e) Ta có $\begin{cases} \dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\dfrac{3}{m} \\ \dfrac{1}{x_1}.\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{1}{x_1.x_2}=-\dfrac{1}{m} \end{cases}$ mà $\left(\dfrac{3}{m}\right)^2-4\left(-\dfrac{1}{m}\right)=\dfrac{9}{m^2}+\dfrac{4}{m}=\dfrac{9+4m}{m^2}\ge 0$

Vậy $\dfrac{1}{x_1};\dfrac{1}{x_2}$ là hai nghiệm của phương trình $x^2-\dfrac{3}{m}x-\dfrac{1}{m}=0 \Leftrightarrow mx^2-3m-1=0$

f) Phương trình có hai nghiệm cùng dấu $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \ge 0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge -\dfrac{9}{4} \\ -m>0 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{9}{4}\le m<0$

Hai nghiệm này luôn âm. Vì S = - 3.

C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Giải các phương trình sau

a) $x^2-5x=0$ b) $2x^2+3=0$ c) $x^2-11x+30=0$ d) $x^2-\left(1+\sqrt{2}\right)x+\sqrt{2}=0$

e) $x^4-7x^2+12=0$ f) $\sqrt{(x-2)^2}-5\sqrt{x-2}+6=0$

g) $\dfrac{2}{x^2-4}-\dfrac{1}{x(x-2)}+\dfrac{x-4}{x(x+2)}=0$ h) $(x+1)(x+2)(x+5)(x-2)=-20$

i) $2x^2-8x-3\sqrt{2x^2-4x-5}=12$ k) $x^2+\dfrac{1}{x^2}-4,5\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+7=0$

2.Cho phương trình $x^2-2\sqrt{3}x+1=0$, có hai nghiệm x_1, x_2. Không giải phương trình. Hãy tính giá trị các biểu thức sau:

$A=x_1^2+x_2^2$; $B=x_1^3+x_2^3$; $C=\dfrac{3x_1^2+5x_1x_2+3x_2^2}{4x_1^3x_2+4x_1x_2^3}$

3.Cho phương trình $x^2 + mx + m+3 = 0$.

a) Giải phương trình với m = -2.
b) Giải và biện luận số nghiệm của phương trình.
c) Tính $x_1^2 + x_2^2$; $x_1^3 + x_2^3$ theo m.
d) Xác định giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 10$.
e) Tìm m để $2x_1 + 3x_2 = 5$.
f) Tìm m để phương trình có nghiệm x = -3. Tính nghiệm còn lại.
g) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm cùng dấu dương.

4.Cho phương trình bậc hai: $mx^2 – (5m-2)x + 6m – 5 = 0$.

a) Giải phương trình với m = 2.
b) Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.
c) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm đối nhau.
d) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm là nghịch đảo của nhau.
e) Tìm m để phương trình có nghiệm là x = 0. Tìm nghiệm còn lại.
f) Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng âm.

5.Cho phương trình $x^2 – mx + m – 1 = 0$, ẩn x, tam số m.

a) Chứng tỏ phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m. Tính nghiệm kép (nếu có) cùng giá trị tương ứng của m.

b) Đặt $A = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2$.

+) Chứng minh $A = m^2 - 8m + 8$.

+) Tìm m để A = 8.

+) Tìm giá trị nhỏ nhất của A và giá trị tương ứng của m.

6*.Cho phương trình bậc hai: $ax^2 + bx + c = 0$ với $abc \neq 0$.

a) Tìm điều kiện để phương trình có hai nghiệm x_1; x_2.

b) Lập phương trình nhận hai số $(x_1+\alpha)$; $(x_2+\alpha)$ làm nghiệm.

c) Lập phương trình nhận hai số αx_1; αx_2 làm nghiệm.

d) Lập phương trình nhận hai số $\frac{1}{x_1};\frac{1}{x_2}$ làm nghiệm.

e) Lập phương trình nhận hai số $\frac{x_1}{x_2}$; $\frac{x_2}{x_1}$ làm nghiệm.

---

§6.CHỨNG MINH HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG
HỆ THỨC HÌNH HỌC

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Tam giác đồng dạng

-Khái niệm: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ khi $\begin{cases} \angle A = \angle A'; \angle B = \angle B'; \angle C = \angle C' \\ \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'} = \dfrac{BC}{B'C'} \end{cases}$

-Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác: c – c – c; c – g – c; g – g.

-Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông: góc nhọn; hai cạnh góc vuông; cạnh huyền - cạnh góc vuông…

*Tính chất: Hai tam giác đồng dạng thì tỉ số hai đường cao, hai đường phân giác, hai đường trung tuyến tương ứng, hai chu vi bằng tỉ số đồng dạng; tỉ số hai diện tích bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

2.Phương pháp chứng minh hệ thức hình học

-Dùng định lí Talet, tính chất đường phân giác, tam giác đồng dạng, các hệ thức lượng trong tam giác vuông, …

Giả sử cần chứng minh MA.MB = MC.MD

-Chứng minh hai tam giác MAC và MDB đồng dạng hoặc hai tam giác MAD và MCB.

-Trong trường hợp 5 điểm đó cùng nằm trên một đường thẳng thì cần chứng minh các tích trên cùng bằng tích thứ ba.

Nếu cần chứng minh MT^2 = MA.MB thì chứng minh hai tam giác MTA và MBT đồng dạng hoặc so sánh với tích thứ ba.

Ngoài ra cần chú ý đến việc sử dụng các hệ thức trong tam giác vuông; phương tích của một điểm với đường tròn.

B.MỘT SỐ VÍ DỤ

VD1.Cho hình bình hành ABCD. Từ đỉnh A kẻ cát tuyến bất kì cắt đường chéo BD tại E, cắt cạnh BC tại F và cắt cạnh CD tại G. Chứng minh:

a) Các tam giác DAE và BFE đồng dạng.

b) Các tam giác DGE và BAE đồng dạng.

c) $AE^2 = EF.EG$.

d) Tích BF.DG không đổi khi cát tuyến qua A thay đổi.

VD2.Cho hình bình hành ABCD. Từ C kẻ CM vuông góc với AB, CN vuông góc với AD. Giả sử AC > BD. Chứng minh rằng: $AB.AM + AD.AN = AC^2$.

C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của BC. Đường thẳng qua H vuông góc với MH cắt AB tại P, cắt AC tại Q. Chứng minh:

a) $\Delta AHP \sim \Delta CMH$

b) $\Delta QHA \sim \Delta HMB$

c) HP = HQ.

2.Cho tam giác đều ABC. Gọi M là trung điểm của BC. Lấy P trên cạnh AB, Q trên cạnh AC sao cho góc PMQ bằng 60^0.

a) Chứng minh $\Delta MBP \sim \Delta QCM$. Từ đó suy ra PB.CQ có giá trị không đổi.

b) Kẻ MH vuông góc với PQ, chứng minh $\Delta MBP \sim \Delta QMP;\ \Delta QCM \sim \Delta QMP$.

c) CHứng minh độ dài MH không đổi khi P, Q chạy trên AB, AC và vẫn thỏa mãn điều kiện góc PMQ bằng 60^0.

3.Cho tam giác ABC có BC = a; AC = b; AB = c (b > c) và các phân giác BD, CE.

a) Tính độ dài CD, BE rồi suy ra CD > BE.

b) Vẽ hình bình hành BEKD, chứng minh CE > EK.

c) Chứng minh CE > BD.

---

§7.GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

Phương pháp giải

Bước 1. Gọi ẩn và đặt điều kiện: Gọi một (hai) trong số những điều chưa biết làm ẩn và đặt điều kiện cho ẩn.

Bước 2. Biểu diễn các đại lượng chưa biết còn lại qua ẩn.

Bước 3. Lập phương trình (hệ phương trình): Dựa vào mối quan hệ giữa đại lượng đã biết và chưa biết.

Bước 4. Giải phương trình (hệ phương trình) vừa lập ở trên.
Bước 5. Kết luận: Kiểm tra giá trị tìm được với điều kiện rồi kết luận.
*Chú ý việc tóm tắt bài toán trước khi làm.

B.MỘT SỐ VÍ DỤ

1.Để đi đoạn đường từ A đến B, một xe máy đã đi hết 3h20 phút, còn một ôtô chỉ đi hết 2h30phút. Tính chiều dài quãng đường AB biết rằng vận tốc của ôtô lớn hơn vận tốc xe máy 20km/h.

	Quãng đường (km)	Thời gian (h)	Vận tốc (km/h)
Xe máy	x	$3h20ph = \frac{10}{3}h$	$x : \frac{10}{3} = \frac{3x}{10}$
Ôtô	x	$2h30ph = \frac{5}{2}h$	$x : \frac{5}{2} = \frac{2x}{5}$

Từ đó có phương trình $\frac{2x}{5} - \frac{3x}{10} = 20$, giải được x = 200 km.

	Vận tốc (km/h)	Thời gian (h)	Quãng đường (km)
Xe máy	x - 20	$3h20ph = \frac{10}{3}h$	$\frac{10}{3}(x-20)$
Ôtô	x	$2h30ph = \frac{5}{2}h$	$\frac{5}{2}x$

Từ đó có phương trình $\frac{5}{2}x = \frac{10}{3}(x-20)$, giải được x = 80 km/h.

	Vận tốc (km/h)	Thời gian (h)	Quãng đường (km)
Xe máy	x	$3h20ph = \frac{10}{3}h$	$\frac{10}{3}x$
Ôtô	$x + 20$	$2h30ph = \frac{5}{2}h$	$\frac{5}{2}(x+20)$

Từ đó có phương trình $\frac{10}{3}x = \frac{5}{2}(x+20)$, giải được x = 60 km/h.

Nhận xét: Trong các cách làm đó thì cách thứ nhất là ngắn gọn nhất.

C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Cho 200g dung dịch có nồng độ muối là 10%. Phải pha thêm vào dung dịch đó một lượng nước là bao nhiêu để được dung dịch có nồng độ muối là 8%.
2.Có hai vòi nước, vòi 1 chảy đầy bể trong 1,5 giờ, vòi 2 chảy đầy bể trong 2 giờ. Người ta đã cho vòi 1 chảy trong một thời gian, rồi khóa lại và cho vòi 2 chảy tiếp, tổng cộng trong 1,8 giờ thì đầy bể. Hỏi mỗi vòi đã chảy trong bao lâu?
3.Tổng các chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị của một số có hai chữ số bằng 18. Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì được số mới lớn hơn số ban đầu là 54. Tìm số ban đầu.
4.Một đám đất hình chữ nhật có chu vi 124m. Nếu tăng chiều dài 5m và chiều rộng 3m thì diện tích tăng thêm $225m^2$. Tính kích thước của hình chữ nhật đó.

5.Một cửa hàng trong ngày bán được một số xe đạp và xe máy. Biết rằng số xe đạp bán được nhiều hơn số xe máy là 5 chiếc và tổng bình phương của hai số này là 97. Hỏi cửa hàng bán được bao nhiêu xe mỗi loại.
6.Dân số hiện nay của một địa phương là 41618 người. Cách đây 2 năm dân số của địa phương đó là 40000 người. Hỏi trung bình mỗi năm dân số địa phương đó tăng bao nhiêu phần trăm.

----

§8.CHỨNG MINH TỨ GIÁC NỘI TIẾP

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

Phương pháp chứng minh

-Chứng minh bốn đỉnh của tứ giác cùng cách đều một điểm.

-Chứng minh tứ giác có hai góc đối diện bù nhau.

-Chứng minh hai đỉnh cùng nhìn đoạn thẳng tạo bởi hai điểm còn lại hai góc bằng nhau.

-Chứng minh tổng của góc ngoài tại một đỉnh với góc trong đối diện bù nhau.

-Nếu MA.MB = MC.MD hoặc NA.ND = NC.NB thì tứ giác ABCD nột tiếp. (Trong đó $M = AB \cap CD;\ N = AD \cap BC$)

-Nếu PA.PC = PB.PD thì tứ giác ABCD nội tiếp. (Trong đó $P = AC \cap BD$)

-Chứng minh tứ giác đó là hình thang cân; hình chữ nhật; hình vuông; …

Nếu cần chứng minh cho nhiều điểm cùng thuộc một đường tròn ta có thể chứng minh lần lượt 4 điểm một lúc. Song cần chú ý tính chất "Qua 3 điểm không thẳng hàng xác định duy nhất một đường tròn"

B.MỘT SỐ VÍ DỤ

VD1.Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, trên đó có điểm M. Trên đường kính AB lấy điểm C sao cho AC < CB. Kẻ hai tiếp tuyến Ax và By tại A và B với (O). Đường thẳng qua M vuông góc với MC cắt Ax ở P, đường thẳng qua C vuông góc với CP cắt By tại Q. Gọi D là giao điểm của CQ và BM. Chứng minh:

a) Các tứ giác ACMP, CDME nội tiếp.

b) AB//DE.

c) Ba điểm P, M, Q thẳng hàng.

VD2.Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn đường kính AA', đường cao AM.

a) Hai đường cao BN, CP cắt nhau tại H và PN cắt AA' tại S. Chứng minh các tứ giác BPNC và A'SNC nội tiếp.

b) Chứng minh PN vuông góc với AA'.

C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Cho (O; R) và dây cung AB (AB < 2R). Trên tia AB lấy điểm C sao cho AC > AB. Từ C kẻ hai tiếp tuyến với đường tròn tại P và K. Gọi I là trung điểm của AB.

a) Chứng minh tứ giác CPIK nội tiếp.

b) Chứng minh hai tam giác ACP và PCB đồng dạng.

Từ đó suy ra $CP^2 = CB.CA$.

c) Gọi H là trực tâm của tam giác CPK, tính PH theo R.

d) Giả sử PA//CK, chứng minh tia đối của tia BK là tia phân giác của góc CBP.

2.Cho tam giác ABC cân tại A, một cung tròn phía trong tam giác tiếp xúc với AB, AC tại B và C. Từ điểm D trên cung BC kẻ các đường vuông góc DE với BC, DF với AC và DG với AB. Gọi M là giao điểm của BD và GE, N là giao điểm của EF và DC. Chứng minh:

a) Các tứ giác BEDG và CEDF nội tiếp.

b) $DE^2 = DF.DG$

c) Tứ giác EMDN nội tiếp, suy ra MN vuông góc với DE.

d) Nếu GB = GE thì EF = EC.

3.Từ điểm M trên đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, ta kẻ các đường vuông góc hạ xuống ba cạnh của tam giác $MH \perp AB$; $MI \perp BC$; $MK \perp AC$. Chứng minh:

a) Ba tứ giác AHMK, HBIM, ICKM nội tiếp.

b) Ba điểm H, I, K nằm trên một đường thẳng (đường thẳng Simson).

---

§9.HÀM SỐ - ĐỒ THỊ

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Tính chất của hàm số bậc nhất y = ax + b (a ≠0)

-Đồng biến khi a > 0; nghịch biến khi a < 0.

-Đồ thị là đường thẳng nên khi vẽ chỉ cần xác định hai điểm thuộc đồ thị.

+Trong trường hợp b = 0, đồ thị hàm số luôn đi qua gốc tọa độ.

+Trong trường hợp b ≠ 0, đồ thị hàm số luôn cắt trục tung tại điểm b.

-Đồ thị hàm số luôn tạo với trục hoành một góc α, mà $tg\alpha = a$.

-Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(x_A; y_A)$ khi và chỉ khi $y_A = ax_A + b$.

2.Vị trí của hai đường thẳng trên mặt phẳng tọa độ

Xét hai đường thẳng: (d_1): $y = a_1x + b_1$; (d_2): $y = a_2x + b_2$ với $a_1 \neq 0$; $a_2 \neq 0$.

-Hai đường thẳng song song khi $a_1 = a_2$ và $b_1 \neq b_2$.

-Hai đường thẳng trùng nhau khi $a_1 = a_2$ và $b_1 = b_2$.

-Hai đường thẳng cắt nhau khi $a_1 \neq a_2$.

+Nếu $b_1 = b_2$ thì chúng cắt nhau tại b_1 trên trục tung.

+Nếu $a_1.a_2 = -1$ thì chúng vuông góc với nhau.

3.Tính chất của hàm số bậc hai $y = ax^2$ (a ≠ 0)

-Nếu a > 0 thì hàm số nghịch biến khi x < 0, đồng biến khi x > 0.

Nếu a < 0 thì hàm số đồng biến khi x < 0, nghịch biến khi x > 0.

-Đồ thị hàm số là một Parabol luôn đi qua gốc tọa độ:

+) Nếu a > 0 thì parabol có điểm thấp nhất là gốc tọa độ.

+) Nếu a < 0 thì Parabol có điểm cao nhất là gốc tọa độ.

-Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(x_A; y_A)$ khi và chỉ khi $y_A = ax_A^2$.

4.Vị trí của đường thẳng và parabol

-Xét đường thẳng x = m và parabol $y = ax^2$:

+) luôn có giao điểm có tọa độ là $(m; am^2)$.

-Xét đường thẳng y = m và parabol $y = ax^2$:

+) Nếu m = 0 thì có 1 giao điểm là gốc tọa độ.

+) Nếu am > 0 thì có hai giao điểm có hoành độ là $x = \pm\sqrt{\frac{m}{a}}$

+) Nếu am < 0 thì không có giao điểm.

-Xét đường thẳng $y = mx + n$ ($m \neq 0$) và parabol $y = ax^2$:

+) Hoành độ giao điểm của chúng là nghiệm của phương trình hoành độ $ax^2 = mx + n$.

B.MỘT SỐ VÍ DỤ

VD1. Cho (P): $y = x^2$

1. Vẽ (P) trên hệ trục Oxy.

2. Trên (P) lấy hai điểm A và B có hoành độ lần lượt là 1 và 3. Hãy viết phương trình đường thẳng đi qua A và B.

3. Lập phương trình đường trung trực (d) của AB.

4. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

5.Tính diện tích tứ giác có các đỉnh là A, B và các điểm 1; 3 trên trục hoành.

VD2. Trong cùng một hệ trục tọa độ, gọi (P), (d) lần lượt là đồ thị của các hàm số $y = -\frac{x^2}{4}$; $y = x + 1$.

a) Vẽ (P) và (d).

b) Dùng đồ thị để giải phương trình $x^2 + 4x + 4 = 0$ và kiểm tra lại bằng phép toán.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow -\frac{x^2}{4} = x + 1$. Nhận thấy đồ thị của hai hàm số vừa vẽ là đồ thị của $y = -\frac{x^2}{4}$ và $y = x + 1$.

Mà đồ thị hai hàm số đo tiếp xúc nhau tại A nên phương trình có nghiệm kép là hoành độ của điểm A.

c) Viết phương trình đường thẳng (d_1) song song với (d) và cắt (P) tại điểm có tung độ là - 4. Tìm giao điểm còn lại của (d_1) với (P).

VD3. Cho (P): $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) đi qua hai điểm A, B trên (P) có hoành độ lần lượt là – 2 và 4.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (P).

b) Viết phương trình đường thẳng (d).

c) Tìm M trên cung AB của (P) tương ứng với hoành độ x chạy trong khoảng từ - 2 đến 4 sao cho tam giác MAB có diện tích lớn nhất.

Do đáy AB không đổi nên để diện tích lớn nhất thì đường cao MH lớn nhất. MH lớn nhất khi là khoảng cách từ AB đến đường thẳng (d)//AB và tiếp xúc với (P).

Tìm được tọa độ của M $\left(1; \frac{1}{4}\right)$

C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Cho (P): $y = ax^2$

a) Xác định a để đồ thị hàm số đi qua A(1; 1). Hàm số này đồng biến, nghịch biến khi nào.

b) Gọi (d) là đường thẳng đi qua A và cắt trục Ox tại điểm M có hoành độ m ($m \neq 1$). Viết phương trình (d) và tìm m để (d) và (P) chỉ có một điểm chung.

2.Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm A (-2; 2) và đường thẳng (d_1):

$$y = -2(x+1)$$

a) Giải thích vì sao A nằm trên (d_1).

b) Tìm a trong hàm số $y = ax^2$ có đồ thị là (P) qua A.

c) Viết phương trình đường thẳng (d_2) qua A và vuông góc với (d_1).

d) Gọi A, B là giao điểm của (P) và (d_2); C là giao điểm của (d_1) với trục tung. Tìm tọa độ của B và C. Tính diện tích của tam giác ABC.

3.Cho (P): $y = x^2$ và (d): $y = 2x + m$. Tìm m để (P) và (d):

a) Cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

b) Tiếp xúc nhau.

c) Không giao nhau.

4.Trong hệ trục tọa độ Oxy gọi (P) là đồ thị của hàm số $y = x^2$.

a) Vẽ (P).

b) Gọi A, B là hai điểm thuộc (P) có hoành độ lần lượt là – 1 và 2. Viết phương trình đường thẳng AB.

c) Viết phương trình đường thẳng (d) song song với AB và tiếp xúc với (P).

5.Cho hai đường thẳng (d_1) và (d_2) có phương trình lần lượt là:

$$y = (m-2)x + 4 \text{ và } y = mx + m + 2.$$

a) Tìm m để (d_1) đi qua điểm A(1; 5). Vẽ đồ thị hai hàm số trên với m vừa tìm được.

b) Chứng tỏ rằng (d_1) luôn đi qua điểm cố định với $m \neq 2$.

c) Với giá trị nào của m thì $(d_1) // (d_2)$; $(d_1) \perp (d_2)$.

d) Tính diện tích phần giới hạn bởi hai đường thẳng (d_1), (d_2) và trục hoành trong trường hợp $(d_1) \perp (d_2)$.

PHẦN BÀI LUYỆN GIẢI CƠ BẢN

I.BIẾN ĐỔI CĂN THỨC

Bài 1. Tìm điều kiện xác định của các biểu thức sau

a) $\sqrt{2-5x}$ b) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$ c) $\dfrac{6x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{1-x}}$ d) $\sqrt{\dfrac{2x-1}{x+2}}$

Bài 2. Thực hiện phép tính, rút gọn biểu thức

a) $2\sqrt{18}+3\sqrt{8}-3\sqrt{32}-\sqrt{50}$ b) $\left(7\sqrt{48}+3\sqrt{27}-2\sqrt{12}\right):\sqrt{3}$

c) $3\sqrt{8}-4\sqrt{18}+2\sqrt{50}$ d) $5\sqrt{12}+2\sqrt{75}-5\sqrt{48}$

e) $\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}-\sqrt{2}$ f) $\dfrac{2}{7+4\sqrt{3}}+\dfrac{2}{7-4\sqrt{3}}$

g) $\dfrac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$ h) $\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

Bài 3. Giải các phương trình, bất phương trình sau

a) $1+\sqrt{2x}=10$ b) $\left(7+\sqrt{x}\right)\left(8-\sqrt{x}\right)=x+11$ c) $\sqrt{2+\sqrt{3+\sqrt{x}}}=3$

d) $\sqrt{16x^2}=3x+7$ e) $3\sqrt{3+5x}\ge 72$ f) $\sqrt{2+2\sqrt{2+\sqrt{2x}}}\ge 4$

II.HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau

1. $\begin{cases}3x+5y=3\\5x+2y=1\end{cases}$ 2. $\begin{cases}2x+3y=-2\\3x-2y=-3\end{cases}$ 3. $\begin{cases}3u+v=8\\7u-2v=23\end{cases}$ 4. $\begin{cases}\dfrac{x}{5}=1-\dfrac{y}{15}\\2x-5y=10\end{cases}$

5. $\begin{cases}x-6y=17\\5x+y=23\end{cases}$ 6. $\begin{cases}40x+3y=10\\20x-7y=5\end{cases}$ 7. $\begin{cases}\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{4}y-2=0\\5x-y=11\end{cases}$ 8. $\begin{cases}4a-5b-10=0\\\dfrac{a}{5}-\dfrac{b}{3}+\dfrac{1}{3}=0\end{cases}$

9. $\begin{cases}6(x+y)=8+2x-3y\\5(y-x)=5+3x+2y\end{cases}$ 10. $\begin{cases}-2(2x+1)+1{,}5=3(y-2)-6x\\11{,}5-4(3-x)=2y-(5-x)\end{cases}$

11. $\begin{cases}(x-1)^2-(x+2)^2=9y\\(y-3)^2-(y+2)^2=5x\end{cases}$ 12. $\begin{cases}\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{2}{y-1}=2\\\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{3}{y-1}=1\end{cases}$ 13. $\begin{cases}3x^2+y^2=5\\x^2-3y^2=1\end{cases}$

14. $\begin{cases}x=2+z\\y=2+3z\\z-3x-3y=-2\end{cases}$ 15. $\begin{cases}x+y=3\\y+z=6\\z+x=1\end{cases}$ 16. $\begin{cases}x+y+z=12\\2x-3y+z=12\\x+y-2z=-9\end{cases}$

Bài 2. Với giá trị nào của tham số m thì

a) $\begin{cases}x+y=m+2\\3x+5y=2m\end{cases}$ có nghiệm nguyên. b) $\begin{cases}mx-2y=1\\3x+y=3\end{cases}$ vô nghiệm.

III.PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

Bài 1. Giải các phương trình sau

a) $3x^2+12x=0$ b) $5x^2-10x=0$ c) $3x^2-12=0$ d) $\sqrt{3}x^2-1=0$

e) $x^2+5x+4=0$ f) $3x^2-7x+3=0$ g) $5x^2+31x+26=0$

h) $x^2-15x-16=0$ i) $19x^2-23x+4=0$ k) $2x^2+5\sqrt{3}x+11=0$

l) $\dfrac{y}{y^2-9}+\dfrac{3}{6y+2y^2}=\dfrac{1}{y^2-3y}$ m) $\dfrac{9x+12}{x^3-64}-\dfrac{1}{x^2+4x+16}=\dfrac{1}{x-4}$

n) $3x-\sqrt{x+14}=2$ p) $\left(x^2+x+1\right)\left(x^2+x+12\right)=12$ q) $x^2+\dfrac{1}{x^2}+x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{27}{4}$

Bài 2. Cho phương trình $x^2 + 5x + 4 = 0$. Không giải phương trình hãy tính:

a) $x_1^2x_2+x_1x_2^2$ b) $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}$ c) $\left(x_1+2x_2\right)\left(2x_1+x_2\right)$ d) $\left(x_1+\dfrac{1}{x_2}\right)\left(\dfrac{1}{x_1}+x_2\right)$

Bài 3. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 – 7x – 3 = 0$. Hãy lập phương trình có nghiệm là:

a) $3x_1; 3x_2$ b) $\dfrac{1}{x_1};\dfrac{1}{x_2}$ c) $x_1x_2^2; x_1^2x_2$ d) $\dfrac{1}{x_1^2};\dfrac{1}{x_2^2}$ e) $\dfrac{x_1}{x_2};\dfrac{x_2}{x_1}$ f) $x_1+2x_2; 2x_1+x_2$

Bài 4. Cho phương trình $x^2 + (m + 2)x + 2m = 0$.

a) Giải và biện luận số nghiệm của phương trình.

b) Phương trình có một nghiệm x = 3. Tìm m và nghiệm còn lại.

c) Tìm m để $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}=2$.

d) Tìm m để $\left(2x_1+x_2\right)\left(x_1+2x_2\right)\geq 0$.

e) Tìm biểu thức liên hệ giữa x_1 và x_2 mà không phụ thuộc vào m.

f) Tìm m để phương trình có hai nghiệm đối nhau.

g) Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dấu. Có nhận xét gì về hai nghiệm đó.

IV.HÀM SỐ

Bài 1. Cho hàm số y = (a – 3)x + b (d). Tìm các giá trị của a, b sao cho đường thẳng (d):

a) Đi qua hai điểm A(1; 2) và B(-3; 4).

b) Cắt trục tung tại điểm $1-\sqrt{2}$ và cắt trục hoành tại điểm $1+\sqrt{2}$.

c) Cắt hai đường thẳng 2y – 4x + 5 = 0 ; y = x – 3 tại một điểm và song song với đường thẳng y = -2x + 1.

d) Đi qua điểm C (1; -3) và vuông góc với đường thẳng y = x + 2.

e) Tính diện tích phần giới hạn bởi hai đường thẳng ở câu d và trục tung.

Bài 2. Cho hai hàm số $y = x^2$ (P); y = x + 2m – 1 (d).

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng hệ trục tọa độ khi (d) đi qua điểm A(1; 1).

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm.

c) Tìm m để (d_1): y = 2x – 1 cắt (d) và (P) tại cùng một điểm.

d) Chứng minh rằng (d_2): $y = -x + m^2$ luôn cắt (P) tại hai điểm với mọi m.

V.GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH

1.Cách đây 18 năm, hai người tuổi gấp đôi nhau. Nhưng nếu trong 9 năm nữa thì tuổi của người thứ nhất bằng $\frac{5}{4}$ tuổi của người thứ hai. Tính tuổi của mỗi người hiện tại.
2.Một ôtô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định lúc đầu.
3.Tìm hai số biết rằng bốn lần số thứ hai với năm làn số thứ nhất bằng 18040 và ba lần số thứ nhất hơn hai lần số thứ hai là 2002.
4.Hai thùng nước có dung tích tổng cộng là 175 lít. Một lượng nước đổ đầy thúng thứ nhất và $\frac{1}{3}$ thùng thứ hai thì cũng đổ đầy thùng thứ hai và $\frac{1}{2}$ thùng thứ nhất. Tính dung tích mỗi thùng.
5. “Cô gái làng bên đi lấy chồng. Họ hàng kéo đến thật là đông. Năm người một cỗ thừa ba cỗ. Ba người một cỗ chín người không.” Hỏi có bao nhiêu người, bao nhiêu cỗ.
6.Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không thì sau 6 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, vòi thứ hai chảy trong 3 giờ thì được $\frac{2}{5}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu sẽ đầy bể.
7.Một phong họp có 120 chỗ ngồi, nhưng số người đến họp là 165 người. Do đó người ta phải kê thêm 3 dãy ghế và mỗi dãy ghế phải thêm 1 người ngồi. Hỏi phòng họp lúc đầu có bao nhiêu dãy ghế, biết rằng phòng họp có không quá 20 dãy ghế ?
8.Một tầu thủy đi trên một khúc sông dài 100 km. Cả đi và về hết 10giờ 25 phút. Tính vận tốc của tầu thủy, biết vận tốc của dòng nước là 4 km/h.
9.Cạnh huyền của một tam giác vuông là 10m. Hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 2m. Tính độ dài các cạnh góc vuông của tam giác.

==================@@@==================

VÒNG 2: (12 TIẾT)

NHỮNG CHUYÊN ĐỀ CHUYÊN SÂU

CHUYÊN ĐỀ 1: CỰC TRỊ ĐẠI SỐ

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Định nghĩa

Tìm giá trị lớn nhất (max) hay giá trị nhỏ nhất (min) của biểu thức là xác định giá trị của biến để biểu thức đó đạt giá trị lớn nhất hay nhỏ nhất.

-Giá trị lớn nhất của biểu thức A: maxA.

Để tìm maxA cần chỉ ra $A \le M$, trong đó M là hằng số. Khi đó maxA = M.

-Giá trị nhỏ nhất của biểu thức A: minA.

Để tìm minA cần chỉ ra $A \ge m$, trong đó m là hằng số. Khi đó minA = m.

2.Các dạng toán thường gặp

2.1. Biểu thức A có dạng đa thức bậc chẵn (thường là bậc hai):

Nếu $A = B^2 + m$ (đa thức 1 biến), $A = B^2 + C^2 + m$ (đa thức hai biến), … thì A có giá trị nhỏ nhất minA = m.

Nếu $A = - B^2 + M$ (đa thức 1 biến), $A = - B^2 – C^2 + M$ (đa thức hai biến), … thì A có giá trị lớn nhất maxA = M.

2.2. Biểu thức A có dạng phân thức:

2.2.1. Phân thức $A = \frac{m}{B}$, trong đó m là hằng số, B là đa thức.

-Nếu mB > 0 thì A lớn nhất khi B nhỏ nhất; A nhỏ nhất khi B lớn nhất.

-Nếu mB < 0 (giả sử m < 0) thì A lớn nhất khi B lớn nhất; A nhỏ nhất khi B nhỏ nhất.

2.2.2. Phân thức $A = \frac{B}{C}$, trong đó B có bậc cao hơn hoặc bằng bậc của C.

Khi đó ta dùng phương pháp tách ra giá trị nguyên để tách thành

$A = n + \frac{m}{C}$; $A = n + \frac{D}{C}$ trong đó m, n là hằng số; D là đa thức có bậc nhỏ hơn bậc C.

2.2.3. Phân thức $A = \frac{B}{C}$, trong đó C có bậc cao hơn bậc của B.

Cần chú ý tính chất: nếu A có giá trị lớn nhất thì $\frac{1}{A}$ có giá trị nhỏ nhất và ngược lại.

2.3. Biểu thức A có chứa dấu giá trị tuyệt đối, chứa căn thức bậc hai:

-Chia khoảng giá trị để xét.

-Đặt ẩn phụ đưa về bậc hai.

-Sử dụng các tính chất của giá trị tyệt đối:

$|a|+|b| \ge |a+b|$; $|a|-|b| \ge ||a|-|b||$ $\forall a,b$. Dấu "=" xảy ra khi $ab \ge 0$.

-Sử dụng một số bất đẳng thức quen thuộc.

Bất đẳng thức Côsi: $a_1, a_2, ..., a_n \ge 0 \Rightarrow \frac{1}{n}(a_1+a_2+...+a_n) \ge \sqrt[n]{a_1a_2...a_n}$ dấu "=" xảy ra khi $a_1 = a_2 = \ldots = a_n$.

Bất đẳng thức Bu-nhi-a-cốp-ski: $\forall a_1, a_2, ..., a_n; b_1, b_2, ..., b_n$ có $\left(a_1^2+a_2^2+...+a_n^2\right)\left(b_1^2+b_2^2+...+b_n^2\right) \ge \left(a_1b_1+a_2b_2+...+a_nb_n\right)^2$ dấu "=" xảy ra khi $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=...=\frac{a_n}{b_n}$.

B.MỘT SỐ VÍ DỤ

Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất nếu có của các biểu thức sau

$A=-x^2-3x+3$; $\quad B=2x^2+2y+y^2-2x+2xy+2007$

$C=\frac{3}{4x^2-4x+7}$; $\quad D=\frac{x^2}{x-1}\ (\forall x>1)$

$E=|x-1|+|x-3|$; $\quad F=|2x-1|^2-3|2x-1|+2$

$G=x+\sqrt{2-x}$; $\quad H=\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}$

Giải

$$*A=-\left[x^2+2.x.\frac{3}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]+3+\left(\frac{3}{2}\right)^2=-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{21}{4} \le \frac{21}{4} \quad \forall x$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$

Vậy maxA = $\frac{21}{4}$ khi x = - $\frac{3}{2}$.

$$*\ \begin{aligned} B&=\left(x^2+2xy+y^2+2y+2x+1\right)+\left(x^2-4x+4\right)+2002 \\ &=\left(x+y+1\right)^2+\left(x-2\right)^2+2002 \ge 2002 \quad \forall x,y \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x+y+1=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$

Vậy minB = 2002 khi x = 2 và y = - 3.

$$*C=\frac{3}{(2x-1)^2+6} \text{ mà } (2x-1)^2+6 \ge 6 \ \ \forall x \Rightarrow C \le \frac{3}{6}=\frac{1}{2} \quad \forall x$$

Dấu "=" xảy ra khi $x=\frac{1}{2}$.

Vậy maxC = $\frac{1}{2}$ khi $x=\frac{1}{2}$.

* $D = \dfrac{x^2 - 1 + 1}{x-1} = x + 1 + \dfrac{1}{x-1} = x - 1 + \dfrac{1}{x-1} + 2$

Do $x > 1$ nên $x - 1 > 0$; $\dfrac{1}{x-1} > 0$ theo Bđt Côsi có

$x - 1 + \dfrac{1}{x-1} \geq 2\sqrt{(x-1)\left(\dfrac{1}{x-1}\right)} = 2\sqrt{1} = 2$

$\Rightarrow D \geq 4$. Dấu "=" xảy ra khi $x - 1 + \dfrac{1}{x-1} = 2 \Leftrightarrow x - 1 = \dfrac{1}{x-1} = 1 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy minD = 4 khi x = 2.

*

x		1		3	
x – 1	-	0	+		+
x - 3	-		-	0	+

Khi x < 1: E = 1 – x + 3 – x = 4 – 2x > 4 – 2.1 = 2.
Khi $1 \leq x \leq 3$: E = x – 1 + 3 – x = 2.
Khi x > 3: E = x – 1 + x – 3 = 2x – 4 > 2.3 – 4 = 2.
Vậy minE = 2 khi $1 \leq x \leq 3$.

* Đặt $t = |2x - 1| \geq 0$ khi đó $F = t^2 - 3t + 2 = \left(t - \dfrac{3}{2}\right)^2 - \dfrac{1}{4} \geq -\dfrac{1}{4} \quad \forall t$

Dấu "=" xảy ra khi $t = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow |2x - 1| = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow 2x - 1 = \pm\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{5}{4} \\ x = -\dfrac{1}{4} \end{array}\right.$

Vậy minF = $-\dfrac{1}{4}$ khi $x = \dfrac{5}{4}$ hoặc $x = -\dfrac{1}{4}$.

* ĐKXĐ: $\forall x \leq 2$

Đặt $t = \sqrt{2 - x} \geq 0 \Rightarrow t^2 = 2 - x \Rightarrow x = 2 - t^2$

$G = 2 - t^2 + t = -\left(t - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{9}{4} \leq \dfrac{9}{4} \quad \forall t$

Dấu "=" khi và chỉ khi $t = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{2 - x} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow x = \dfrac{7}{4}$

Vậy maxG = $\dfrac{9}{4}$ khi x = $\dfrac{7}{4}$.

* ĐKXĐ: $-1 \leq x \leq 1$

$H = \sqrt{1 - x} + \sqrt{1 + x} \Rightarrow H^2 = 2 + 2\sqrt{1 - x^2}$

Có $0 \le \sqrt{1-x^2} \le 1 \Rightarrow 0 \le 2\sqrt{1-x^2} \le 2$

$\Rightarrow 2 \le H^2 \le 4 \Rightarrow \sqrt{2} \le H \le 4$

Dấu "=" thứ nhất xảy ra khi và chỉ khi x = 1.

Dấu "=" thứ hai xảy ra khi và chỉ khi x = 0.

Vậy minA = $\sqrt{2}$ khi x = 1; maxA = 4 khi x = 0.

CHUYÊN ĐỀ 2:
SỰ TƯƠNG GIAO GIỮA CÁC ĐỒ THỊ TRÊN MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ

I) Vi trí tương đối giữa đường thẳng (D) y=f(x) và đường thẳng (D') y=g(x)

Trước hết ta cần nhớ lại những kiến thức cơ bản về sự tương giao của hai đường thẳng:

Cho (C) là đồ thị của hàm số y=f(x) và một điểm A(x_A;y_A) ta sẽ có:

A$\in (C) \Leftrightarrow Y_A = f(X_A)$; A$\notin (C) \Leftrightarrow Y_A \ne f(X_A)$

Muốn tìm toạ độ điểm chung của đồ thị hàm số y=f(x) và y=g(x) ta tìm nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} y=f(x) \\ y=g(x) \end{cases}$

Vì vậy hoành độ giao điểm chung của hai đồ thị chính là nghiệm của hệ phương trình trên.

Ta củng cần nhớ lại vị trí tương đối của hai đường thẳng:

cho đường thẳng y=ax+b (a$\ne 0$) (D) và y=$a'x+b'(a' \ne 0)$ (D') phương trình hoành độ giao điểm chung của (D) và (D') là: $(a-a')x = b-b'$ (1)

- (D) // (D') $\Leftrightarrow$ phương trình (1) nghiệm $\Leftrightarrow$ a=a' và b$\ne$ b'
- (D) trùng (D') $\Leftrightarrow$ phương trình(1) có vô số nghiêm $\Leftrightarrow$ a=a' và b$\ne$ b'
- (D) cắt (D') $\Leftrightarrow$ phương trình(1) có một nghiệm $\Leftrightarrow$ a $\ne$ a'

Dạng1:Tìm toạ độ giao điểm của hai đường thẳng.

Ví dụ1: cho hai hàm số y=x+3 (d) và hàm số y=2x+1 (d')

a)Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một hệ trục toạ độ.

b)Tìm toạ độ giao điểm nếu có của hai đồ thị.

Giải:

a) vẽ đồ thị hai hàm số

b)Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình:x+3=2x+1$\Leftrightarrow$x=2 suy ra y=5

Ví dụ2: Cho 3 đường thẳng lần lượt có phương trình:

(D_1) y=x+1 ; (D_2) y=-x+3 ; (D_3) y=(m^2-1)x+m^2-5 (với m$\ne \pm 1$)

Xác định m để 3 đường thẳng (D_1) ,(D_2), (D_3) đồng quy.

Giải:

Hoành độ giao điểm B của (D_1) ,(D_2) là:-x+3=x+1 $\Leftrightarrow$ x=1 thay vào y=x+1suy ra y=2 để 3 đường thẳng đồng quy thì (D_3)phảI đi qua điểm B nên ta thay x=1;y=2 vào phương trình (D_3) ta có: 2=(m^2-1)1+m^2-5 $\Leftrightarrow$ m^2=4 $\Leftrightarrow$ m=2;m=-2.

Vậy với m=2;m=-2thì 3 đường thẳng (D_1) ,(D_2), (D_3) đồng quy.

2) Vi trí tương đối giữa đường thẳng (D) y=f(x) và parabol (P) y=g(x).

Ta cần nhớ lại hoành độ điểm chung của (D)và (P) là nghiệm của phương trình

f(x)= g(x) (2).phương trình(2) là phương trình bậc hai.Ta thấy:

(D) và (P) không có điểm chung $\Leftrightarrow$ phương trình(2) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0$

D) tiếp xúc (P) $\Leftrightarrow$ phương trình(2) có một nghiệm $\Leftrightarrow \Delta = 0$

D) cắt (P) tại hai điểm $\Leftrightarrow$ phương trình(2) có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta > 0$

Sau đây là một số bài toán về sự biện luận giữa đường thẳng và parabol.

Dạng 1: Bài toán chứng minh

C/minh rằng:Đường thẳng (D):y=4x-3 tiếp xúc với parabol (P): y=$2x^2$-4(2m-1)x+$8m^2$-3

Giải:

Hoành độ giao điểm chung của (D) và (P) là nghiệm của phương trình:

$2x^2$-4(2m-1)x+$8m^2$-3=4x-3 $\Leftrightarrow$ $2x^2$-8mx+$8m^2$=0 $\Leftrightarrow$ x^2+4mx+$4m^2$=0

Ta có: $\Delta = 16m^2 - 16m^2 = 0$ với mọi giá trị của m nên Đường thẳng (D):y=4x-3 tiếp xúc với parabol (P):y=$2x^2$-4(2m-1)x+$8m^2$-3

Dạng 2: Bài toán tìm điều kiện

Ví dụ: Chứng minh rằng đường thẳng (D):y=x+2m và parabol(P):y=-x^2-x+3m

a)Với giá trị nào của m thì(D) tiếp xúc với parabol(P).

b) Với giá trị nào của m thì(D) cắt parabol(P)tại hai điểm phân biệt A và B.tìm toạ độ giao điểm A và B khi m=3

Giải:

a)Hoành độ giao điểm chung của (D) và (P) là nghiệm của phương trình:

-x^2-x+3m=x+2m $\Leftrightarrow$ -x^2-2x+m=0

Đường thẳng (D) tiếp xúc với parabol (P) $\Leftrightarrow$ phương trình (3) có nghiệm kép

$\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow$ 4+4m=0 $\Leftrightarrow$ m=-1.

b) Đường thẳng (D) cắt parabol (P) $\Leftrightarrow$ phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow$ 4+4m>0 $\Leftrightarrow$ m>-1.

Khi m=3 thì hoành độ giao điểm của (D) và (P) là nghiệm của phương trình

-x^2-2x+3=0 $\Leftrightarrow$ x=1 hoặc x=3

Từ đó suy ra toạ độ giao điểm A,B của (D) và (P) là:A(1;7) B(3;9).

Dạng 3:Lập phương trình tiếp tuyến

Ví dụ: Cho đường thẳng (D):y=ax+b tìm a và b biết:

a) đường thẳng (D) song song với đường thẳng 2y+4x=5 và tiếp xúc với parabol (P):y=-x^2

b)Đường thẳng (D) vuông góc với đường thẳng x-2y+1=0 và tiếp xúc với parabol (P):y=-x^2

c) đường thẳng (D) tiếp xúc với parabol(P):y=x^2-3x+2 tại điểm C(3;2)

Giải:

a)Ta có: 2y+4x=5 $\Leftrightarrow$ y=-2x+5/2 nên phương trình đường thẳng (D) có dạng:

y=-2x+b (b $\neq \frac{5}{2}$) theo cách tìm của dạng 2 ta tìm được b=$\frac{1}{4}$

Vậy phương trình đường thẳng (D) là:y=-2x+1/4

b)Ta có: x-2y+1=0 $\Leftrightarrow$ y=1/2x+1/2.Đường thẳng (D) vuông góc với đường thẳng có phương trình:x-2y+1=0 $\Leftrightarrow$ a.1/2=-1 $\Leftrightarrow$ a=-2 suy ra (D):y=-2x+b

Theo cách làm của dạng 2,ta tìm được b=1.Vậy phương trình đường thẳng (D) có phương trình là:y=-2x+1

c)Ta có:C(3;2)$\in$ (D) $\Leftrightarrow$ 2=3a+b$\Leftrightarrow$ b=2-3a

Theo cách làm của dạng 2 ta tìm được a=3 và suy ra b=-7 Vậy phương trình đường thẳng (D) có phương trình là:y=3x-7

Dạng 4:Xác định toạ độ tiếp điểm.

Ví dụ:Cho parabol (P):$y=x^2-2x-3$

Tìm các điểm trên (P) mà tiếp tuyến của (P) tại điểm đó song song với đ/thẳng (D):y=-4x.

Giải:

Gọi đường thẳng tiếp xúc với (P) là (d).

Do (d) song song với (D) nên d có dạng:y=-4x+b $(b\neq 0)$.Hoành độ điểm chung của (p) và (d) là nghiệm của phương trình: $x^2-2x-3=-4x+b \Leftrightarrow x^2+2x-3+b=0$ (2)

Ta thấy: (d) tiếp xúc với (P) $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta'=0 \Leftrightarrow 4+b=0 \Leftrightarrow b=-4$

Khi đó nếu điểm A(x_0;y_0) là tiếp điểm của (P) và (d) thì(do $A\in(p); A\in(d)$ nên ta có hệ phương trình;

$$\begin{cases} y_0 = x^2{}_0 - 2x_0 - 3 \\ y_0 = -4x_0 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

Dạng 5:Xác định parabol.

Ví dụ:Xác định parabol (P):$y=ax^2+bx+c$ thoả mãn:

a) (P) tiếp xúc với đường thẳng (D) :y=-5x+15 và đi qua hai điểm (0 ; -1) và (4 ; -5).

b) (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và cắt đường thẳng (D) : y = x - 1 tại hai điểm có hoành độ là 1 và 3.

Giải : a) (P) đi qua hai điểm (0 ; -1) và (4 ; -5)

$$\begin{cases} -1 = c \\ -5 = 16a + 4b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -1 \\ b = -1 - 4a \end{cases}$$

Do đó parabol (P) là đồ thị của hàm số $y = ax^2 - (1 + 4a)x - 1$.

Hoành độ điểm chung của (D) và (P) là nghiệm phương trình :

$ax^2 - (1 + 4a)x - 1 = -5x + 15 \iff ax^2 - 4(a - 1)x - 16 = 0$ (5)

Đường thẳng (D) tiếp xúc với parabol (P) <=> Phương trình (5) có nghiệm kép

<=> Δ' = 0 <=> 4(a - 1)2 - 16a = 0<=> (a + 1)2 = 0 <=> a = -1.

Do đó : a = -1 ; b = 3 và c = -1.

Vậy (P) là đồ thị hàm số y = -x2 + 3x - 1.

b) Parabol (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên (P) đi qua điểm (0 ; 2). (P) cắt đường thẳng (D) : y = x - 1 tại hai điểm có hoành độ là 1 và 3 <=> Giao điểm của (P) với đường thẳng (D) là : (1 ; 0) và (3 ; 2).

Vậy parabol (P) đi qua ba điểm (0 ; 2) ; (1 ; 0) và (3 ; 2) khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2 = c \\ 0 = a + b + c \\ 2 = 9a + 3b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a + b = -2 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a = 1 \\ b = -3 \end{cases}$$

Do đó a = 1 ; b = -3 và c = 2.