

Câu V Cho tam giác $\triangle ABC$ có $\angle B = 200^\circ$

$\angle C = 110^\circ$ và phân giác BE . Từ C , kẻ đường thẳng vuông góc với BE cắt BE ở M và cắt AB ở K . Trên BE lấy điểm F sao cho $EF = EA$.

Chứng minh rằng : 1) AF vuông góc với EK ; 2) $CF = AK$ và F là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle BCK$

$$3) \frac{CK}{AF} = \frac{BC}{BA}.$$

Câu VI (1 điểm).

Cho A, B, C là các góc nhọn thoả mãn $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C \geq 2$

Chứng minh rằng: $(\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C)^2 \leq \frac{1}{8}$.

ĐỀ SỐ 20

Câu I: a) Giải phương trình:

$$\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = x - 1$$

b) Giải và biện luận phương trình theo tham số a :

$$\frac{a}{x-a} + \frac{1}{x+1} = \frac{a-x}{x-a} + \frac{a+1}{x+1}$$

Câu II:

1) Cho biết: $ax + by + cz = 0$

$$\text{Và } a + b + c = \frac{1}{2006}$$

Chứng minh rằng: $\frac{ax^2 + by^2 + cz^2}{bc(y-z)^2 + ac(x-z)^2 + ab(x-y)^2} = 2006$

2) Cho 3 số a, b, c thoả mãn điều kiện: $abc = 2006$

Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \frac{2006a}{ab + 2006a + 2006} + \frac{b}{bc + b + 2006} + \frac{c}{ac + c + 1}$$

Câu III:)

- 1) Cho x, y là hai số dương thỏa mãn: $x + y \leq 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2}{xy}$

- 2) Rút gọn biểu thức sau:

$$A = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}}$$

Câu IV: (5,0 điểm)

Cho tứ giác ABCD có $\angle B = \angle D = 90^\circ$. Trên đường chéo AC lấy điểm E sao cho $\angle ABE = \angle DBC$. Gọi I là trung điểm của AC.

Biết: $\angle BAC = \angle BDC$; $\angle CBD = \angle CAD$

- a) Chứng minh $\angle CIB = 2 \angle BDC$; b) $\triangle ABE \sim \triangle DBC$
c) $AC \cdot BD = AB \cdot DC + AD \cdot BC$

Câu V: (2,0 điểm) Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có độ dài cạnh đáy là 12 cm, độ dài cạnh bên là 18 cm.

- a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp
b) Tính diện tích toàn phần của hình chóp.

Câu VI: (2,0 điểm) Cho biểu thức: $M = \frac{\sqrt{a} + 6}{\sqrt{a} + 1}$

Tìm các số nguyên a để M là số nguyên.

ĐỀ SỐ 21

Câu 1: (4,5 điểm) : Giải các phương trình sau:

$$1) \quad \sqrt{X^2 - 2X + 1} + \sqrt{X^2 - 6X + 9} = 5$$

$$2) \quad \frac{3}{X+1} - \frac{1}{X-2} = \frac{9}{(X+1)(2-X)}$$

Câu 2: (4 điểm)

1) Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2007\sqrt{2006}} < 2$$

2) Chứng minh rằng nếu a, b, c là chiều dài 3 cạnh của một tam giác thì:

$$ab + bc \geq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$$

Câu 3: (4 điểm)

1) Tìm x, y, z biết:

$$\frac{x}{y+z+1} = \frac{y}{x+z+2} = \frac{z}{x+y-3} = x+y+z$$

2) Tìm GTLN của biểu thức :

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{y-4} \text{ biết } x + y = 8$$

Câu 4: (5,5 điểm):

Cho đường tròn tâm (O) đường kính AB, xy là tiếp tuyến tại B với đường tròn, CD là một đường kính bất kỳ. Gọi giao điểm của AC và AD với xy theo thứ tự là M, N.

a) Chứng minh rằng: MCDN là tứ giác nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: AC.AM = AD.AN

c) Gọi I là đường tâm tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN. Khi đường kính CD quay quanh tâm O thì điểm I di chuyển trên đường tròn nào ?

Câu 5: (2 điểm):

Cho M thuộc cạnh CD của hình vuông ABCD. Tia phân giác của góc ABM cắt AD ở I. Chứng minh rằng: $BI \leq 2MI$.

ĐỀ SỐ 22

Câu 1(2^d). Phân tích đa thức sau ra thừa số .

$$a^4 + 8a^3 + 14a^2 - 8a - 15 .$$

Câu 2(2^d). Chứng minh rằng biểu thức $10^n + 18n - 1$ chia hết cho 27 với n là số tự nhiên .

Câu 3(2^d). Tìm số trị của $\frac{a+b}{a-b}$ Nếu $2a^2 + 2b^2 = 5ab$, và $b > a > 0$.

Câu 4(4^d). Giải phương trình.

a) $\sqrt{4y^2 + x} = \sqrt{4y^2 - x} - \sqrt{x^2 + 2}$

b) $x^4 + \sqrt{x^2 + 2006} = 2006$

Câu 5(3^d). Tổng số học sinh giỏi Toán , giỏi Văn của hai trường THCS đi thi học sinh Giỏi lớn hơn 27 ,số học sinh đi thi văn của trường là thứ nhất là 10, số học sinh đi thi toán của trường thứ hai là 12. Biết rằng số học sinh đi thi của trường thứ nhất lớn hơn 2 lần số học sinh thi Văn của trường thứ hai và số học sinh đi thi của trường thứ hai lớn hơn 9 lần số học sinh thi Toán của trường thứ nhất. Tính số học sinh đi thi của mỗi trường.

Câu 6(3^d). Cho tam giác ABC cân ở A đường cao AH = 10 cm đường cao BK = 12 cm . Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC .

Câu 7(4^d). Cho (O;4cm) và (O';3cm) nằm ngoài nhau , OO'=10cm. Tiếp tuyến chung trong tiếp xúc với đường tròn tâm O tại E và đường tròn O' tại F, OO' cắt đường tròn tâm O tại A và B, cắt đường tròn tâm O' tại C và D (B,C nằm giữa 2 điểm A và D) AE cắt CF tại M, BE cắt DF tại N.

□ CMR : $MN \perp AD$

ĐỀ SỐ 23

Bài 1 (5đ)

Giải các phương trình sau:

a, $\sqrt{x^2 - 1} - x^2 + 1 = 0$

b, $\sqrt{x+3} - 4\sqrt{x-1} + \sqrt{x+8} + 6\sqrt{x-1} = 4$

Bài 2 (5đ) Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{\sqrt{x} - 2}{x-1} - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1} \right) \left(\frac{1-x}{\sqrt{2}} \right)^2$$

a, Rút gọn P.

b, Chứng minh rằng nếu $0 < x < 1$ thì $P > 0$.

c, Tìm giá trị lớn nhất của P.

Bài 3: (5đ) Chứng minh các bất đẳng thức sau.

a, Cho $a > c$, $b > c$, $c > 0$.

Chứng minh: $\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$

b, Chứng minh.

$$\frac{2005}{\sqrt{2006}} + \frac{2006}{\sqrt{2005}} > \sqrt{2005} + \sqrt{2006}$$

Bài 4: (5đ)

Cho ΔAHC có 3 góc nhọn, đường cao HE . Trên đoạn HE lấy điểm B sao cho tia CB vuông góc với AH , hai trung tuyến AM và BK của ΔABC cắt nhau ở I . Hai trung trực của các đoạn thẳng AC và BC cắt nhau tại O .

a, Chứng minh $\Delta ABH \sim \Delta MKO$

b, Chứng minh $\sqrt{\frac{IO^3 + IK^3 + IM^3}{IA^3 + IH^3 + IB^3}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

ĐỀ SỐ 24

Câu 1 (4 điểm)

Giải phương trình:

1. $x^3 + 4x^2 - 29x + 24 = 0$

2. $\sqrt{x-1+4\sqrt{x-5}} + \sqrt{11+x+8\sqrt{x-5}} = 4$

Câu II (3 điểm)

1. Tính

$$P = \sqrt{1+1999^2} + \frac{1999^2}{2000^2} + \frac{1999}{2000}$$

2. Tìm x biết

$$x = \sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{5 + \sqrt{13 + \dots}}}}$$

Trong đó các dấu chấm có nghĩa là lặp đi lặp lại cách viết căn thức có chứa 5 và 13 một cách vô hạn.

Câu III (6 điểm)

1. Chứng minh rằng số tự nhiên

$$A = 1.2.3.....2005.2006 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2005} + \frac{1}{2006} \right) \text{ chia hết cho } 2007$$

2. Giả sử x, y là các số thực dương thỏa mãn : $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{1}{x^3 + y^3} + \frac{1}{xy}$$

3. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{2abc} + \frac{a^2 + b^2}{c^2 + ab} + \frac{b^2 + c^2}{a^2 + bc} + \frac{c^2 + a^2}{b^2 + ac} \geq \frac{9}{2}$$

Câu IV (6 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Đường tròn đường kính AH cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E và F.

1. Chứng minh tứ giác AEHF là hình chữ nhật;

2. Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$;

3. Đường thẳng qua A vuông góc với EF cắt cạnh BC tại I. Chứng minh I là trung điểm của đoạn BC;

4. Chứng minh rằng nếu diện tích tam giác ABC gấp đôi diện tích hình chữ nhật AEHF thì tam giác ABC vuông cân.

Câu V (1 điểm)

Cho tam giác ABC với độ dài ba đường cao là 3, 4, 5. Hỏi tam giác ABC là tam giác gì ?

ĐỀ SỐ 25

Câu 1 (6 điểm): Giải các phương trình

a. $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

b. $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$

c. $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3$

Câu 2 (1 điểm): Cho $abc = 1$. Tính tổng

$$\frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ac}$$

Câu 3 (2 điểm): Cho các số dương a, b, c, d. Biết

$$\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} + \frac{d}{1+d} \leq 1$$

Chứng minh rằng $abcd \leq \frac{1}{81}$

Câu 4 (4 điểm): Tìm a, b, c. Biết

a. $2(\sqrt{a} + \sqrt{b-1} + \sqrt{c-2}) - (a + b + c) = 0$

b. $(a^2 + 1)(b^2 + 2)(c^2 + 8) - 32abc = 0$

Câu 5 (5 điểm): Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$, vẽ các tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn và tia OZ vuông góc với AB (các tia Ax, By, OZ cùng phía với nửa đường tròn đối với AB). Gọi E là điểm bất kỳ của nửa đường tròn. Qua E vẽ tiếp tuyến với nửa đường tròn cắt Ax, By, OZ theo thứ tự ở C, D, M. Chứng minh rằng khi điểm E thay đổi vị trí trên nửa đường tròn thì:

- Tích $AC \cdot BD$ không đổi
- Điểm M chạy trên 1 tia
- Tứ giác ACDB có diện tích nhỏ nhất khi nó là hình chữ nhật. Tính diện tích nhỏ nhất đó.

Câu 6 (2 điểm): Tính diện tích toàn phần của hình chóp đều SABC biết tất cả các cạnh của hình chóp đều bằng a

ĐỀ SỐ 26

Câu I (5 đ) :

Giải các phương trình

a) $\frac{x}{x-1} - \frac{2007}{1+x} = \frac{2}{x^2-1}$

b) $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = 2$

Câu II (4 đ) :

a) Tìm a, b, c biết a, b, c là các số dương và

$$\left(\frac{1}{a^2} + 1\right)\left(\frac{1}{b^2} + 2\right)\left(\frac{1}{c^2} + 8\right) = \frac{32}{abc}$$

b) Tìm a, b, c biết : $a = \frac{2b^2}{1+b^2}$; $b = \frac{2c^2}{1+c^2}$; $c = \frac{2a^2}{1+a^2}$

Câu III (4 đ) :

b) Cho $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ với a, b, c khác 0 và $a + b + c \neq 0$

$$\text{Tính } P = \left(2006 + \frac{a}{b}\right) \left(2006 + \frac{b}{c}\right) \left(2006 + \frac{c}{a}\right)$$

a) Tìm GTNN của
$$A = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2}$$

Câu IV. (3đ)

Cho hình bình hành ABCD sao cho AC là đường chéo lớn. Từ C vẽ đường CE và CF lần lượt vuông góc với các đường thẳng AB và AD

Chứng minh rằng $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$

Câu V. (4 đ) Cho hình chóp SABC có $SA \perp AB$; $SA \perp AC$; $AB \perp BC$; $AB = BC$

$$AC = a\sqrt{2}; SA = 2a.$$

Chứng minh:

a) $BC \perp mp(SAB)$

b) Tính diện tích toàn phần của hình chóp SABC

c) Thể tích hình chóp

ĐỀ SỐ 27

Bài 1 (2,0 điểm) Rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{(x^2 + x + 1)\sqrt{x^2 - x + 1} + (x^2 - x + 1)\sqrt{x^2 + x + 1}}{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}}$$

Bài 2 (2,0 điểm) Tính tổng:

$$S = \frac{3}{1^2 \cdot 3} + \frac{5}{(1^2 + 2^2) \cdot 4} + \frac{7}{(1^2 + 2^2 + 3^2) \cdot 5} + \dots + \frac{2n+1}{(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)(n+2)}$$

Bài 3 (2,0 điểm) Cho phương trình:

$$mx^2 - (m^2 + m + 1)x + m + 1 = 0 \quad (1)$$

Tìm điều kiện của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác –1

Bài 4(2,0 điểm) Cho x, y, z là các số không âm thỏa mãn

$$2x + xy + y = 10$$

$$3y + yz + 2z = 3$$

$$z + zx + 3x = 9$$

Tính giá trị của biểu thức : $M = x^3 + y^2 + z^{2006}$

Bài 5(2,0 điểm) Giải phương trình :

$$(3x-1)\sqrt{x^2+8} = \frac{3x^2+2x+23}{2}$$

Bài 6(2,0 điểm)

Cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) qua hai điểm A và B thuộc (P) có hoành độ

độ lần lượt là -1 và 3. M thuộc cung AB của (P) có hoành độ là a. Kẻ MH vuông góc với AB, H thuộc AB.

- 1) Lập các phương trình các đường thẳng AB, MH.
- 2) Xác định vị trí của M để diện tích tam giác AMB lớn nhất.

Bài 7(2,0 điểm)

Cho dãy số : 1, 2, 3, 4, ..., 2005, 2006.

Hãy điền vào trước mỗi số dấu + hoặc - để cho có được một dãy tính có kết quả là số tự nhiên nhỏ nhất.

Bài 8(2,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, H là trực tâm của tam giác. Chứng minh rằng :

$$2(AB + BC + CA) > (AH + BH + CH)$$

Bài 9(2,0 điểm)

Cho tam giác ABC, AD là đường cao, D thuộc BC. Dựng DE vuông góc với AB, E thuộc AB, DF vuông góc với AC, F thuộc AC.

- 1) Chứng minh rằng tứ giác BEFC nội tiếp.

- 2) Dụng bốn đồng tròn đi qua trung điểm của hai cạnh kề nhau của tứ giác BEFC và đi qua đỉnh của tứ giác đó. Chứng minh rằng bốn đồng tròn này đồng quy .

Bài 10 Một hình chóp cụt đều có đáy là hình vuông, các cạnh đáy bằng a và b. Tính chiều cao của hình chóp cụt đều, biết rằng diện tích xung quanh bằng tổng diện tích hai đáy.

ĐỀ SỐ 28

Câu 1. (4 điểm) Khoanh tròn các chữ cái đứng trước kết quả đúng trong các câu sau:

- 1) Cho đường thẳng (D): $y = 3x + 1$. Các điểm sau có điểm nào thuộc (D).
A. (2; 5); B. (-2; -5); C. (-1; -4) D. (-1; 2).
- 2) Cho đường tròn tâm O bán kính R thì độ dài cung 60° của đường tròn ấy bằng:
A. $\frac{\pi R}{6}$; B. $\frac{\pi R}{4}$; C. $\frac{\pi R}{3}$; D. $\frac{\pi R}{12}$.
- 3) Kết quả rút gọn biểu thức: $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{14-5\sqrt{3}}$ bằng:
A. $1 - 3\sqrt{2}$; B. $2\sqrt{3}$; C. $3\sqrt{2}$; D. $2\sqrt{3} + 1$.
- 4) Nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 23 \\ x^2 + y^2 = 377 \end{cases}$$
 là
A. (x = 4; y = 19); B. (x = 3; y = 20)
C. (x = 5; y = 18); D. (x = 19; y = 4) và (x = 4; y = 19)

Câu 2. (4 điểm): Giải phương trình:

$$\frac{2x}{3x^2 - 5x + 2} + \frac{13x}{3x^2 + x + 2} = 6$$

Câu 3. (3 điểm): Tìm m sao cho Parabol (P) $y = 2x^2$ cắt đường thẳng (d) $y = (3m + 1)x - 3m + 1$ tại 2 điểm phân biệt nằm bên phải trục tung.

Câu 4. (1 điểm): Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{4x - 3x^2}{x^2 + 1}$$

Câu 5: (4 điểm).

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Lấy điểm M bất kì trên nửa đường tròn đó (M khác A và B). Vẽ đường tròn tâm M tiếp xúc với đường kính AB tại H. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến (d_1 ; d_2) tiếp xúc với đường tròn tâm M tại C và D.

- CM: 3 điểm: C, M, D cùng nằm trên tiếp tuyến với đường tròn tâm O tại M.
- AC + BD không đổi. Khi đó tính tích AC.BD theo CD.
- Giả sử: $CD \cap AB = \{ K \}$. CM: $OA^2 = OB^2 = OH.OK$.

Câu 6: (3 điểm)

Tính diện tích toàn phần của hình chóp SABC. Biết:

$$ASB = 60^\circ; BSC = 90^\circ; ASC = 120^\circ \text{ và: } SA = AB = SC = a.$$

ĐỀ SỐ 29

Câu 1 (2. 5 điểm)

$$P(x) = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2}}{3x^2 - 4x + 1}$$

Cho biểu thức:

- Rút gọn P.
- Chứng minh: Với $x > 1$ thì $P(x) \cdot P(-x) < 0$

$$a) \sqrt{x+1} - 2\sqrt{x} + \sqrt{x+4} - 4\sqrt{x} = 1$$

Câu 2 (4. 0 điểm). Giải phương trình:

$$b) \sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x^2 - x - 2} = 3$$

Câu 3 (2. 0 điểm).Hãy biện luận vị trí của các đường thẳng

$$d_1 : 2m^2x + 3(m-1)y - 3 = 0$$

$$d_2 : mx + (m-2)y - 2 = 0$$

Câu 4 (2. 0 điểm). Giải hệ phương trình:

$$(x + y)^2 - 4(x + y) = 45$$

$$(x - y)^2 - 2(x - y) = 3$$

Câu 5 (2. 0 điểm). Tìm nghiệm nguyên của phương trình.

$$x^6 + 3x^3 + 1 = y^4$$

$$A = \frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{y-2}}{y}$$

Câu 6 (2. 5 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

Câu 7 (3. 0 điểm)

Cho tam giác ABC đều, nội tiếp đường tròn (o), M là điểm trên cung nhỏ BC; AM cắt BC tại E.

a) Nếu M là điểm chính giữa của cung nhỏ BC, chứng minh : $BC^2 = AE \cdot AM$.

b) Trên AM lấy D sao cho $MD = BM$. Chứng minh: $\angle DBM = \angle ACB$ và $MA = MB + MC$.

Câu 8 (2. 0 điểm) Cho nửa đường tròn đường kính AB và tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Từ điểm M trên tia Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn, kẻ CH vuông góc với AB.

Chứng minh : MB đi qua trung điểm của CH.

ĐỀ SỐ 30

I. Đề bài :

Câu I. (4điểm)

Tính giá trị các biểu thức :

$$A = \frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{25\sqrt{24} + 24\sqrt{25}}$$

$$B = \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} (\sqrt[6]{9 + 4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}})$$

Câu II: (4 điểm)

Giải các phương trình sau.

a; $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

b; $\sqrt{x+2+4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+7+6\sqrt{x-2}} = 6$

Câu III: (6 điểm)

1; Cho 2 số x, y thoả mãn đẳng thức :

$$8x^2 + y^2 + \frac{1}{4x^2} = 4$$

Xác định x, y để tích xy đạt giá trị nhỏ nhất .

2; Tìm 4 số nguyên dương x,y,z,t thoả mãn.

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{t^2} = 1$$

3; Chứng minh bất đẳng thức :

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} < \frac{(a-b)^2}{8b} \quad \text{với } a > b > 0$$

Câu IV: (5 đ)

Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. Trên cung nhỏ BC lấy điểm K . AK cắt BC tại D

a , Chứng minh AO là tia phân giác của góc BAC .

b , Chứng minh $AB^2 = AD.AK$

c , Tìm vị trí điểm K trên cung nhỏ BC sao cho độ dài AK là lớn nhất .

d, Cho góc $BAC = 30^\circ$. Tính độ dài AB theo R.

Câu V: (1đ)

Cho tam giác ABC, tìm điểm M bên trong tam giác sao cho diện tích các tam giác BAM, ACM, BCM bằng nhau.

(Hết)

ĐỀ SỐ 31

Câu1: (4 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức $P = \sqrt{|40\sqrt{2} - 57|} - \sqrt{|40\sqrt{2} + 57|}$

2. Chứng minh rằng $\sqrt[3]{\sqrt{2}-1} = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$

3. Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$

Chứng minh: $\frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq \frac{3}{2}$

Câu2: (4 điểm)

1. Cho $A = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{2+1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3+2} + \dots + \frac{\sqrt{25}-\sqrt{24}}{25+24}$

Chứng minh rằng $A < 0,4$

2. Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $xyz \geq x + y + z + 2$ tìm giá trị lớn nhất của $x + y + z$

Câu3: (4 điểm)

Giải các phương trình:

a. $\sqrt{3x^2 - 7x + 3} - \sqrt{x^2 - 2} = \sqrt{3x^2 - 5x - 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 4}$

b. $2\left(x - \frac{1}{x}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 1$

c.
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 2 \\ \frac{2}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

d. $\sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} = 2$

Câu 4: (2 điểm)

Cho hàm số $y = (2m - 1)x + n - 2$

a. Xác định m, n để đường thẳng (1) đi qua gốc toạ độ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x - 5y = 1$

b. Giả sử m, n thay đổi sao cho $m+n = 1$

Chứng tỏ rằng đường thẳng (1) luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5: (4 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB = AC$, góc $A < 60^\circ$) Trên nửa mặt phẳng bờ AC chứa B người ta vẽ tia Ax sao cho Góc $xAC =$ góc ACB . Gọi c' là điểm đối xứng với C qua Ax.

Nối BC' cắt Ax tại D. Các đường thẳng CD, CC' cắt AB lần lượt tại I và K.

- Chứng minh AC là phân giác ngoài ở đỉnh A của tam giác ABC
- Chứng minh ACDC' Là Hình thoi.
- Chứng minh $AK \cdot AB = BK \cdot AI$
- Xét một đường thẳng bất kì qua A và không cắt BC. Hãy tìm trên d một điểm M sao cho chu vi tam giác MBC đạt giá trị nhỏ nhất.

Chứng minh rằng độ lớn của góc BMC không phụ thuộc vào vị trí của đường thẳng d.

Câu 6: (2 điểm)

Cho hình tứ giác đều S_{ABCD} có cạnh đáy bằng $2\sqrt{3}$ cm chiều cao 4 cm.

- Tính diện tích xung quanh của hình chóp.
- Tính thể tích của hình chóp.

ĐỀ SỐ 32

Câu I: (3đ)

1, Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

$$x^3 + 6x^2 - 13x - 42$$

2, Xác định số hữu tỉ k để đa thức.

$$A = x^3 + y^3 + z^3 + kxyz \text{ chia hết cho đa thức.}$$
$$x + y + z$$

Câu II: (4đ)

Giải các phương trình.

1, $\sqrt{2x + \sqrt{4x - 1}} - \sqrt{2x - \sqrt{4x - 1}} = \sqrt{6}$

2, $x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 3x + 1 = 0$

Câu III: (2đ)

1, Cho hàm số $y = \sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

a, Vẽ đồ thị của hàm số.

b, Tìm giá trị nhỏ nhất của y.

2, Chứng minh phương trình sau không có nghiệm nguyên. $3x^2 - 4y^2 = 3$

Câu IV: (4đ)

1, (2đ)

Cho 3 số không âm x, y, z thỏa mãn đẳng thức.

$$x + y + z = 1$$

Chứng minh rằng: $x + 2y + z \geq 4(1 - x)(1 - y)(1 - z)$

2, (2đ)

Cho biểu thức.

$$Q = \frac{3x^2 - 6x + 11}{x^2 - 2x + 2}$$

a, Tìm giá trị nguyên của x để Q nhận giá trị nguyên.

b, Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức Q.

Câu V: (6đ)

Cho tam giác ABC vuông góc ở A, lấy trên cạnh AC một điểm D. Dựng CE vuông góc với BD.

- 1, Chứng tỏ các tam giác ABD và BCD đồng dạng.
- 2, Chứng tỏ tứ giác ABCE là một tứ giác nội tiếp.
- 3, Chứng minh $FD \perp BC$ (F là giao điểm của BA và CE)
- 4, Cho $\widehat{ABC} = 60^\circ$; $BC = 2a$; $AD = a$

Tính AC, đường cao AH của ABC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADEF.

ĐỀ SỐ 33

Bài 1: Xét biểu thức:

$$P = \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}} - \dots + \frac{1}{\sqrt{1992}-\sqrt{1993}}$$

- a) Rút gọn P
- b) Giá trị của P là số hữu tỷ hay số vô tỷ ? Tại sao?

Bài 2: Rút gọn:

$$\left[\frac{y^2 - yz + z^2}{x} + \frac{x^2}{y+z} - \frac{3}{\frac{1}{y} + \frac{1}{z}} \right] \frac{\frac{2}{y} + \frac{2}{z}}{\frac{1}{yz} + \frac{1}{xy} + \frac{1}{xz}} + (x+y+z)^2$$

Bài 3: Giải phương trình

$$\frac{1}{3}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x = \frac{1}{3}$$

Bài 4: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} |x+2| + |y-3| = 8 \\ |x+2| - 5y = 1 \end{cases}$$

Bài 5: Giải phương trình

$$\sqrt{4 - \sqrt{4+x}} = x$$

Bài 6: Cho $y = -\frac{1}{2}x^2$ (p)

- Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số
- Lập phương trình đường thẳng (D) qua (-2;2) và tiếp xúc với (p)

Bài 7: Câu 1: Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho $n:9$ và $n+1:25$

Câu 2: Tìm nghiệm nguyên của phương trình $3x^2+5y^2=12$

Bài 8: (Bài toán cổ Việt Nam)

Hai cây tre bị gãy cách gốc theo thứ tự 2 thước và 3 thước. Ngọn cây nọ chạm gốc cây kia. Tính từ chỗ thân 2 cây chạm nhau đến mặt đất.

Bài 9: Tam giác ABC có các góc nhọn, trực tâm H. Vẽ hình bình hành ABCD. Chứng minh rằng: $ABH = ADH$

Bài 10: Cho hình chữ nhật ABCD và điểm E thuộc cạnh DC. Dựng hình chữ nhật có một cạnh là DE và có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật ABCD.

ĐỀ SỐ 34

Câu 1: (1.5đ)

Chọn các câu trả lời đúng trong các câu sau:

a. Phương trình: $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = 2$

Có nghiệm là: A.1; B.2; C. $\frac{3}{2}$; D. $1 \leq x \leq 2$

b. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn tâm (O), các cung nhỏ AB, BC, CA có số đo lần lượt là: $x+75^\circ$; $2x+25^\circ$; $3x-22^\circ$. Một góc của tam giác có số đo là: A. 57° , B. 59° , C. 61° , D. 60°

Câu 2: (0.5đ)

Hai phương trình $x^2+ax+1=0$ và $x^2-x-a=0$ có 1 nghiệm chung khi a bằng:

A. 0, B. 1, C. 2, D. 3

Câu 3: (1đ).

Điền vào chỗ (.....) Trong hai câu sau:

a. Nếu bán kính của đường tròn tăng lên 3 lần thì chu vi của đường tròn sẽ lần và diện tích của đường tròn sẽ lần.

a. B. Trong mặt phẳng tọa độ Oy . Cho $A(-1;1); B(-1;2); C(\sqrt{2};\sqrt{2})$ và đường tròn tâm O bán kính 2. Vị trí của các điểm đối với đường tròn là.

Điểm

A:

Điểm

B

Điểm

C

PHẦN TỰ LUẬN:

Câu 1: (4đ) Giải phương trình:

a. $(3x+4)(x+1)(6x+7)^2=6$; b. $\sqrt{3x-5} + \sqrt{7-3x} = 5x^2 - 20x + 22$

Câu 2: (3.5đ) Ba số $x; y; z$ thỏa mãn hệ thức: $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 6$

Xét biểu thức: $P = x + y^2 + z^3$.

a. Chứng minh rằng: $P \geq x + 2y + 3z - 3$?

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của P ?

Câu 4: (4.5 đ).

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB=2R$ và C là điểm thuộc đường tròn O ($C \neq A; C \neq B$). Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm C . Kẻ tia ax tiếp xúc với đường tròn (O) . Gọi M là điểm chính giữa cung nhỏ AC , tia BC cắt Ax tại Q , tia AM cắt BC tại N .

a. Chứng minh các tam giác BAN và MCN cân?

b. B. Khi $MB=MQ$ tính BC theo R ?

Câu 5: (2đ)

Có tồn tại hay không 2006 điểm nằm trong mặt phẳng mà bất kỳ 3 điểm nào trong chúng cũng tạo thành một tam giác có góc tù?

ĐỀ SỐ 35

Câu 1(2đ)

$$\text{Cho } x = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}}$$

Tính giá trị của biểu thức : $A = x^3 + 3x - 14$

Câu 2(2đ) :

$$\text{Cho phân thức : } B = \frac{x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 3x + 6}{x^4 + 2x - 8}$$

1. Tìm các giá trị của x để B = 0.
2. Rút gọn B.

Câu 3(2đ) : Cho phương trình : $x^2 + px + 1 = 0$ có hai nghiệm là a và b
phương trình : $x^2 + qx + 2 = 0$ có hai nghiệm là b và c

$$\text{Chứng minh hệ thức : } (b-a)(b-c) = pq - 6 \quad (1)$$

Câu 4(2đ) : Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} mx + 4y = 10 - m & (1) \\ x + my = 4 & (2) \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

1. Giải và biện luận hệ theo m.
2. Với giá trị nào của số nguyên m hệ có nghiệm (x,y) với x, y là các số nguyên dương.

Câu 5(2đ) : Giải phương trình : $\sqrt{x+5} - 4\sqrt{x+1} + \sqrt{x+10} - 6\sqrt{x+1} = 1$

Câu 6(2đ) : Trong mặt phẳng tọa độ xOy cho tam giác ABC có các đường cao có phương trình là : $y = -x + 3$ và $y = 3x + 1$. Đỉnh A có tọa độ là (2;4). Hãy lập phương trình các cạnh của tam giác ABC.

Câu 7(2đ) : Với $a > 0$; $b > 0$ cho trước và $x, y > 0$ thay đổi sao cho :

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1. \quad \text{Tìm } x, y \text{ để } x + y \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

Câu 8(2đ) : Cho tam giác vuông ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) có đường cao AH. Gọi trung điểm của BH là P. Trung điểm của AH là Q.

Chứng minh : $AP \perp CQ$.

Câu 9(3đ) : Cho đường tròn (O) đường kính AB. Một điểm M thay đổi trên đường tròn (M khác A, B). Dựng đường tròn tâm M tiếp xúc với AB tại H. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến AC, BD đến đường tròn tâm M.

- Chứng minh CD là tiếp tuyến của (O).
- Chứng minh tổng $AC+BD$ không đổi. Từ đó tính giá trị lớn nhất của $AC \cdot BD$
- Lấy điểm N có định trên (O) . Gọi I là trung điểm của MN, P là hình chiếu của I trên MB. Tính quỹ tích của P.

Câu 10(1đ) : Hình chóp tam giác đều S.ABC có các mặt là tam giác đều. Gọi O là trung điểm đường cao SH của hình chóp.

Chứng minh rằng : $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COA} = 90^\circ$.

ĐỀ SỐ 36

Bài 1 (5đ)

Giải các phương trình sau:

a, $\sqrt{x^2 - 1} - x^2 + 1 = 0$

b, $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8+6\sqrt{x-1}} = 4$

Bài 2 (5đ) Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{\sqrt{x} - 2}{x-1} - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1} \right) \left(\frac{1-x}{\sqrt{2}} \right)^2$$

- Rút gọn P.
- Chứng minh rằng nếu $0 < x < 1$ thì $P > 0$.
- Tìm giá trị lớn nhất của P.

Bài 3: (5đ) Chứng minh các bất đẳng thức sau.

a, Cho $a > c$, $b > c$, $c > 0$.

Chứng minh: $\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$

b, Chứng minh.

$$\frac{2005}{\sqrt{2006}} + \frac{2006}{\sqrt{2005}} > \sqrt{2005} + \sqrt{2006}$$

Bài 4: (5đ)

Cho $\triangle AHC$ có 3 góc nhọn, đường cao HE . Trên đoạn HE lấy điểm B sao cho tia CB vuông góc với AH , hai trung tuyến AM và BK của $\triangle ABC$ cắt nhau ở I . Hai trung trực của các đoạn thẳng AC và BC cắt nhau tại O .

a, Chứng minh $\triangle ABH \sim \triangle MKO$

b, Chứng minh $\sqrt{\frac{IO^3 + IK^3 + IM^3}{IA^3 + IH^3 + IB^3}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

ĐỀ SỐ 37

Câu I: (6 điểm):

Câu 1 (2điểm): Giải phương trình

$$\sqrt{x+15+8\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+15-8\sqrt{x-1}} = 7$$

Câu 2 (2điểm): Giải phương trình

$$(x-1)(x-3)(x+5)(x+7) = 297$$

Câu 3 (2 điểm) : Giải phương trình

$$\frac{ax-1}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{a(x^2+1)}{x^2+1}$$

Câu II (4 điểm)

Câu 1 (2điểm): Cho $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \neq 0$ và $abc \neq 0$

Rút gọn biểu thức sau: $X = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{(ax + by + cz)^2}$

Câu 2 (2 điểm) : Tính $A = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2004} + \sqrt{2005}}$

Câu III (4 điểm)

Câu 1 (2 điểm) : Cho $x > 0$; $y > 0$ và $x + y = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$M = \left(x + \frac{1}{y}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{x}\right)^2$$

Câu 2 (2 điểm) : Cho $0 \leq x, y, z \leq 1$ CMR

$$\frac{x}{yz+1} + \frac{y}{xz+1} + \frac{z}{xy+1} \leq 2$$

Câu IV : Cho tứ giác ABCD có $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$. Gọi M là một điểm trên đường chéo AC sao cho $\widehat{ABM} = \widehat{DBC}$ và I là trung điểm AC.

Câu 1: CM : $\widehat{CIB} = 2 \widehat{BDC}$

Câu 2 : $\Delta ABM \sim \Delta DBC$

Câu 3: $AC \cdot BD = AB \cdot DC + AD \cdot BC$

Câu V : Cho hình chóp S.ABC có các mặt bên và mặt đáy là các tam giác đều cạnh 8cm

a/ Tính diện tích toàn phần của hình chóp

b/ Tính thể tích của hình chóp.

ĐỀ SỐ 38

Bài 1: - Cho $M = \left(\frac{x+2}{3x} + \frac{2}{x+1} - 3\right) : \frac{2-4x}{x+1} - \frac{3x-x^2+1}{3x}$.

a. Rút gọn biểu thức M.

b. Tính giá trị của biểu thức M khi $x = 5977$, $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$.

c. Với giá trị nào của x thì M có giá trị nguyên.

Bài 2: Tìm giá trị của M để:

a. $m^2 - 2m + 5$ có giá trị nhỏ nhất

b. $\frac{2m^2 + 5}{2m^2 + 1}$ có giá trị lớn nhất.

Bài 3: Rút gọn biểu thức

$$A = \sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$$

Bài 4: Cho $B = \frac{\sqrt{a+6}}{\sqrt{a+1}}$

a, Tìm các số nguyên a để B là số nguyên.

b, Chứng minh rằng với $a = \frac{4}{9}$ thì B là số nguyên.

c, Tìm các số hữu tỷ a để B là số nguyên.

Bài 5: Cho tam giác ABC từ điểm D bất kỳ trên cạnh BC ta dựng đường thẳng d song song với trung tuyến AM. Đường thẳng d cắt AB ở E cắt AC ở F.

a, Chứng minh $\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC}$.

b, Chứng minh $DE + DF = 2AM$

ĐỀ SỐ 39

Câu 1 (6 điểm):

a) Chứng minh biểu thức:

$$A = \frac{6x - (x+6)\sqrt{x} - 3}{2(x - 4\sqrt{x} + 3)(2 - \sqrt{x})} - \frac{3}{10\sqrt{x} - 2x - 12} - \frac{1}{3\sqrt{x} - x - 2}$$

không phụ thuộc vào x.

b) Chứng minh nếu a, b, c và a', b', c' là độ dài các cạnh của hai tam giác đồng dạng thì:

$$\sqrt{aa'} + \sqrt{bb'} + \sqrt{cc'} = \sqrt{(a + b + c)(a' + b' + c')}$$

c) Tính: $B = \sqrt{17 - 4\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}} + \sqrt[4]{28 - 16\sqrt{3}}$

Câu 2 (4 điểm):

Giải các phương trình:

a) $10x^3 - 17x^2 - 7x + 2 = 0$

b) $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} + \sqrt{4x^2 + 12x + 9} = 4$

Câu 3 (2 điểm):

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác có chu vi bằng 2.

Chứng minh: $(a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2) - 2abc > 2$

Câu 4 (2 điểm):

Chứng minh khi m thay đổi, các đường thẳng có phương trình:

$(2m - 1)x + my + 3 = 0$ luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5 (6 điểm):

Cho điểm M nằm trên đường tròn (O), đường kính AB. Dựng đường tròn (M) tiếp xúc với AB. Qua A và B, kẻ các tiếp tuyến AC; BD tới đường tròn (M).

a) Chứng minh ba điểm C; M; D thẳng hàng.

b) Chứng minh $AC + BD$ không đổi.

c) Tìm vị trí của điểm M sao cho $AC \cdot BD$ lớn nhất.