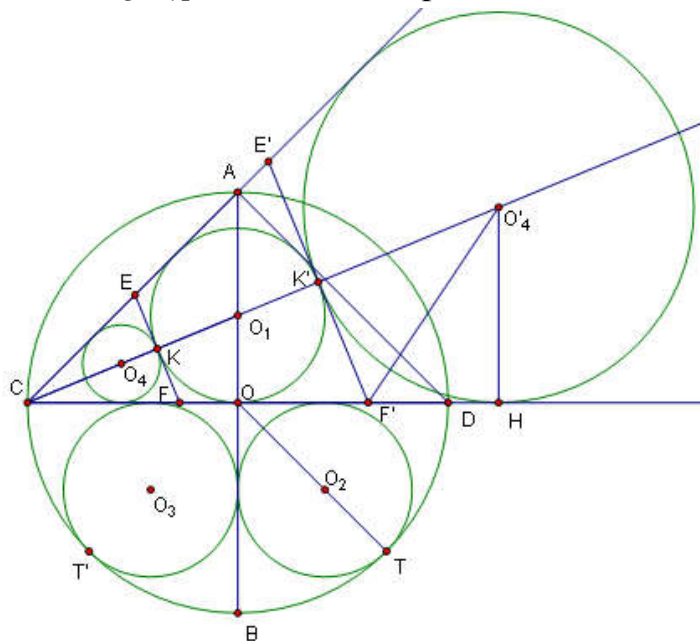


b) Trường hợp 2:  $(O_4)$  ở bên phải  $(O_1)$ :



Khi đó:  $K'$  là tiếp điểm của 2 đường tròn, tiếp tuyến chung cắt  $CA$  và  $CD$  tại  $E'$  và  $F'$ ,  $CD$  tiếp xúc với  $(O_4)$  tại  $H$ .

$$CK' = CO_1 + O_1K' = \frac{R\sqrt{4+2\sqrt{2}}}{1+\sqrt{2}} + \frac{R}{1+\sqrt{2}} = \frac{R(\sqrt{4+2\sqrt{2}}+1)}{1+\sqrt{2}}$$

$$F'H = K'F' = CK' \operatorname{tg} 22^\circ 30' = \frac{R(\sqrt{4+2\sqrt{2}}+1)}{(1+\sqrt{2})^2}$$

$$\frac{CK'}{CF'} = \frac{CO}{CO_1} \Leftrightarrow CF' = \frac{CK' \cdot CO_1}{CO} = \frac{R(\sqrt{4+2\sqrt{2}}+1)\sqrt{4+2\sqrt{2}}}{(1+\sqrt{2})^2}$$

$$CH = CF' + F'H = \frac{R(\sqrt{4+2\sqrt{2}}+1)\sqrt{4+2\sqrt{2}}}{(1+\sqrt{2})^2} + \frac{R(\sqrt{4+2\sqrt{2}}+1)}{(1+\sqrt{2})^2}$$

$$CH = \frac{R(\sqrt{4+2\sqrt{2}}+1)^2}{(1+\sqrt{2})^2}$$

Suy ra: Bán kính của đường tròn  $(O_4)$  là:

$$r'_4 = O_4H = CH \operatorname{tg} 22^\circ 30' = \frac{R(\sqrt{4+2\sqrt{2}}+1)^2}{(1+\sqrt{2})^3}$$

2,0

**ĐỀ 5**

Câu 1: (1,5 điểm). So sánh các số thực sau ( Không dùng máy tính gần đúng).

$$\sqrt{3\sqrt{2}} \quad \text{và} \quad \sqrt{2\sqrt{3}}$$

Câu 2: (3 điểm). Giải phương trình sau:  $\sqrt{x^2 - 1} - x^2 + 1 = 0$

Câu 3: (1,5 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất của  $A = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

Câu 4: (2 điểm). Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x^2 + 3y = 1 \\ 3x^2 - 2y = 2 \end{cases}$$

Câu 5: (4 điểm). Lớp 9A có 56 bạn, trong đó có 32 bạn nam. Cô giáo chủ nhiệm dự kiến chia lớp thành các tổ học tập:

- Mỗi tổ gồm có các bạn nam, các bạn nữ.
- Số các bạn nam, các bạn nữ được chia đều vào các tổ.
- Số người trong mỗi tổ không quá 15 người nhưng cũng không ít hơn chín người.

Em hãy tính xem cô giáo có thể sắp xếp như thế nào và có tất cả mấy tổ ?

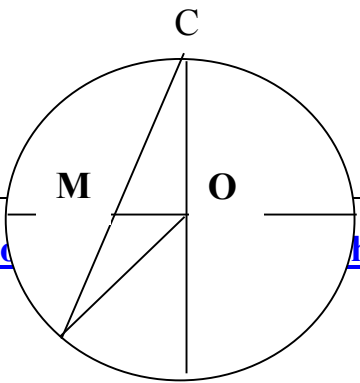
Câu 6: (5 điểm). Cho đường tròn tâm (O; R) đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trong đoạn AB lấy điểm M khác O. Đường thẳng CM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai N. Đường thẳng vuông góc với AB tại M cắt tiếp tuyến với đường tròn (O) tại N ở điểm P. Chứng minh rằng:

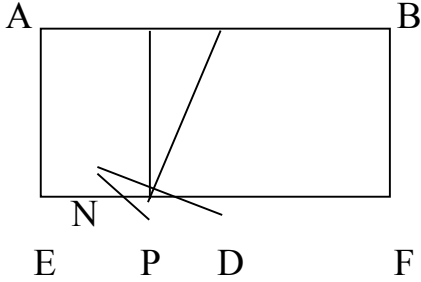
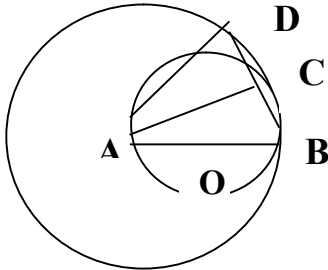
- a) Các điểm O, M, N, P cùng nằm trên một đường tròn.
- b) Tứ giác CMPO là hình bình hành.
- c)  $CM \cdot CN = 2R^2$
- d) Khi M di chuyển trên đoạn AB thì P di chuyển ở đâu ?

Câu 7: (3 điểm). Cho đường tròn (O, R), đường kính AB. C là điểm trên đường tròn (O, R). Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho  $CD = CB$ . Khi C chuyển động trên đường tròn (O, R) thì D chuyển động trên đường nào?

Hướng dẫn chấm bài

Câu	Nội dung – yêu cầu	Điểm
1 (1,5đ)	$\text{Giả sử } \sqrt{3\sqrt{2}} > \sqrt{2\sqrt{3}} \Leftrightarrow (\sqrt{3\sqrt{2}})^2 > (\sqrt{2\sqrt{3}})^2$ $\Leftrightarrow 3\sqrt{2} > 2\sqrt{3} \Leftrightarrow (3\sqrt{2})^2 > (2\sqrt{3})^2 \Leftrightarrow 18 > 12 \text{ (BĐT đúng)}$	0,5 1,0
2 (3đ)	$\sqrt{x^2 - 1} - x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 1} = x^2 - 1$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 - 1 = (x^2 - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 1 \\ (x^2 - 1)^2 - (x^2 - 1) = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \text{ hay } x \geq 1 \\ (x^2 - 1)[(x^2 - 1) - 1] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \text{ hay } x \geq 1 \\ x^2 - 1 = 0 \text{ hay } x^2 - 2 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \text{ hay } x \geq 1 \\ x = 1 \text{ hay } x = -1 \text{ hay } x = \sqrt{2} \text{ hay } x = -\sqrt{2} \end{cases}$	0,5 1,0 1,0 0,5
3 (1,5đ)	$A = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = \frac{x^2 + 1 - 2}{x^2 + 1} = 1 - \frac{2}{x^2 + 1}$ $\text{Do } x^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{x^2 + 1} \leq 1 \Rightarrow \frac{-2}{x^2 + 1} \geq -2$ <p>Ta có Suy ra <math>A \geq -1</math></p> $A = 1 \Leftrightarrow x = 0$ <p>Vậy GTNN của A bằng 1 khi <math>x = 0</math></p>	0,5 0,5 0,5
4 (2đ)	<p>Đặt <math>u = x^2 \geq 0</math>, ta có:</p> $\begin{cases} 2u + 3y = 1 \\ 3u - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{8}{13} \\ y = -\frac{1}{13} \end{cases}$ <p>Do đó: <math>\begin{cases} x^2 = \frac{8}{13} \end{cases}</math></p>	0,25 0,75 0,25

	$y = -\frac{1}{13}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{13}} = \pm \frac{2\sqrt{26}}{\sqrt{13}} \\ y = -\frac{1}{13} \end{cases}$ <p>Hệ PT có 2 nghiệm là:</p> $(x, y) = \left(\frac{2\sqrt{26}}{\sqrt{13}}, -\frac{1}{13}\right); \left(-\frac{2\sqrt{26}}{\sqrt{13}}, -\frac{1}{13}\right)$	0,5
		0,25
5 (4đ)	<p>* Gọi số bạn nam được chia vào tổ là x, số bạn nam được chia vào tổ là y, x, y nguyên dương.</p> <p>Theo đề ra ta có hệ: <math display="block">\begin{cases} \frac{32}{x} = \frac{24}{y} &amp; (1) \\ 9 \leq x + y \leq 15 &amp; (2) \end{cases}</math></p> <p>Từ (1) ta có: <math>3x - 4y = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{3}y</math></p> <p>Đặt <math>y = 3t</math>, <math>t &gt; 0</math> và <math>t \in \mathbb{Z}</math>, ta có: <math>x = 4t</math></p> <p>Từ (2), ta có: <math>9 \leq 3t + 4t \leq 15</math> hay <math>9 \leq 7t \leq 15</math></p> $\Rightarrow \frac{9}{7} < t \leq \frac{15}{7} \Rightarrow 1\frac{2}{7} < t \leq 2\frac{2}{7}$ <p>Vì <math>t \in \mathbb{Z}</math> nên giá trị t cần tìm là <math>t = 2</math>, ta tính ra <math>x = 8</math>; <math>y = 6</math></p> <p>Như vậy, mỗi tổ có 8 bạn nam, 6 bạn nữ.</p> <p>Số tổ được chia là: <math>\frac{56}{6+8} = 4</math> tổ</p>	0,5
		0,75
		0,5
		0,25
		0,5
6 (5đ)	<p>a)</p> 	

	<div style="text-align: center;">  </div> <p>* Tam giác OMP vuông tại M nên O, M, P thuộc đường tròn đường kính OP. 0,25</p> <p>* Tam giác ONP vuông tại N nên O, N, P thuộc đường tròn đường kính OP. 0,25</p> <p>* Vậy O, M, N, P cùng thuộc đường tròn đường kính OP. 0,25</p> <p>b) MP//OC (vì cùng vuông góc với AB) 0,5</p> <p><math>\widehat{NMP} = \widehat{NCD}</math> (hai góc đồng vị) 0,25</p> <p><math>\widehat{ONC} = \widehat{OCN}</math> (hai góc đáy của tam giác cân ONC) 0,25</p> <p><math>\widehat{NMP} = \widehat{NOP}</math> (hai góc nội tiếp cùng chắn cung NP) 0,25</p> <p>Suy ra <math>\widehat{MNO} = \widehat{NOP}</math>; do đó, OP//MC. 0,25</p> <p>Vậy tứ giác MCOP là hình bình hành. 0,25</p> <p>c) <math>\triangle CND \sim \triangle COM</math> (g.g) 0,5</p> <p>Nên <math>\frac{OC}{CN} = \frac{CM}{CD}</math> hay <math>CM \cdot CN = OC \cdot CD = 2R^2</math> 0,5</p> <p>d) Vì MP = OC = R không đổi. 0,5</p> <p>Vậy P chạy trên đường thẳng kẻ từ D //AB. Do M chỉ chạy trên đoạn AB nên P chỉ chạy trên EF thuộc đường thẳng song nói trên. 0,5</p>	<p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
<p>7 (3đ)</p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p>* <math>\widehat{ACB} = 90^\circ</math> (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) 0,5</p> <p><math>\Rightarrow</math> AC vuông góc với BD</p> <p>CD = CB (gt) 0,5</p> <p><math>\Rightarrow</math> Tam giác ABC cân tại A 0,5</p> <p><math>\Rightarrow</math> AD = AB = 2R (không đổi) 0,5</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>

	AD = AB = 2R (không đổi) và A cố định. Do đó D chuyển động trên đường tròn (A; 2R).	0,5
--	---	-----

**Đề 6**

Bài 1 (4đ). Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :

a)  $4x^2 - 49 - 12xy + 9y^2$

b)  $x^2 + 7x + 10$

Bài 2 (4đ) Cho

$$A = \frac{1}{x-2} + \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 7x + 10} - \frac{2x - 4}{x - 5}$$

a) Rút gọn A.

b) Tìm x nguyên để A nguyên.

Bài 3 (4đ). Giải phương trình

a)  $|2x + 1| = 3x - 2$

b)  $x^2 - 2 = (2x + 3)(x + 5) + 23$

Bài 4 (6đ). Tam giác ABC có ba góc nhọn, các đường cao AD, BE, CF gặp nhau tại H. Đường thẳng vuông góc với AB tại B và đường thẳng vuông góc với AC tại C cắt nhau tại G.

a) Chứng minh rằng GH đi qua trung điểm M của BC.

b)  $\Delta ABC \sim \Delta AEF$

c)  $\widehat{BDF} = \widehat{CDE}$

d) H cách đều các cạnh của tam giác DEF

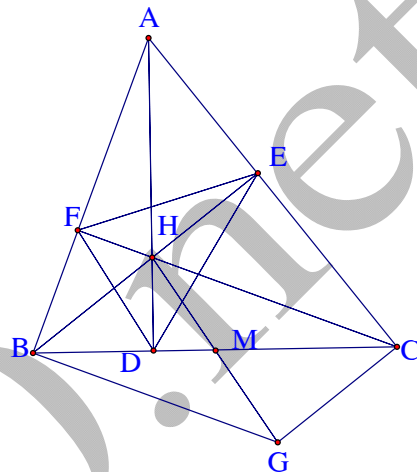
Bài 5 (1đ). Cho ba số thực x, y và z sao cho  $x + y + z = 1$ . Chứng minh rằng

Bài 6 (1đ). Giải bất phương trình  $\frac{2007}{-x} < 2008$

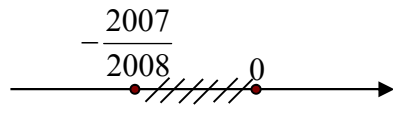
HẾT



Gợi ý đáp án	Điểm
Kết luận phương trình có nghiệm $x=3$ .	(1đ)
Bài 3b) $x^2-2=(2x+3)(x+5)+23 \Leftrightarrow x^2-25=(2x+3)(x+5)$ $\Leftrightarrow (x-5)(x+5)=(2x+3)(x+5) \Leftrightarrow (x-5)(x+5)-(2x+3)(x+5)=0$ $\Leftrightarrow (x+5)[x-5-(2x+3)]=0 \Leftrightarrow (x+5)(-x-8)=0 \Leftrightarrow x-5=0$ hoặc $x+8=0 \Leftrightarrow x=-5$ hoặc $x=-8$	(2đ)
Bài 4a) Ta có $BG \perp AB, CH \perp AB$ , nên $BG \parallel CH$ , tương tự: $BH \perp AC, CG \perp AC$ , nên $BH \parallel CG$ . tứ giác $BGCH$ có các cặp cạnh đối song song nên nó là hình bình hành. Do đó hai đường chéo $GH$ và $BC$ cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường. Vậy $GH$ đi qua trung điểm $M$ của $BC$ .	(2đ)
4b) Do $BE$ và $CF$ là các đường cao của tam giác $ABC$ nên các tam giác $ABE$ và $ACF$ vuông. Hai tam giác vuông $ABE$ và $ACF$ có chung góc $A$ nên chúng đồng dạng. Từ đây suy ra $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF} \Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AF}{AC}$ (1) Hai tam giác $ABC$ và $AEF$ có góc $A$ chung (2). Từ (1) và (2) ta suy ra $\triangle ABC \sim \triangle AEF$ .	(1,5đ)
4c) Chứng minh tương tự ta được $\triangle BDF \sim \triangle BAC, \triangle EDC \sim \triangle BAC$ , suy ra $\triangle BDF \sim \triangle DEC \Rightarrow \widehat{BDF} = \widehat{CDE}$ .	(1,5đ)
4d) Ta có $\widehat{BDF} = \widehat{CDE} \Rightarrow 90^\circ - \widehat{BDF} = 90^\circ - \widehat{CDE}$ $\Rightarrow \widehat{AHB} - \widehat{BDF} = \widehat{AHC} - \widehat{CDE} \Rightarrow \widehat{ADF} = \widehat{ADE}$ Suy ra $DH$ là tia phân giác góc $EDF$ . Chứng minh tương tự ta có $FH$ là tia phân giác góc $EFD$ . Từ đây suy ra $H$ là giao điểm ba đường phân giác tam giác $DEF$ . Vậy $H$ các đều ba cạnh của tam giác $DEF$ .	(1đ)
Bài 5) Ta có $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y)^3 + z^3 - 3xyz - 3xy(x + y)$ $= (x + y + z)[(x + y)^2 - (x + y)z + z^2] - 3xy(x + y + z)$ $= (x + y + z)[(x + y)^2 - (x + y)z + z^2 - 3xy] = x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$ $= \frac{1}{2}[(x^2 - 2xy + y^2) + (y^2 - 2yz + z^2) + (x^2 - 2xz + z^2)]$	1đ





Gợi ý đáp án	Điểm
$= \frac{1}{2}[(x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-x)^2]$ dpcm	
Bài 6) Điều kiện $x \neq 0$ , bất phương trình $\frac{2007}{-x} < 2008 \Leftrightarrow \frac{2007+2008x}{x} > 0$  $\Leftrightarrow (2008x+2007)x > 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -\frac{2007}{2008} \end{cases}$ Hoặc biểu diễn trên trục số : 	1đ

Trong từng phần, từng câu, nếu thí sinh làm cách khác nhưng vẫn cho kết quả đúng, hợp logic thì vẫn cho điểm tối đa của phần, câu tương ứng.

HẾT

**Đề 7**

Bài 1: a) Giải phương trình:  $x^4 - x^3 + x^2 - 11x + 10 = 0$ .

b) Tìm x, y thỏa mãn:  $x - 2\sqrt{x-1} = -y + 4\sqrt{y-4}$ .

Bài 2. Rút gọn  $A = \frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{2-\sqrt{3}}+2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}+3}{\sqrt{2+\sqrt{3}}-2\sqrt{2}}$ .

Bài 3. Tìm GTNN (nếu có) của các biểu thức sau:

$$P = \sqrt{4x^2 + 12x + 9} + \sqrt{4x^2 - 20x + 25}.$$

$$Q = x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x + 2008.$$

Bài 4. Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên đường kính AB lấy hai điểm I và J đối xứng nhau qua O. M là một điểm (khác A và B) trên (O); các đường thẳng MO, MI, MJ thứ tự cắt (O) tại E, F, G; FG cắt AB tại C. Đường thẳng đi qua F song song AB cắt MO, MJ lần lượt tại D và K. Gọi H là trung điểm của FG.

a) Chứng minh tứ giác DHEF nội tiếp được.

b) Chứng minh CE là tiếp tuyến của đường tròn (O).

.....

**ĐÁP ÁN**

Bài 1: a)  $x^4 - x^3 + x^2 - 11x + 10 = 0.$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x^2 + 2x + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0 \text{ (vì } x^2 + 2x + 5 = (x+1) + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{)}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

b)  $x - 2\sqrt{x-1} = -y + 4\sqrt{y-4}$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x-1} - 1)^2 + (\sqrt{y-4} - 2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 1 \\ \sqrt{y-4} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=8 \end{cases}$$

Bài 2.  $A = \frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{2-\sqrt{3}}+2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}+3}{\sqrt{2+\sqrt{3}}-2\sqrt{2}}$

$$= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-3)}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}+4} + \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+3)}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}-4}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-3)}{\sqrt{3}-1+4} + \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+3)}{\sqrt{3}+1-4}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-3)^2 + \sqrt{2}(\sqrt{3}+3)^2}{3-9}$$

$$= \frac{24\sqrt{2}}{-6} = -4\sqrt{2}$$

Bài 3.  $P = \sqrt{4x^2 + 12x + 9} + \sqrt{4x^2 - 20x + 25}$

$$= |2x+3| + |5-2x| \geq |2x+3+5-2x| = 8$$

Vậy,  $P_{\min}=8$  khi  $(2x+3)(5-2x) \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$

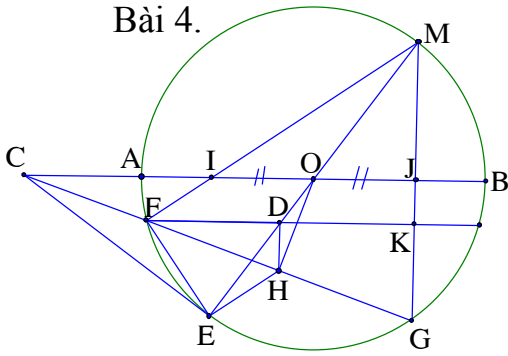
$$Q = x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x + 2008$$

$$= (x+y)^2 - 2(x+y) + 1 + y^2 + 2y + 1 + 2006$$

$$= (x+y-1)^2 + (y+1)^2 + 2006 \geq 2006; \forall x, y$$

Vậy,  $Q_{\min}=2006$  khi  $\begin{cases} x+y-1=0 \\ y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

Bài 4.



a) Ta có:  $OI = OJ \Rightarrow DF = DK$

$\Rightarrow DH \parallel GK \Rightarrow \widehat{HDE} = \widehat{GME}$

mà  $\widehat{GME} = \widehat{GFE} \Rightarrow \widehat{HDE} = \widehat{GFE}$

$\Rightarrow DHEF$  nội tiếp được.

b) Từ câu a suy ra  $\widehat{DEH} = \widehat{DFH}$

mà  $\widehat{DFH} = \widehat{OCH} \Rightarrow OHEC$  nội tiếp được

$\Rightarrow \widehat{OEC} = \widehat{OHC} = 90^\circ$ . Vậy CE là tiếp tuyến của (O).

**Đề 8 (k đáp án)**

Bài 1: (2 điểm)

Rút gọn biểu thức

$$\sqrt{2\left(\sqrt{x^2+y^2}-x\right)\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)}+\sqrt{x^2+y^2} \text{ với } x>0, y>0$$

Bài 2: (4 điểm)

a. Xác định m để phương trình sau vô nghiệm

$$\frac{x+4}{x+m}=\frac{x+3}{x}$$

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A=(x-2y+1)^2+(2x-4y+7)^2.$$

Bài 3: (2 điểm)

Bốn người 1; 2; 3; 4 tham dự một hội nghị. Biết rằng :

a. Mỗi người chỉ biết hai trong bốn thứ tiếng Anh, Nga, Pháp, Việt.

b. Người 1 biết tiếng Nga, không biết tiếng Pháp.

c. Người 2 biết tiếng Anh, không biết tiếng Pháp và phải phiên dịch cho người 1 và người 3.

d. Người 4 không biết tiếng Nga, không biết tiếng Việt nhưng nói chuyện trực tiếp được với người 1.

Hỏi mỗi người biết các thứ tiếng nào ?

Bài 4: (4 điểm)

a. Cho  $a \geq b, x \geq y$ . Chứng minh  $(a+b)(x+y) \leq 2(ax+by)$  (1)

b. Cho  $a+b \geq 2$ . Chứng minh  $a^{2006}+b^{2006} \leq a^{2007}+b^{2007}$  (2)

Bài 5: (8 điểm)

Cho đoạn thẳng  $AB = a$ .

a. Nêu cách dựng và dựng  $\Delta ABC$  sao cho  $\widehat{BAC} = 60^\circ$  và trực tâm H của  $\Delta ABC$  là trung điểm của đường cao BD. (2 điểm)

b. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ , vẽ đường kính AG, HG cắt BC tại K. Chứng minh  $OK \perp BC$ . (2 điểm)

c. Chứng minh  $\Delta AOH$  cân và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC theo a. (2 điểm)

d. Tính diện tích tam giác ABC theo a. (2 điểm)

### ĐỀ 9

Câu 1/ (1đ) Cho  $x = \sqrt[3]{3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}} - \sqrt[3]{-3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}}$ . Chứng minh rằng x là một số nguyên.

Câu 2/ (1,5đ) Cho  $x > 0, y > 0, t > 0$ .

Chứng minh rằng: Nếu  $\frac{\sqrt{xy} + 1}{\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{yt} + 1}{\sqrt{t}} = \frac{\sqrt{xt} + 1}{\sqrt{x}}$  thì  $x = y = t$  hoặc  $x.y.t = 1$ .

Câu 3/(1,5đ) Cho đa thức bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$  có nghiệm dương  $x = m$ . Chứng minh rằng đa thức  $g(x) = cx^2 + bx + a$  ( $c \neq 0$ ) cũng có nghiệm dương  $x = n$  và thỏa mãn  $m + n \geq 2$ .

Câu 4/ (2đ) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng  $d(m)$  có phương trình:  $(m - 1)x + (m - 2)y - 1 = 0$  (m là tham số).

Tìm m để khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng  $d(m)$  có giá trị lớn nhất. Xác định đường thẳng đó.

Câu 5/ (4đ) Cho hai đường tròn đồng tâm (O; R) và (O; r) với  $R > r$ . Lấy A và E là hai điểm thuộc đường tròn (O; r), trong đó A di động, E cố định (với  $A \neq E$ ). Qua E vẽ một đường thẳng vuông góc với AE cắt đường tròn (O; R) ở B và C. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

a/ (1,5đ) Chứng minh  $EB^2 + EC^2 + EA^2$  không phụ thuộc vị trí điểm A.

b/ (1,5đ) Chứng minh rằng khi điểm A di động trên đường tròn (O; r) và  $A \neq E$  thì đường thẳng CM luôn đi qua một điểm cố định (gọi tên điểm cố định là K).

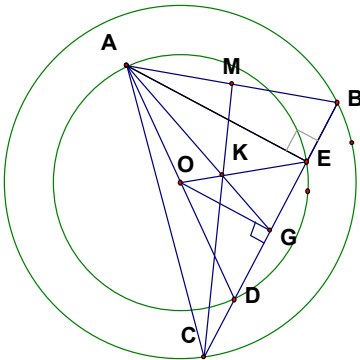
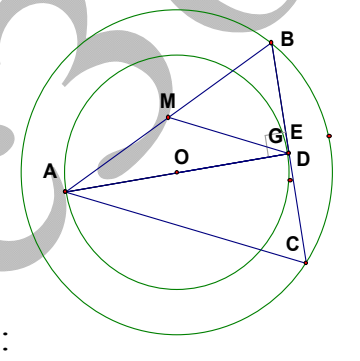
c/ (1đ) Trên tia AK đặt một điểm H sao cho  $AH = \frac{3}{2}AK$ . Khi A di động trên đường tròn (O; r) thì điểm H di động trên đường nào? Chứng minh nhận xét đó?

**Đáp án và biểu điểm chấm Toán 9**

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (1đ)	$a = \sqrt[3]{3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}} \text{ và } b = \sqrt[3]{-3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}}$ <p>Thì <math>a^3 - b^3 = 6</math> và <math>a \cdot b = \frac{5}{3}</math></p> $x = a - b \Rightarrow x^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$ $x^3 = 6 - 5x \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + x + 6) = 0$ <p>Mà <math>x^2 + x + 6 &gt; 0</math> (do.....). Suy ra <math>x = 1</math>. Vậy <math>x \in \mathbb{Z}</math></p>	<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>
Câu 2 (1,5đ)	<p>Từ đẳng thức với điều kiện do đề bài đã cho suy ra :</p> $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{y}} = \sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{z}} = \sqrt{z} + \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (1)$ $(1) \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = \frac{1}{\sqrt{z}} - \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{y} - \sqrt{z}}{\sqrt{zy}} \\ \sqrt{y} - \sqrt{z} = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{z}} = \frac{\sqrt{z} - \sqrt{x}}{\sqrt{xz}} \\ \sqrt{z} - \sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{y}} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{xy}} \end{cases} \quad (2)$ $(2) \Rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{y} - \sqrt{z})(\sqrt{z} - \sqrt{x}) = \frac{(\sqrt{y} - \sqrt{z})(\sqrt{z} - \sqrt{x})(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{zyzxy}}$ <p>(3)</p> <p>Từ (3) Học sinh chứng minh được rằng <math>\begin{cases} x = y = z \\ xyz = 1 \end{cases}</math></p>	<p>0,25 đ</p> <p>0,5 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,5 đ</p>
Câu 3	Ta có : $x = m$ là nghiệm của đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$	<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>

(1,5đ)	<p>Suy ra <math>am^2 + bm + c = 0</math> (1), mà <math>m &gt; 0</math> (gt)</p> <p>(1) <math>\Leftrightarrow a + \frac{b}{m} + \frac{c}{m^2} = 0 \Leftrightarrow a + b\left(\frac{1}{m}\right) + c\left(\frac{1}{m^2}\right) = 0</math> (2)</p> <p>Đẳng thức này chứng tỏ rằng <math>x = \frac{1}{m}</math> là nghiệm của</p> <p>đa thức <math>g(x) = cx^2 + bx + a = 0</math> Vậy <math>x = n = \frac{1}{m} &gt; 0</math> (do <math>m &gt; 0</math>) (3)</p> <p>Ta có <math>m+n = m + \frac{1}{m} \geq 2\sqrt{m \cdot \frac{1}{m}}</math> (do .....)</p> <p>Hay <math>m + n \geq 2</math></p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 4 (2đ)</p>	<p>Nếu <math>m=1</math> thì <math>d(1)</math> là đường thẳng <math>y = -1</math> nên khoảng cách từ O đến <math>d(1)</math> là 1</p> <p>Nếu <math>m=2</math> thì <math>d(2)</math> là đường thẳng <math>x = 1</math> nên khoảng cách từ O đến <math>d(2)</math> là 1</p> <p>(1)</p> <p>Nếu <math>m \neq 1</math> và <math>m \neq 2</math> thì <math>d(m)</math> cắt trục hoành tại <math>A\left(\frac{1}{m-1}; 0\right)</math> và cắt trục tung tại <math>B\left(0; \frac{1}{m-2}\right)</math> Gọi OH là khoảng cách từ O đến đường thẳng AB ta có :</p> <p><math display="block">\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = (m-1)^2 + (m-2)^2</math></p> <p><math display="block">\frac{1}{OH^2} = 2m^2 - 6m + 5 = 2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}</math></p> <p>Vậy <math>OH^2 \leq 2 \Leftrightarrow OH \leq \sqrt{2} \Rightarrow OH_{\text{lớn nhất}} = \sqrt{2}</math> khi <math>m = \frac{3}{2}</math> (2)</p> <p>Từ (1) và (2) và do <math>1 &lt; \sqrt{2}</math> suy ra khoảng cách lớn nhất từ O đến <math>d(m)</math> là <math>\sqrt{2}</math></p> <p>Khi đó đường thẳng <math>d</math> có công thức là <math>x - y - 2 = 0</math></p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>



<p>Câu 5</p>	 <p>Gọi G là trung điểm BC thì <math>OG \perp BC</math> (đl) suy ra  <math>GB = GC</math> và <math>GE = GD</math> (đl)</p> <p>và OG là đường trung bình <math>\triangle ADE</math> nên <math>OG = \frac{1}{2} AE</math> hay <math>AE = 2OG</math></p>	<p>0,25đ</p>
<p>Câu a (1,5đ )</p>	<p>Ta có <math>EB^2 + EC^2 = (BG - EG)^2 + (GC + GD)^2 = (BG - EG)^2 + (BG + EG)^2</math>          Suy ra <math>EB^2 + EC^2 = 2(BG^2 + EG^2)</math>          Áp dụng định lý Pi ta gò vào các tam giác vuông OGE và OGB ta có :  <math>OG^2 + GE^2 = r^2</math> và <math>OG^2 + GB^2 = R^2</math>          Do đó <math>EB^2 + EC^2 + EA^2 = 2(BG^2 + EG^2) + 4OG^2 = 2(BG^2 + OG^2) + 2(EG^2 + OG^2)</math>  <math>= 2R^2 + 2r^2</math> (không đổi)</p> 	<p>0,25đ</p>
<p>Câu</p>	<p>Trường hợp đặc biệt :  <math>G \equiv E \equiv D</math> Thì chứng minh trên vẫn đúng</p> <p>Hai tam giác ABC và ADE có chung trung tuyến AG nên có chung trọng tâm</p> <p>Mà tam giác ADE có trung tuyến OE cố định ,          Nên điểm cố định K mà trung tuyến CM của <math>\triangle ABC</math> đi qua chính là trọng tâm của <math>\triangle ADE</math></p>	<p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p>

b (1,5đ)	Do H thuộc tia AK, mà K là trọng tâm $\triangle ADE$ và $AH = \frac{3}{2} AK$ nên H trùng với G ( là trung điểm chung của hai đoạn thẳng DE và BC )	0,5đ
	Mà $\triangle OGE$ vuông tại E ( chứng minh trên ) , O,E cố định ( theo gt )	0,25đ
Câu c (1đ)	Vậy khi A di động trên đường tròn (O; r) thì H di động trên đường tròn đường kính OE	0,25đ

**Đề 10 (k đáp án)**

Bài 1: (3 điểm)

a. Cho n là một số nguyên dương. Hãy so sánh:

$$\left(1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)^2 \text{ và } 1 + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}$$

b. Tính:

$$\sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2005^2} + \frac{1}{2006^2}}$$

Bài 2: (3 điểm)

Chứng minh rằng:

$$\frac{n}{2} < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^n - 1} < n \quad \text{với } n \in \mathbb{N} \text{ và } n > 1$$

Bài 3: (4 điểm)

Cho đường tròn tâm O có 2 đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của OA và OB. Đường thẳng CN cắt (O) tại I.

Chứng minh  $\widehat{CMI} < 90^\circ$ .