $\Rightarrow \widehat{BC'B'}+\widehat{ACB}=180^0$ (2)

từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{BC'B'}+\widehat{ADB}=180^0$ hay $\widehat{BC'I}+\widehat{IDB}=180^0$, suy ra tứ giác BDIC' nt

c) ta có: $\widehat{ABD}=90^0$ (góc nt chắn nửa đtròn) $\Rightarrow \widehat{C'BD}=90^0$

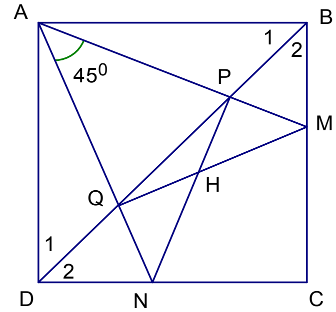
do tứ giác BDIC' nt $\Rightarrow \widehat{C'BD}+\widehat{C'ID}=180^0 \Rightarrow \widehat{C'ID}=90^0 \Rightarrow AO\perp B'C'$

Bài 7: Cho hình vuông ABCD. Gọi M, N là 2 điểm lần lượt trên 2 cạnh BC và CD sao cho $\widehat{MAN}=45^0$. AM và AN cắt đường chéo BD tại P và Q. Gọi H là giao điểm của MQ và NP. CMR:

a) Tứ giác ABMQ nt

b) Tam giác AQM vuông cân

c) AH vuông góc với MN



a) vì ABCD là hình vuông có BD là đường chéo, nên BD là phân giác của góc ABC $\Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{B_2} = \frac{1}{2}.90^0 = 45^0 \Rightarrow \widehat{B_2} = \widehat{QAM} = 45^0 \Rightarrow$ tứ giác ABMQ nt

b) vì tứ giác ABMQ nt $\Rightarrow \widehat{ABM} + \widehat{AQM} = 180^0 \Rightarrow 90^0 + \widehat{AQM} = 180^0 \Rightarrow \widehat{AQM} = 90^0 \Rightarrow MQ \perp AN$

xét tam giác AQM, có: $\left.\begin{array}{l}\widehat{A} = 45^0\\ \widehat{AQM} = 90^0\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta$ AQM vuông cân tại Q

c) ta có: DB là đường chéo của hình vuông ABCD nên DB là phân giác của góc ADC $\Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{D_2} = \frac{1}{2}.90^0 = 45^0$

tứ giác ADNP có $\Rightarrow \widehat{DAN} = \widehat{D_2} = 45^0 \Rightarrow$ tứ giác ADNP nt

$\widehat{ADN} + \widehat{APN} = 180^0 \Rightarrow 90^0 + \widehat{APN} = 180^0 \Rightarrow \widehat{APN} = 90^0 \Rightarrow NP \perp AM$

Xét tam giác AMN, ta có: $\left.\begin{array}{l}MQ \perp AN\\ NP \perp AM\\ MQ \times NP = H\end{array}\right\} \Rightarrow$ H là trực tâm của tam giác AMN $\Rightarrow AH \perp MN$

****

Ngày dạy:…………………………..

PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

A. Kiến thức cơ bản:

1. Phương trình trùng phương.

- dạng tổng quát: $ax^4 + bx^2 + c = 0\left(a \ne 0\right)$
- cách giải: dùng phương pháp đặt ẩn phụ, đặt $x^2 = t\left(t \ge 0\right)$. Khi đó ta có pt: $at^2 + bt + c = 0$ (đây là pt bậc hai một ẩn)

2. Phương trình chứa ẩn ở mẫu: Các bước giải

- Tìm đk xác định của pt
- Quy đồng mẫu thức cả 2 vế của pt, rồi khử mẫu
- Giải pt vừa nhận được
- Kết luận: so sánh nghiệm tìm được với đk xác định của pt

3. Phương trình tích.

- dạng tổng quát: $A_{(x)}.B_{(x)}... = 0$

- cách giải: $A_{(x)}.B_{(x)}... = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A_{(x)} = 0 \\ B_{(x)} = 0 \end{array}\right.$

B. Bài tập áp dụng:

Bài 1: Giải phương trình.

$a)\, x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ $\quad b)\, 4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$

$c)\, x^4 - 29x^2 + 100 = 0$ $\quad d)\, x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

Bài 2: Giải phương trình.

$a)\, \dfrac{1}{2(x-1)} + \dfrac{3}{x^2-1} = \dfrac{1}{4}$ $\quad b)\, \dfrac{2x+1}{18x+6} = \dfrac{x+2}{3x-1} - \dfrac{8x^2+3}{9x^2-1}$

$c)\, \dfrac{30}{x^2-1} - \dfrac{13}{x^2+x+1} = \dfrac{7+18x}{x^3-1}$ $\quad d)\, \dfrac{7}{x+1} + \dfrac{x+4}{2x-2} = \dfrac{3x^2-38}{x^2-1}$

Bài 3: Giải phương trình.

$a)\, (x^2-3x+1)(x^2-3x+2) = 2$ $\quad b)\, x(x^2-6) - (x-2)^2 = (x+1)^3$

$c)\, (x+5)^2 + (x-2)^2 + (x-7)(x+7) = 12x - 23$ $\quad d)\, (2x^2+3)^2 - 10x^3 - 15x = 0$

$e)\, x^3 - 5x^2 - x + 5 = 0$

Bài 4: Tìm m để pt ẩn x sau có 4 nghiệm: $x^4 - 6x^2 + m = 0$ (1)

Đặt $x^2 = t\,(t \ge 0)$. Khi đó pt (1) trở thành: $t^2 - 6t + m = 0$ (2)

Để pt (1) có 4 nghiệm thì pt (2) phải có 2 nghiệm phân biệt dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - m > 0 \\ t_1 + t_2 = 6 > 0 \\ t_1.t_2 = m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 9$$

Bài 5: Tìm m để pt có 2 nghiệm: $x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 3 = 0$ (1)

Đặt $x^2 = t\,(t \ge 0)$. Khi đó pt (1) trở thành: $t^2 - 2(m-1)t + m - 3 = 0$ (2)

Để pt (1) có 2 nghiệm thì pt (2) phải có 1 nghiệm dương (hay có 2 nghiệm trái dấu)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1.t_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-m)^2 - (m-3) > 0 \\ m - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 4 > 0 \\ m - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(m - \dfrac{3}{2}\right)^2 + \dfrac{7}{4} > 0 \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall m \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow m < 3$$

Bài 6: Cho pt: $mx^4 + 2(m+3)x^2 + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì pt có 4 nghiệm?

Đặt $x^2 = t\,(t \ge 0)$. Khi đó pt (1) trở thành: $mt^2 + 2(m+3)t + m = 0$ (2)

Để pt (1) có 4 nghiệm thì pt (2) phải có 2 nghiệm dương phân biệt:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = m \ne 0 \\ \Delta' = (m+3)^2 - m^2 > 0 \\ t_1 + t_2 = \dfrac{-2(m+3)}{m} > 0 \\ t_1.t_2 = 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne 0 \\ 6m + 9 > 0 \\ \dfrac{m+3}{m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne 0 \\ m > \dfrac{-3}{2} \\ -3 < m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{-3}{2} < m < 0$$

****

Ngày dạy: ……………………………….

GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A. Kiến thức cơ bản:

- các bước giải bài toán bằng cách lập pt (hpt): 3 bước

B. Bài tập áp dụng:

Bài 1: Tìm 2 số biết tổng của chúng bằng 17 và tổng các bình phương của chúng là 157.

Gọi số thứ nhất là x (x < 17)

Số thứ hai là: 17 – x

Theo bài ra ta có pt: $x^2+(17-x)^2=157 \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow 2x^2-34x+132=0 \Leftrightarrow x_1=11;\ x_2=6$

Vậy 2 số cần tìm là: 11 và 6

Bài 2: Hai tổ đánh cá trong tháng đầu bắt được 590 tấn cá, tháng sau tổ 1 vượt mức 10%, tổ 2 vượt mức 15%, do đó cuối tháng cả hai tổ bắt được 660 tấn cá. Tính xem trong tháng đầu mỗi tổ bắt được bao nhiêu tấn cá.

* Cách 1: lập pt

	Tháng đầu	Tháng sau
Tổ 1	x	$x+10\%.x$
Tổ 2	$590-x$	$(590-x)+15\%.(590-x)$

……

Ta có pt: $x+10\%.x+(590-x)+15\%.(590-x)=660 \Leftrightarrow ...x=370$

Vậy tổ 1: 370 tấn cá; tổ 2: 220 tấn cá

* Cách 2: lập hê pt

	Tháng đầu	Tháng sau
Tổ 1	x	$x+10\%.x=1,1x$
Tổ 2	y	$y+15\%.y=1,5y$

……….

Ta có hpt: $\begin{cases} x+y=590 \\ 1,1x+1,5y=660 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=370 \\ y=220 \end{cases}$

Bài 3: Lấy 1 số có 2 chữ số chia cho số viết theo thứ tự ngược lại thì được thương là 4 và dư 15. nếu lấy số đó trừ đi 9 thì được 1 số bằng tổng bình phương của mỗi chữ số đó. Tìm số này?

Gọi số cần tìm là $\overline{xy}(x,y \in N; 0<x,y \le 9)$

Số viết theo thứ tự ngược lại là: $\overline{yx}$

Vì lấy $\overline{xy}$ đem chia cho $\overline{yx}$ được thương là 4 và dư 15 nên ta có:

$\overline{xy}=4\overline{yx}+15 \Leftrightarrow 2x-13y=5$ (1)

Lấy $\overline{xy}$ trừ đi 9 được 1 số bằng tổng bình phương của mỗi chữ số, nên ta có: $\overline{xy}-9=x^2+y^2 \Leftrightarrow 10x+y-9=x^2+y^2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hpt: $\begin{cases} 2x-13y=5 \\ 10x+y-9=x^2+y^2 \end{cases} \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow \overline{xy}=91$

Bài 4: hai vòi nước cùng chảy vào 1 cái bể sau 1 thời gian thì đầy bể. Nếu vòi 1 chảy 1 mình thì lâu hơn 2h mới đầy bể so với cả 2 vòi, vòi 2 chảy 1 mình thì phải lâu hơn 4,5h mới đầy bể so với cả 2 vòi. Hỏi nếu chảy 1 mình thì mỗi vòi chảy bao lâu mới đầy bể?

	Cả 2 vòi	Vòi 1	Vòi 2
TGHTCV	x	$x+2$	$x+4,5$

1h chảy được	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x+2}$	$\frac{1}{x+4,5}$

Ta có pt: $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+4,5}=\frac{1}{x}\Leftrightarrow ...\Leftrightarrow x^2=9\Leftrightarrow x=\pm 3$

Nghiệm thỏa mãn là x = 3

Bài 5: 1 công nhân phải hoàn thành 50 sản phẩm trong 1 thời gian quy định. Do cải tiến kỹ thuật nên mỗi giờ đã tăng năng suất thêm 5 sản phẩm vì thế người ấy hoàn thành kế hoaahj sớm hơn thời gian quy định là 1h40ph. Tính số sản phẩm mỗi giờ người đó phải làm theo dự định.

	Số sản phẩm mỗi giờ làm	TGHTCV
Dự định	x	$\frac{50}{x}$
Thực tế	$x+5$	$\frac{50}{x+5}$

……. Ta có pt:

$\frac{50}{x}-\frac{50}{x+5}=\frac{5}{3}\Leftrightarrow .....\Leftrightarrow x^2+5x-150=0$

$\Leftrightarrow x_1=10;\ x_2=-15$

Nghiệm thỏa mãn là x = 10

Bài 6: 1 chiếc thuyền khởi hành từ bến sông A. sau 2h40ph một ca nô chạy từ A đuổi theo và gặp thuyền cách bến A 10km. Hỏi vận tốc của thuyền, biết rằng vận tốc ca nô hơn vận tốc của thuyền là 12km/h.

	S	V	T
Ca nô	10	$x+12$	$\frac{10}{x+12}$
Thuyền	10	x	$\frac{10}{x}$

….. ta có pt:

$\frac{10}{x}-\frac{10}{x+12}=\frac{8}{3}\Leftrightarrow 30(x+12)-30x=8x(x+12)\Leftrightarrow ....\Leftrightarrow 8x^2+96x-360=0$

$\Leftrightarrow x_1=3;\ x_2=-15$

Giá trị thỏa mãn là x = 3

Bài 7: khoảng cách giữa 2 bến sông A và B là 30km. 1 ca nô đi từ A đến B, nghỉ 40ph ở B, rồi lại trở về A. thời gian kể từ lúc đi đến lúc trở về A là 6h. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng, biết vận tốc dòng nước là 3km/h.

	V	S	T
Nước yên lặng	x		
xuôi	$x+3$	30	$\frac{30}{x+3}$
Ngược	$x-3$	30	$\frac{30}{x-3}$

Ta có phương trình:

$\frac{30}{x+3}+\frac{2}{3}+\frac{30}{x-3}=6\Leftrightarrow \frac{30}{x+3}+\frac{30}{x-3}=\frac{16}{3}\Leftrightarrow 8x^2-90x-72=0\Leftrightarrow x_1=12;\ x_2=\frac{-3}{4}$

Bài 8: 1 phòng họp có 360 ghế được xếp thành các dãy và số ghế trong mỗi dãy đều bằng nhau. Nếu số dãy tăng thêm 1 và số ghế trong mỗi dãy tăng thêm 1 thì thì phòng họp có 400 ghế. Tính số dãy ghế và số ghế trong 1 dãy lúc ban đầu.

	Số dãy	Số ghế trong 1 dãy	Số ghế của cả phòng
Ban đầu	x	y	xy
Sau khi thay đổi	$x+1$	$y+1$	$(x+1)(y+1)$

Ta có hpt: $\begin{cases} xy = 360 \\ (x+1)(y+1) = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 360 \\ x+y = 39 \end{cases} \Rightarrow$ x, y là nghiệm của pt bậc hai: $t^2 - 39t + 360 = 0 \Leftrightarrow t_1 = 24;\ t_2 = 15$

Vậy: - Nếu số dãy ghế bằng 24 thì số ghế trong một dãy là 15

- Nếu số dãy ghế bằng 15 thì số ghế trong một dãy là 24.

Bài 9: 1 xuồng máy xuôi dòng 30km, và ngược dòng 28km hết 1 thời gian bằng thời gian mà xuồng máy đi 59,5km trên mặt hồ yên lặng. Tính vận tốc của xuồng khi đi trên hồ yên lặng, biết rằng vận tốc của nước là 3km/h

	V	S	T
Nước yên lặng	x	59,5	$\frac{59{,}5}{x} = \frac{119}{2x}$
xuôi	$x+3$	30	$\frac{30}{x+3}$
Ngược	$x-3$	28	$\frac{28}{x-3}$

….. Ta có pt:

$$\frac{119}{2x} = \frac{30}{x+3} + \frac{28}{x-3} \Leftrightarrow 119(x+3)(x-3) = 2x.30.(x-3) + 2x.28.(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 12x - 1071 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 357 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 17;\ x_2 = -21$$

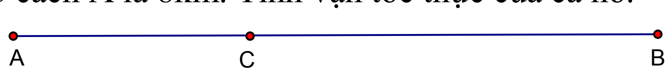
Bài 10: 1 lâm trường dự định trồng 75ha rừng trong một số tuần lễ. Do mỗi tuần trồng vượt mức 5ha so với kế hoạch nên đã trồng được 80ha và hoàn thành sớm hơn 1 tuần. Hỏi mỗi tuần lâm trường dự định trồng bao nhiêu ha rừng?

	1 tuần trồng được số ha	TGHTCV
Kế hoạch	x	$\frac{75}{x}$
Thực tế	$x+5$	$\frac{80}{x+5}$

….. Ta có pt:

$$\frac{75}{x} - \frac{80}{x+5} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 10x - 375 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 15;\ x_2 = -25$$

Bài 11: 1 ca nô xuôi từ A đến B cách nhau 24km, cùng lúc đó cũng từ A đến B 1 bè nứa trôi với vận tốc dòng nước là 4km/h. Khi đến B ca nô quay trở lại và gặp bè nứa tại điểm C cách A là 8km. Tính vận tốc thực của ca nô.



Gọi vận tốc thực của ca nô là: x (km/h; x > 4)

Vận tốc xuôi: x + 4 (km/h)

Vận tốc xuôi: x - 4 (km/h)

Thời gian xuôi từ A đến B: $\frac{24}{x+4}$ (h)

Quãng đường BC: 24 – 8 = 16 (km)

Thời gian ngược từ B đến C: $\frac{16}{x-4}$ (h)

Thời gian bè nứa đi từ A đến C: $\frac{8}{4}=2$ (h)

Ta có pt: $\frac{24}{x+4}+\frac{16}{x-4}=2 \Leftrightarrow 2x^2-40x=0 \Leftrightarrow x_1=0;\ x_2=20$

BÀI TẬP VỀ NHÀ:

Bài 1. Hai thành phố A và B cách nhau 50km. Một người đi xe đạp từ A đến B. Sau đó 1giờ 30phút một xe máy cũng đi từ A và đến B trước người đi xe đạp 1 giờ .Tính vận tốc của mỗi người biết vận tốc của người đi xe máy bằng 2,5 lần vân tốc người đi xe đạp .

* Lập bảng

	Quãng đường	Vận tốc	Thời gian
Xe đạp	50	x	$\frac{50}{x}$
Xe máy	50	2,5x	$\frac{50}{2,5.x}$

* Ta có phương trình: $\frac{50}{x}-\frac{50}{2,5.x}=\frac{3}{2}+1$, nghiệm x = 12

Bài 2: Một ô tô đi từ Hải Phòng về Hà Nội, đường dài 100km, người lái xe tính rằng nếu tăng vận tốc thêm 10 km/h thì về đến Hà Nội sớm nửa giờ. Tính vận tốc của ô tô nếu không tăng.

* Lập bảng

	Quãng đường	Vận tốc	Thời gian
Không tăng	100	x	100/x
Tăng	100	x + 10	100/x + 10

* Ta có phương trình: $\frac{100}{x}-\frac{100}{x+10}=\frac{1}{2}$

Bài 3. Một ô tô đi quãng đường AB dài 840km, sau khi đi được nửa đường xe dừng lại 30 phút nên trên quãng đường còn lại, xe phải tăng vận tốc thêm 2km/h để đến B đúng hẹn. Tính vận tốc ban đầu của ô tô .

+ Gọi vân tốc ban đầu của ô tô là x (km/h, x > 0)

+ Thời gian đi hết quãng đường AB theo dự định là: $\frac{840}{x}$ (h)

+ Nửa quãng đường đầu ô tô đi hết: $\frac{420}{x}$ (h)

+ Vận tốc của ô tô trên nửa quãng đường còn lại là: x + 2 (km/h)

+ Thời gian của ô tô trên nửa quãng đường còn lại là: $\frac{420}{x+2}$ (h)

+ Theo bài ra ta có phương trình sau: $\frac{840}{x}=\frac{420}{x}+\frac{1}{2}+\frac{420}{x+2} \Leftrightarrow .... \Leftrightarrow x_1=40;\ x_2=-42$

Bài 4. Quãng sông từ A đến B dài 36km, một ca nô xuôi từ A đến B rồi ngược từ B về A hết tổng cộng 5 giờ. Tính vận tốc thực của ca nô biết vận tốc dòng nước là 3km/h

	V thực	V nước	V xuôi	V ngược	S	t
Xuôi	x	3	x + 3		36	36/x+3
Ngược				x – 3		36/x-3

* ta có pt sau: $\frac{36}{x-3}+\frac{36}{x+3}=5 \Leftrightarrow x=15;\ x=-0,6$

Bài 5. Lúc 7 giờ một ô tô đi từ A đến B. Lúc 7giờ 30 phút một xe máy đi từ B đến A với vận tốc kém vận tốc của ô tô là 24km/h. Ô tô đến B được 1 giờ 20 phút thì xe máy mới đến A. Tính vận tốc của mỗi xe , biết quãng đường AB dài 120km.

* lập bảng

	V	S	T
Ô tô	x	120	120/x
Xe máy	x-24	120	120/x-24

- thời gian xe máy đi nhiều hơn ô tô là: $\frac{4}{3}-\frac{1}{2}=\frac{5}{6}(h)$

- ta có pt: $\frac{120}{x-24}-\frac{120}{x}=\frac{5}{6} \Leftrightarrow x^2-24x-3456=0 \Leftrightarrow x=72; x=-48$

Bài 6: Một người đi đoạn đường dài 640 km với 4 giờ đi ô tô và 7 giờ đi tàu hỏa .Hỏi vận tốc cuả ô tô và tàu hỏa biết rằng vận tốc cuả tàu hỏa hơn vận tốc cuả ô tô là 5 km/h.

* lập bảng

	V	T	S
ô tô	x	4	4x
Tàu hỏa	x+5	7	7(x+5)

* ta có pt : 4x + 7(x + 5) = 640 => x = 55

Bài 7. Một ca nô xuôi từ A đến B, cùng lúc đó một người đi bộ đi từ dọc bờ sông về hướng B. Sau khi chạy được 24km, ca nô quay trở lại và gặp người đi bộ tại C cách A là 8km. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng , biết vận tốc người đi bộ và vận tốc dòng nước đều bằng 4km/h

Toán năng suất

* Chú ý:

- Năng suất (NS) là số sản phẩm làm được trong một đơn vị thời gian (t).
- (NS) x (t) = Tổng sản phẩm thu hoạch

Bài 1. Hai công nhân phải làm theo thứ tự 810 và 900 dụng cụ trong cùng một thời gian. Mỗi ngày người thứ hai làm được nhiều hơn người thứ nhất là 4 dụng cụ. Kết quả người thứ nhất hoàn thành trước thời hạn 3 ngày, người thứ hai hoàn thành trước thời hạn 6 ngày. Tính số dụng cụ mỗi người phải làm trong mỗi ngày.

* Lập bảng

	Tổng số sản phẩm cần làm	Mỗi ngày làm được	TGHTCV
Người 1	810	x	810/x
Người 2	900	y	900/y

* Ta có hệ phtrình: $\begin{cases} y-x=4 \\ \frac{810}{x}+3=\frac{900}{y}+6 \end{cases} \Leftrightarrow x^2+34x-1080=0 \Leftrightarrow x_1=20; x_2=-54$, sau đó tìm y

Bài 2. Hai đội công nhân, mỗi đội phải sửa một quãng đường dài 20km, trong một tuần cả hai đội làm tổng cộng được 9km. Tính xem mỗi đội sửa được bao nhiêu km trong một tuần, biết thời gian đội I làm nhiều hơn đội II làm là một tuần .

* Lập bảng

	Tổng số quãng đường phải sửa	Mỗi tuần làm được	TGHTCV
Đội 1	20	x	20/x
Đội 2	20	9 – x	20/9 – x

* Ta có phtrình: $\frac{20}{x}-\frac{20}{9-x}=1 \Leftrightarrow x^2-49x+180=0 \Leftrightarrow x=45; x=4$

Bài 3. Một đội công nhân dự định hoàn thành công việc với 500 ngày công thợ. Hãy tính số người của đội, biết rằng nếu bổ sung thêm 5 công nhân thì số ngày hoàn thành công việc giảm 5 ngày .

* Lập bảng

	Tổng số ngày công	Số công nhân	TGHTCV
Lúc đầu	500	x	500/x
Sau khi bổ sung	500	x + 5	500/ x + 5

* Ta có phtrình: $\frac{500}{x}-\frac{500}{x+5}=5 \Leftrightarrow x^2+5x-500=0 \Leftrightarrow x=-25; x=20$

****

Ngày dạy: …………………………..

ÔN TẬP HÌNH HỌC

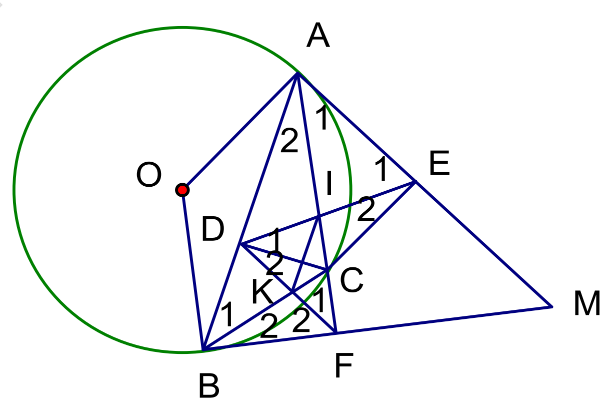
Bài 1: Từ 1 điểm M ở ngoài (O), vẽ 2 tiếp tuyến MA, MB với đtròn. Trên cung nhỏ AB lấy 1 điểm C. Vẽ CD vuông góc với AB, CE vuông góc với MA, CF vuông góc với MB. Gọi I là giao điểm của AC và DE, K là giao điểm của BC và DF. CMR:

a) Tứ giác AECD nt; tứ giác BFCD nt

b) $CD^2 = CE.CF$

c) Tứ giác ICKD nt

d) IK vuông góc với CD



a) Ta có: $\widehat{AEC}=\widehat{ADC}=\widehat{BDC}=\widehat{BFC}=90^0$ (gt)

+ xét tứ giác AECD, ta có: $\widehat{AEC}+\widehat{ADC}=180^0$, mà 2 góc này ở vị trí đối nhau suy ra tứ giác AECD nt

+ xét tứ giác BFCD, ta có: $\widehat{BDC}+\widehat{BFC}=180^0$, mà 2 góc này ở vị trí đối nhau suy ra tứ giác BFCD nt

b) ta có: $\widehat{A_1}=\widehat{B_1}$ (cùng chắn cung AC)

+ do tứ giác BFCD nt $\widehat{F_1}=\widehat{B_1}$ (cùng chắn cung CD)

Suy ra: $\widehat{F_1}=\widehat{A_1}$ (1)

+ do tứ giác AECD nt $\widehat{A_1}=\widehat{D_1}$ (cùng chắn cung CE) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{F_1}=\widehat{D_1}=\widehat{B_1}$

Mặt khác: $\widehat{A_2}=\widehat{B_2}$ (cùng chắn cung BC)

+ do tứ giác AECD nt $\widehat{A_2}=\widehat{E_2}$ (cùng chắn cung CD)

Suy ra: $\widehat{E_2}=\widehat{B_2}$ (3)

+ do tứ giác BFCD nt $\widehat{D_2}=\widehat{B_2}$ (cùng chắn cung CF) (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $\widehat{E_2}=\widehat{D_2}=\widehat{A_2}$

Xét tam giác CDE và tam giác CDF, ta có:

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{D_1}=\widehat{F_1}\\ \widehat{E_2}=\widehat{D_2}\end{array}\right\}\Rightarrow \Delta CDE\sim\Delta CFD(g.g)\Rightarrow\frac{CD}{CF}=\frac{CE}{CD}\Rightarrow CD^2=CE.CF$$

c) Xét tứ giác ICKD, ta có: $\widehat{ICK}+\widehat{IDK}=\widehat{ICK}+\widehat{D_1}+\widehat{D_2}=\widehat{ACB}+\widehat{B_1}+\widehat{A_2}=180^0$ (tổng các góc của tam giác ABC), mà $\widehat{ICK};\widehat{IDK}$ là 2 góc ở vị trí đối nhau, suy ra tứ giác ICKD nt

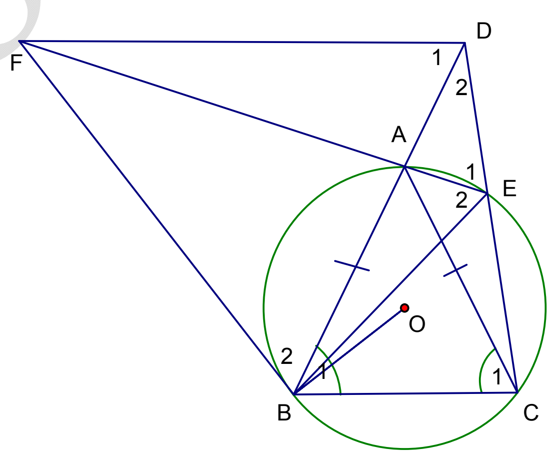
d) ta có tứ giác ICKD nt $\widehat{I_1}=\widehat{D_2}$ (cùng chắn cung CK), mà $\widehat{D_2}=\widehat{A_2}$ (cmt)

Suy ra $\widehat{I_1}=\widehat{A_2}$, mà $\widehat{I_1};\widehat{A_2}$ là 2 góc ở vị trí đồng vị nên IK // AB, lại do AB vuông góc với CD, nên IK vuông góc với CD

Bài 2: Cho tam giác ABC cân tại A nt đtròn (O), điểm D thuộc tia đối của tia AB, CD cắt (O) tại E, tiếp tuyến của (O) tại B cắt EA ở F. CMR:

a) Tứ giác BFDE nt

b) FD // BC



a) ta có: $\widehat{B_1}=\widehat{E_1}$ (cùng bù với $\widehat{E_2}$)

mà $\widehat{B_1}=\widehat{C_1}$ (do tam giác ABC cân tại A)

suy ra: $\widehat{E_1}=\widehat{C_1}$ (1)

mặt khác: $\widehat{E_2} = \widehat{C_1} = \widehat{B_2}$ (cùng chắn cung AB) (2)

từ (1) và (2) suy ra $\widehat{E_1} = \widehat{B_2} \Rightarrow$ 2 đỉnh B, E cùng nhìn xuống cạnh DF dới 2 góc bằng nhau, suy ra tứ giác BFDE nt

b) do tứ giác BFDE nt $\widehat{E_2} = \widehat{D_1}$ (cùng chắn cung BF), mà $\angle E_2 = \angle B_2 = \angle C_1 = \angle B_1$, suy ra $\angle D_1 = \angle B_1$ (2 góc ở vị trí so le trong) => FD // BC

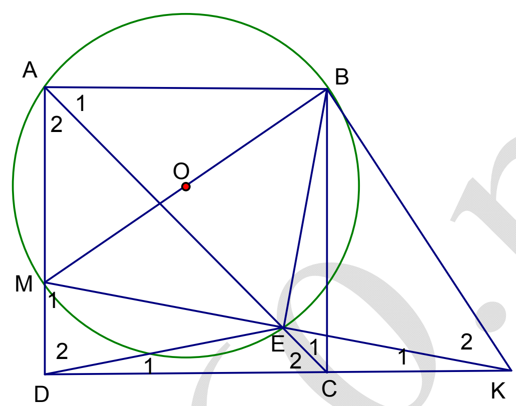
Bài 3: Cho hình vuông ABCD, điểm M thuộc cạnh AD. Vẽ đtròn (O) đường kính MB, cắt AC tại E (khác A). Gọi là giao điểm của ME và DC. CMR:

a) Tam giác BEM vuông cân

b) EM = ED

c) 4 điểm B, M, D, K thuộc cùng 1 đtròn

d) BK là tiếp tuyến của (O)



a) vì tứ giác ABEM nt => $\angle BAM + \angle BEM = 180^0$ => $90^0 + \angle BEM = 180^0$

=> $\angle BEM = 90^0$ (1)

Mặt khác: $\angle A_1 = \angle A_2$ (tính chất của hình vuông) => sđ cung BE = sđ cung ME => BE=ME (2)

Từ (1) và (2) suy ra tam giác BEM vuông cân tại E

b) xét tam giác BCE và tam giác DCE, ta có:

CE: chung

$\angle C_1 = \angle C_2$ (tính chất của hình vuông)

CB = CD (gt)

Do đó $\Delta BCE = \Delta DCE$ (c.g.c) => BE = DE (cạnh tương ứng) (3)

Từ (2) và (3) => EM = ED (= BE) (4)

c) ta có: $\left.\begin{array}{l} \widehat{K_1} + \widehat{M_1} = 90^0 \\ \widehat{D_1} + \widehat{D_2} = 90^0 \\ \widehat{M_1} = \widehat{D_2}\left(\Delta EDM \text{ cân do } EM = ED\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{K_1} = \widehat{D_1} \Rightarrow \Delta EDK$ cân tại E => ED = EK (5)

(4) và (5) => EB = EM = ED = EK => 4 điểm B, M, D, K thuộc cùng 1 đtròn có tâm E

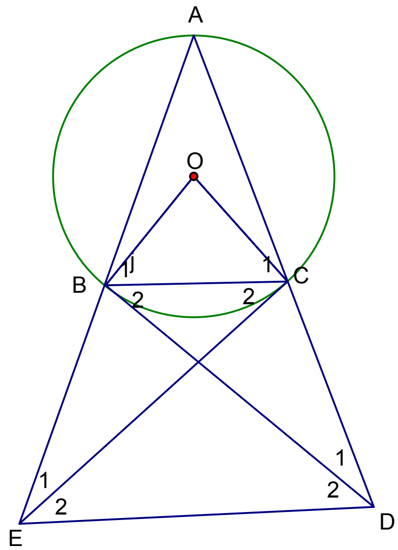
d) do tứ giác BKDM nt (E) $\Rightarrow \widehat{MDK} + \widehat{MBK} = 180^0$ .... $\Rightarrow \widehat{MBK} = 90^0 \Rightarrow BK \perp BM \Rightarrow$ BK là tiếp tuyến của đtròn (O)

Bài 4: Cho tam giác ABC cân tại A có cạnh đáy nhỏ hơn cạnh bên nội tiếp đtròn (O). Tiếp tuyến tại B và C của đtròn lần lượt cắt tia AC và tia AB ở D và E. CMR:

a) $BD^2 = AD.CD$

b) Tứ giác BCDE nt

c) BC // DE



a) ta có: $\angle A_1 = \angle B_2$ (cùng chắn cung BC)
xét tam giác ABD và tam giác BCD, ta có:

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{A_1}=\widehat{B_2}\\ \widehat{D_1}: chung\end{array}\right\}\Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta BCD(g.g)\Rightarrow \frac{AD}{BD}=\frac{BD}{CD}\Rightarrow BD^2=AD.CD$$

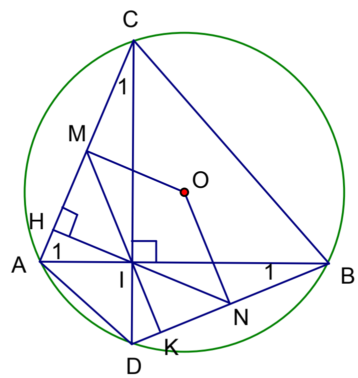
b) ta có:

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{E_1}=\frac{1}{2}\left(sd\,\overset{\frown}{AC}-sd\,\overset{\frown}{BC}\right)\\ \widehat{D_1}=\frac{1}{2}\left(sd\,\overset{\frown}{AB}-sd\,\overset{\frown}{BC}\right)\\ mà\ AB=AC\Rightarrow sd\,\overset{\frown}{AB}=sd\,\overset{\frown}{AC}\end{array}\right\}\Rightarrow \widehat{D_1}=\widehat{E_1}\Rightarrow$$ 2 điểm D và E cùng nhìn xuống cạnh BC dưới 2 góc bằng nhau => tứ giác BCDE nt

c) ta có: $\widehat{B_1}=\widehat{C_1}$ (gt), mà tứ giác BCDE nt => $\angle BED = \angle C_1$ (cùng bù với $\angle BCD$)
do đó $\angle B_1 = \angle BED$ (2 góc ở vị trí đồng vị) => BC // DE

Bài 5: Cho tứ giác ACBD nt đtròn (O), 2 đường chéo AB và CD vuông góc với nhau tại I. trung tuyến IM của tam giác AIC cắt BD ở K, đường cao IH của tam giác AIC cắt BD ở N.

a) CMR: IK vuông góc với BD
b) Chứng minh N là trung điểm của BD
c) Tứ giác OMIN là hình gì? Tại sao?
d) Chứng minh $OM=\frac{1}{2}BD;\ ON=\frac{1}{2}AC$



a) ta có: $\angle B_1 = \angle C_1$ (cùng chắn cung AD) (1)

+ do IM là trung tuyến của tam giác AIC => IM = MA => tam giác MAI cân tại M => $\angle A_1 = \angle MIA$

+ mà $\angle MIA = \angle KIB$ (đối đỉnh) => $\angle KIB = \angle A_1$ (2)

Từ (1) và (2) => $\angle B_1 + \angle BIK = \angle C_1 + \angle A_1 = 90^0$ => $\angle IKB = 90^0$ suy ra IK vuông góc với BD

b) ta có: $\angle CIH = \angle DIN$ (đối đỉnh), mà $\angle CIH + \angle C_1 = 90^0$, do đó: $\angle DIN + \angle C_1 = 90^0$

+ mà $\angle C_1 = \angle B_1$ suy ra: $\angle DIN + \angle B_1 = 90^0$ (*)

+ mặt khác: $\angle DIN + \angle BIN = 90^0$ (**)

(*) và (**) suy ra: $\angle B_1 = \angle BIN$ => tam giác BIN cân tại N => NB = NI (3)

+ lại có:

$\angle IDN + \angle B_1 = 90^0$

$\angle DIN + \angle B_1 = 90^0$

Do đó: $\angle IDN = \angle DIN$ => tam giác NID cân tại N => NI = ND (4)

(3) và (4) => NB = ND => N là trung điểm của BD

c) ta có: M, N lần lượt là trung điểm của AC và BD => OM vuông góc với AC; ON vuông góc với BD

=> OM // IN (cùng vuông góc với AC); ON // IM (cùng vuông góc vói BD)

Do đó tứ giác DMIN là hình bình hành (vì có các cạnh đối song song)

d) vì tứ giác OMIN là hình bình hành => OM = IN; ON = IM

mà $IN = \frac{1}{2}BD; IM = \frac{1}{2}AC$ nên $OM = \frac{1}{2}BD; ON = \frac{1}{2}AC$